

Scheda di lavoro n. 9

Attrattore di Henon

(Excel - C++)

Consideriamo la successione iterativa bidimensionale

$$\begin{cases} y_{n+1} = 0.3x_n \\ x_{n+1} = y_n + 1 - 1.4x_n^2 \end{cases}$$

al variare dell'intero $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ essa rappresenta l'evoluzione di un punto iniziale, solitamente $(0, 0)$. I punti si distribuiscono in maniera caotica, ma al crescere del numero di iterazioni vanno ad infittirsi in una regione dalla forma approssimata di boomerang nel piano (attrattore strano).

La successione bidimensionale viene ottenuta come composizione di tre passaggi successivi.

- 1° passo: Si “piega” ogni segmento rettilineo, rendendolo un tratto di parabola con la concavità rivolta verso il basso. Il risultato è la trasformazione:

$$(x', y') = (x, y - ax^2 + 1)$$

- 2° passo: Si contraggono orizzontalmente le ascisse fino a ridurle di un fattore b .

$$(x'', y'') = (bx', y')$$

- 3° passo: Si riflette il piano intorno alla retta $y = x$.

$$(x''', y''') = (y'', x'')$$

Si verifica facilmente che componendo le tre trasformazioni, con $a=1,4$ e $b=0,3$, si ottiene la successione iterativa considerata.

Proposta di lavoro – 1

Attraverso l'utilizzo del foglio elettronico, scegliendo un punto iniziale e iterando la successione attraverso le equazioni assegnate, ricostruire numericamente e graficamente l'andamento dei punti generati. Verificare che tali punti si dispongono a formare l'attrattore strano.

Proposta di lavoro – 2

Scrivere un programma in C++ che consenta di visualizzare l'attrattore di Hénon e di selezionarne sezioni per ingrandirle.