

Scheda di lavoro n. 4

La congettura di Syracuse

(Excel)

Sia data la trasformazione $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ che opera nel modo seguente.

Sia n un numero naturale con $n \neq 0$:

- Se n è pari allora $f(n) = \frac{n}{2}$
- se n è dispari allora $f(n) = 3n + 1$

Congettura di Syracuse - Iterando la f , si arriva sempre a 1.

Proposta di lavoro – 1

Verificare attraverso un foglio elettronico che la congettura è valida per un n sufficientemente grande.

Proposta di lavoro – 2

Sia $\pi(x)$ la funzione che associa ad ogni numero x il numero dei primi inferiori a x .

Attraverso un foglio elettronico:

1. Verificare la plausibilità dell'ipotesi: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi(x)}{x} = 0$ (ipotesi che equivale a dire che la densità dei numeri primi è zero).
2. Mostrare che per x molto grande il rapporto $\frac{\pi(x)}{x}$ è approssimativamente uguale a $\frac{1}{\log x}$.