

Scheda di lavoro n. 2

Iterazione della funzione lineare (Excel - Cabri)

Una successione a_n si dice iterativa se esiste una funzione f tale che $\forall n \in \mathbb{N}$ vale la relazione $a_{n+1} = f(a_n)$. Se si assegnano un valore iniziale α e una funzione f , per il principio di induzione non può esistere più di una successione tale che:

$$\begin{cases} a_0 = \alpha \\ a_{n+1} = f(a_n) \end{cases}$$

Proposta di lavoro - 1

Con l'ausilio di una calcolatrice e di un foglio elettronico, studiare l'andamento asintotico delle iterate della funzione $y = \alpha x$. Rappresentare graficamente la funzione reiterata a partire da un punto scelto. Studiare i seguenti casi:

1. $\alpha > 1$
2. $0 < \alpha < 1$
3. $\alpha < 0$

Suggerimenti

- La successione $a_n = \alpha^n$ con $\alpha \in \mathbb{R}$ è iterativa e può essere scritta come:

$$a_{n+1} = \alpha^{n+1} = \alpha \alpha^n = \alpha a_n$$

- Ponendo $f(x) = \alpha x$ con $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ si avrà la successione iterativa:

$$a_{n+1} = f(a_n) \quad , \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

- Per rappresentare le iterazioni su un sistema di riferimento cartesiano usare il metodo della proiezione sulla bisettrice del 1° e 3° quadrante.

Proposta di lavoro - 2

Costruire i grafici delle iterate delle seguenti funzioni:

1. $f(x) = \alpha x + b$, al variare di α
2. $f(x) = \sqrt{x}$
3. $f(x) = \frac{x^2 + 5}{2x}$