Scheda di lavoro n. 6

Biforcazioni

(Excel - Cabri)

Proposta di lavoro - 1

1. Studiare graficamente l'andamento asintotico delle reiterate della funzione $y = rx(1-x)$ nel caso in cui $r>3$ (assegnare valori poco più grandi di 3, ad esempio $3,1$ oppure $3,2$). Verificare attraverso un foglio elettronico che si hanno 2 punti fissi instabili di tipo repulsivo e che quello attrattivo si è sdoppiato in un ciclo stabile di ordine 2 (se si parte dai 2 punti instabili si resta in essi, diversamente ci si allontana e reiterando le successioni esse oscillano tra 2 valori).
2. Mostrare, reiterando 2 volte la funzione $y = rx(1-x)$, che essa ammette 4 soluzioni che sono date dai 4 valori considerati al punto precedente.

La funzione reiterata due volte è: $f(f(x)) = f(rx(1-x)) = r^2(1-x)x[1-rx(1-x)]$ il cui andamento varia in funzione di r.

Proposta di lavoro - 2

Attraverso un foglio elettronico, aumentando il valore di r nella funzione di 4° grado, mostrare che dei 4 punti:

- I 2 repulsivi rimangono tali;
- I 2 attrattivi diventano repulsivi, scindendosi ciascuno in un ciclo attrattivo formato da 2 punti per cui si avranno 2 cicli di periodo 2 per la funzione di 4° grado che sono di periodo 4 per la parabola.

Controllare i risultati ottenuti attraverso una verifica grafica. Ripetere per diverse volte aumentando progressivamente il valore di r, verificando che appaiono cicli attrattivi il cui periodo raddoppia.

Proposta di lavoro - 3

Detto r_k il valore di r dell'esercizio precedente, al quale appare un attrattore ciclico di periodo 2^k, mostrare numericamente che è plausibile l'ipotesi che $\lim_{k\to\infty} \frac{r_{k+1}-r_k}{r_{k+2}-r_{k+1}} = 4{,}67$ (il limite in realtà vale 4,66901; tuttavia si verifichi l'ipotesi per il valore approssimato assegnato).