TOR VERGATA
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA

Corso di Laurea Triennale in Matematica

Informazioni
Segreteria didattica: *Cristiano Di Meo*, tel. 06 72594685
Coordinatore Corso di Laurea: *Prof.ssa Carla Manni*
Sito web: `http://www.mat.uniroma2.it/didattica/`
E-mail: `dida@mat.uniroma2.it`

Il Corso di Laurea in Matematica si inquadra nella Classe delle Lauree in "Scienze Matematiche" (Classe L-35 del DM 16 marzo 2007). Il Corso afferisce al Dipartimento di Matematica e si svolge nella macroarea di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali. Il Coordinatore del Corso di Studio è la Prof.ssa Carla Manni.
La matematica è la lingua con cui è scritto l'Universo. È la base di tutte le scienze. È da sempre lo strumento più potente per costruire modelli, programmi, progetti. È al centro dell'informatica, dell'utilizzo dei computer e di molte applicazioni tecnologiche. Studiare matematica all'Università non significa passare il tempo a fare calcoli: è tutta un'altra cosa. È impadronirsi di strumenti per comprendere la realtà e interagire con essa. È avere a disposizione concetti, idee, teorie per rivelare la struttura nascosta della natura anche quando è straordinariamente complessa: come in un fiocco di neve o in una bolla di sapone, nei cristalli, nelle onde, nelle piume, nei fiori, nelle nuvole. È non accontentarsi di sapere che una cosa "funziona", ma cercare di capire perché. La matematica è anche una delle espressioni più creative del pensiero umano: mai come in questa disciplina, per riuscire, è necessario coniugare il rigore logico con la fantasia. In effetti, il lavoro di moltissimi matematici è ispirato non solo da applicazioni immediate ma anche da esigenze interne della teoria, e – non ultimo – da un preciso senso estetico. I numeri primi sono stati studiati senza prevedere che sarebbero stati alla base del più diffuso sistema di trasmissione sicura dei dati attualmente in uso. L'aspetto creativo della matematica stupisce non poche matricole, malgrado il fatto che questa disciplina sia studiata fin dai primissimi anni di scuola.
Il Corso di Laurea in matematica dà una formazione "forte". Lo studente apprenderà le conoscenze fondamentali e acquisirà i metodi che vengono usati nella matematica (in particolare, nell'algebra, nell'analisi e nella geometria) ma anche le conoscenze necessarie per comprendere e utilizzare l'informatica e la fisica, per costruire modelli di fenomeni complessi (per esempio, l'andamento del prezzo di alcune azioni in Borsa o l'evolversi di un'epidemia) e per affrontare le simulazione numeriche che sono alla base di ogni applicazione tecnologica e sociale.

Premi e Borse

Il Dipartimento di Matematica istituisce, per gli studenti immatricolati nell'AA 2024/25 al Corso di Laurea in Matematica, **5 premi laurea triennale** dell'importo di **1000 euro** ciascuno. Informazioni dettagliate sono reperibili sul sito del corso di Laurea.

Indice

Presentazione del corso

Il Corso di Laurea offre la possibilità di capire le basi della matematica, di usare gli strumenti informatici e di calcolo, di comprendere e di usare i modelli matematici e statistici in mille possibili applicazioni scientifiche, tecniche ed economiche. La durata del Corso di Laurea è di tre anni.

Per le matricole

Verifica delle conoscenze. Gli studenti interessati ad immatricolarsi al Corso di laurea in Matematica devono sostenere una "**prova di valutazione**" per la verifica delle conoscenze, secondo quanto prevede la normativa. Tale prova (che nel seguito chiameremo anche **"test"**) consiste in domande a risposta multipla su argomenti di base di matematica e viene effettuata online mediante apposito form contestualmente alla procedura di immatricolazione. **Un eventuale mancato superamento del test non preclude l'immatricolazione**. Coloro che non superino il test, come "**obbligo formativo aggiuntivo**", dovranno superare come prima prova un esame a scelta tra Analisi Matematica 1, Geometria 1.
Gli obblighi formativi aggiuntivi assegnati devono essere colmati entro il primo anno. Sono esonerati dalla prova di verifica delle conoscenze gli studenti che hanno superato l'esame di stato conclusivo del corso di studio di istruzione secondaria superiore, con un voto pari o superiore a 95/100 (o 57/60). Tutti gli studenti che si immatricolano per la prima volta nell'Università di "Tor Vergata", ad un corso di studio in cui il titolo di accesso è il diploma di maturità, e abbiano conseguito (presso una scuola italiana) una votazione pari a 100/100 (o 60/60) o siano risultati vincitori delle Olimpiadi Nazionali di Matematica saranno esonerati dal pagamento del contributo universitario per il primo anno e dovranno pagare soltanto l'imposta di bollo e la tassa regionale. Tutti gli studenti che sono vincitori di una medaglia olimpica vengono esonerati dal pagamento delle tasse universitarie per tutto il corso di studio e devono pagare soltanto l'imposta di bollo e la tassa regionale.
IMPORTANTE: Gli studenti esonerati dall'obbligo di sostenere il test per la votazione conseguita all'esame di stato dovranno attivare, preliminarmente, la procedura di registrazione sul sito dei Servizi on-line dell'Ateneo come indicato nell'articolo specifico dell'Avviso. Verranno eseguiti, dal personale della Segreteria Studenti dell'Area Scienze, controlli a campione sulla veridicità delle dichiarazioni rese, e se necessario verranno poste in essere le procedure previste dalla normativa vigente in caso di dichiarazione mendace.
Gli studenti che desiderino ripassare alcuni argomenti o colmare alcune lacune possono seguire un **corso intensivo di Matematica di base**, detto **Matematica 0**, che si terrà dal 9 al 20 settembre.
Liceo Matematico. Gli studenti che hanno seguito il percorso del Liceo Matematico possono chiedere il riconoscimento di 3CFU a valle della presentazione della relativa documentazione e di un colloquio con il Coordinatore o con un docente da questo designato.
Tutori. Ad ogni studente immatricolato viene assegnato un docente tutor che potrà essere consultato per consigli e suggerimenti in merito all'andamento delle attività di studio.
Orientamento. Vengono organizzate attività di accoglienza ed orientamento dalla macroarea di Scienze.
Borse di Studio e Premi. Il Dipartimento di Matematica bandisce dei premi di laurea triennale e dei premi per gli studenti meritevoli che si immatricolano nell'AA. 2024/25. Informazioni dettagliate sono reperibili sul sito del corso di Laurea.
Informazioni. Per informazioni sulla didattica lo studente si può rivolgere alla segreteria del Corso di Laurea, Cristiano Di Meo, `dimeo@mat.uniroma2.it`, tel. 06 72594685, presso il Dipartimento di Matematica. Le informazioni sono comunque riportate nel sito del corso di Laurea. Ulteriori informazioni si possono anche ottenere per posta elettronica all'indirizzo `dida@mat.uniroma2.it`.

I tre anni di studio di matematica a Tor Vergata prevedono un biennio uguale per tutti ma, all'ultimo anno, si ha la possibilità di scegliere alcuni corsi opzionali. Agli studenti vengono offerte anche attività esterne come stage presso aziende, strutture della pubblica amministrazione e laboratori, nonché soggiorni presso università straniere nell'ambito del programma Erasmus, per il quale sono in corso di potenziamento accordi con prestigiose istituzioni.
Studiare matematica a Tor Vergata significa poter frequentare un corso di studi completo (laurea triennale in matematica, magistrale in matematica pura ed applicata e scuola di dottorato), ove tutti i settori della ricerca, dai più tradizionali ai più recenti, sono rappresentati. Inoltre, qui si ha la possibilità di interagire con gruppi di ricerca di punta a livello nazionale e internazionale. Le indagini sulla ricerca nell'area matematica svolte dal Ministero per l'Università e da Enti stranieri indicano il Dipartimento di Matematica di Tor Vergata come dipartimento di eccellenza in Italia e centro di eccellenza a livello europeo.

Sbocchi lavorativi

Una laurea in matematica permette non solo di avviarsi verso una carriera di ricercatore o di insegnante, continuando gli studi, ma anche e soprattutto di entrare direttamente nel mondo del lavoro in moltissimi settori, dalla finanza all'informatica, dalla medicina all'ingegneria, dalle scienze sociali alla produzione alimentare. Ovunque ci sia bisogno di costruire dei modelli che funzionino, c'è bisogno di un matematico. Fino a pochi anni fa, per molte professioni era sufficiente una formazione matematica abbastanza sommaria ma oggi lo sviluppo delle capacità di calcolo ha reso utilizzabili in pratica molte teorie avanzate che solo ieri sembravano troppo complicate ed astratte per essere di qualche utilità. Chi è in grado di avvalersi di queste nuove possibilità va avanti; gli altri, invece, restano indietro e perdono competitività. Per questo ci sono molti ambiti professionali nei quali è diventato indispensabile inserire un matematico nell'equipe. Il matematico si affianca all'ingegnere ad esempio per la costruzione delle nuove barche per le regate internazionali oppure per la progettazione di protocolli di trasmissione per le telecomunicazioni o le realizzazioni relative alla robotica ed alla domotica ed in generale all'industria 4.0. Si affianca al biologo che studia il sequenziamento del DNA umano ed al climatologo che analizza i cambiamenti climatici. La sua presenza è fondamentale negli uffici analisi delle grandi banche, dove è necessario sviluppare modelli complessi per la valutazione dei rischi e la determinazione dei prezzi dei derivati finanziari. Tutto questo è ampiamente documentato in un' articolata analisi dei diversi impieghi ad alto livello dei laureati in Matematica in Italia. L'applicazione della matematica è poi particolarmente evidente nel campo informatico: i computer di domani (e tutto il mondo complesso del trasferimento dell'informazione) nascono dalla ricerca matematica di oggi. Da una parte, le conoscenze matematiche portano allo sviluppo dell'informatica, dall'altra il computer, aumentando la sua potenza di calcolo, consente l'uso di nuovi strumenti matematici per la soluzione di problemi complessi in ogni settore della conoscenza umana. Non c'è dunque da meravigliarsi se diciamo che i matematici sono una grande comunità internazionale, collaborano molto tra loro e danno vita a gruppi di ricerca di altissimo livello. Una comunità di cui si fa parte con enorme piacere e in cui c'è largo spazio per i giovani che con le loro idee innovative hanno da sempre dato un impulso decisivo allo sviluppo di questa disciplina.

Descrittori di Dublino

I Descrittori di Dublino di seguito riportati sono enunciazioni generali dei tipici risultati conseguiti dagli studenti che hanno ottenuto il titolo dopo aver completato con successo il ciclo di studio. Gli obiettivi formativi dei corsi di Laurea Triennale (e Magistrale) sono impostati in base ad essi.

Abilità comunicative. I laureati in matematica sono in grado di:
- comunicare problemi, idee e soluzioni riguardanti la matematica, sia proprie sia di altri autori, a un pubblico specializzato o generico, nella propria lingua e in inglese, sia in forma scritta che orale;
- lavorare in gruppo e operare con definiti gradi di autonomia.

Gli strumenti didattici utilizzati per l'acquisizione di queste competenze sono soprattutto le esercitazioni e l'attività tutoriale, volte a sviluppare l'esposizione sia scritta che orale, ma anche specifici insegnamenti di lingua inglese, nonché l'assistenza didattica offerta per la preparazione della prova finale.
L'acquisizione di tali risultati viene verificata in sede d'esame, ivi inclusa la prova finale.

Capacità di apprendimento. I laureati in matematica:
- sono in grado di proseguire gli studi, sia in matematica che in altre discipline, con un alto grado di autonomia;
- hanno una mentalità flessibile e si adattano facilmente a nuove problematiche, caratteristiche indispensabili per inserirsi prontamente negli ambienti di lavoro.

Queste capacità vengono sviluppate mantenendo un adeguato livello di astrazione degli insegnamenti impartiti e curando l'allenamento alla risoluzione di problemi nel lavoro sia individuale che di gruppo, attraverso l'organizzazione delle esercitazioni, l'attività tutoriale e la preparazione alla prova finale.
La loro verifica ha luogo in sede d'esame, ivi inclusa la prova finale.

Autonomia di giudizio. I laureati in matematica:
- sono in grado di costruire e sviluppare argomentazioni logiche con una chiara identificazione di assunti e conclusioni;
- sono in grado di riconoscere dimostrazioni corrette, e di individuare ragionamenti fallaci;
- sono in grado di proporre e analizzare modelli matematici associati a situazioni concrete derivanti da altre discipline, e di usare tali modelli per facilitare lo studio della situazione originale;
- hanno esperienza di lavoro di gruppo, ma sanno anche lavorare bene autonomamente.

I principali strumenti didattici per l'acquisizione di queste competenze, per loro natura trasversali, sono:
- l'elevato livello di rigore degli insegnamenti relativi ai crediti formativi di base;
- l'allenamento alla modellizzazione acquisito attraverso crediti formativi di base, caratterizzanti e affini, quali ad esempio quelli relativi ai settori MAT/06, MAT/07, MAT/08, FIS/01;
- l'attività tutoriale e di laboratorio.

L'acquisizione di tali risultati viene verificata in sede d'esame.

Conoscenza e comprensione. I laureati in matematica sono capaci di leggere e comprendere testi anche avanzati di matematica, e di consultare articoli di ricerca in matematica.

Capacità di applicare conoscenza e comprensione. La formazione in ambito teorico assicura che i laureati in matematica sono in grado di:
- produrre dimostrazioni rigorose di risultati matematici non identici a quelli già conosciuti ma chiaramente correlati a essi;
- risolvere problemi di moderata difficoltà in diversi campi della matematica.

Ordinamento degli studi - Laurea Triennale

Sul sito web del Corso di Laurea si trova il Regolamento che con i suoi articoli disciplina e specifica gli aspetti organizzativi del Corso di Laurea.

Piano di studio

Il Corso di Laurea in Matematica prevede un unico curriculum nell'ambito del quale è definito un insieme di moduli didattici obbligatori ed uno spazio per le scelte autonome degli studenti.
Nelle tabelle successive la sigla CFU indica i crediti formativi universitari. Ogni CFU vale, convenzionalmente, 25 ore di lavoro (comprendendo le ore di lezione, di esercitazione e il lavoro individuale). Per i nostri insegnamenti, 1 CFU corrisponde al lavoro necessario per seguire e comprendere 8/10 ore di lezione. Come indicato nel seguito (vedi la descrizione della prova finale), alla fine del corso

di studi la media viene calcolata pesando i voti con il numero di CFU del corso a cui si riferiscono. In altre parole, i corsi con molti CFU richiedono più lavoro, ma un buon voto in uno di essi conta di più alla fine. Per potersi laureare lo studente dovrà maturare almeno 180 CFU.

Schema del piano di studio

1° ANNO: Tot. 59 CFU / 6 esami + una prova di idoneità				
Insegnamento	**CFU**	**Semestre**	**Settore**	**Tipo**
Analisi Matematica 1	9	1	MAT/05	A
Geometria 1	10	1	MAT/03	B
Laboratorio di Programmazione e Informatica 1	6+4	1	INF/01	A/C
Inglese	4	1	L-LIN/12	
Algebra 1	8	2	MAT/02	A
Analisi Matematica 2	9	2	MAT/05	B
Geometria 2	9	2	MAT/03	B

2° ANNO: Tot. 60 CFU / 8 esami				
Insegnamento	**CFU**	**Semestre**	**Settore**	**Tipo**
Analisi Matematica 3	10	1	MAT/05	B
Fisica 1	9	1	FIS/01	A
Geometria 3	9	1	MAT/03	B
Algebra 2	7	2	MAT/02	A
Analisi Matematica 4	8	2	MAT/05	A
Fisica Matematica 1	8	2	MAT/07	B
Probabilità e Statistica	9	2	MAT/06	B

3° ANNO: Tot. 61 CFU / 6 esami				
Insegnamento	**CFU**	**Semestre**	**Settore**	**Tipo**
Analisi Numerica 1 + Laboratorio di Calcolo 2	8+4	1	MAT/08 + INF/01	B/C
Fisica 2	7	1	FIS/01	C
Geometria 4	8	1	MAT/03	B
Lab. di Sperimentazione di Fisica/Lab. Computazionale/Lab. di macchine per la Fisica e la Matematica	3	1/2	FIS/01 + INF/01	C
Fisica Matematica 2	8	2	MAT/07	B
Esame di indirizzo (affini e integrativi)	6	-	-	-
Esami a scelta	12	-	-	-
Prova finale	5	-	-	-

A=attività di base, B=attività caratterizzanti, C=attività affini

NOTA. Oltre ai corsi obbligatori, ogni studente deve inserire nel proprio piano di studi un corso a scelta (6 CFU) nei settori MAT/01-09 e INF/01 e corsi a libera scelta per un totale di 12 CFU. Alla prova finale sono riservati 5 CFU (maturabili con l'esame di cultura o con la redazione di una tesina). Ogni anno viene attivato un insegnamento di preparazione all'esame di cultura, necessario per gli studenti che scelgono questa modalità di prova finale.

Didattica erogata: elenco degli insegnamenti attivati nell'A.A. 2024/25

1° ANNO (DM 270/04)				
Insegnamento	**CFU**	**Semestre**	**Settore**	**Obbl/Opz**
Analisi Matematica 1	9	1	MAT/05	obbligatorio
Geometria 1	10	1	MAT/03	obbligatorio
Laboratorio di Programmazione e Informatica 1	6+4	1	INF/01	obbligatorio
Inglese	4	1	L-LIN/12	obbligatorio
Algebra 1	8	2	MAT/02	obbligatorio
Analisi Matematica 2	9	2	MAT/05	obbligatorio
Geometria 2	9	2	MAT/03	obbligatorio

2° ANNO (DM 270/04)				
Insegnamento	**CFU**	**Semestre**	**Settore**	**Obbl/Opz**
Fisica 1	9	1	FIS/01	obbligatorio
Analisi Matematica 3	10	1	MAT/05	obbligatorio
Geometria 3	9	1	MAT/03	obbligatorio
Fisica Matematica 1	8	2	MAT/07	obbligatorio
Algebra 2	7	2	MAT/02	obbligatorio
Probabilità e Statistica	9	2	MAT/06	obbligatorio
Analisi Matematica 4	7	2	MAT/05	obbligatorio

3° ANNO (DM 270/04)				
Insegnamento	**CFU**	**Semestre**	**Settore**	**Obbl/Opz**
Analisi Numerica 1 + Laboratorio di Calcolo 2	8+4	1	MAT/08 + INF/01	obbligatorio
Analisi Reale e Complessa	8	1	MAT/05	obbligatorio
Fisica 2 + Laboratorio di Sperimentazione di Fisica	7+3	1	FIS/01	obbligatorio
Crittografia	6	1	MAT/03	opzionale
Algebra 3	6	1	MAT/02	opzionale
Probabilità e Finanza	6	1	MAT/06	opzionale
Statistica	6	1	MAT/06	opzionale
Fisica Matematica 2	8	2	MAT/07	obbligatorio
Geometria 5	6	2	MAT/03	opzionale
Analisi Numerica 2	6	2	MAT/08	opzionale
Analisi Matematica 5	6	2	MAT/05	opzionale
Fondamenti di Programmazione: Metodi Evoluti	6	2	INF/01	opzionale
Analisi Matematica 6	6	2	MAT/05	opzionale
Preparazione esame cultura	5	2	-	opzionale

NOTA. Per i corsi di Laboratorio di Programmazione e Informatica 1, Analisi Numerica 1 + Laboratorio di Calcolo 2 e Fisica 2 + Laboratorio di Sperimentazione di Fisica è previsto un unico esame finale con votazione complessiva unica.

Didattica programmata: insegnamenti per gli studenti che si immatricolano nell'A.A. 2024/25

1° ANNO (DM 270/04)				
Insegnamento	**CFU**	**Semestre**	**Settore**	**Obbl/Opz**
Analisi Matematica 1	9	1	MAT/05	obbligatorio
Geometria 1	10	1	MAT/03	obbligatorio
Laboratorio di Programmazione e Informatica 1	6+4	1	INF/01	obbligatorio
Inglese	4	1	L-LIN/12	obbligatorio
Algebra 1	8	2	MAT/02	obbligatorio
Analisi Matematica 2	9	2	MAT/05	obbligatorio
Geometria 2	9	2	MAT/03	obbligatorio

2° ANNO (DM 270/04)				
Insegnamento	**CFU**	**Semestre**	**Settore**	**Obbl/Opz**
Analisi Matematica 3	10	1	MAT/05	obbligatorio
Fisica 1	9	1	FIS/01	obbligatorio
Geometria 3	9	1	MAT/03	obbligatorio
Algebra 2	7	2	MAT/02	obbligatorio
Analisi Matematica 4	8	2	MAT/05	obbligatorio
Fisica Matematica 1	8	2	MAT/07	obbligatorio
Probabilità e Statistica	9	2	MAT/06	obbligatorio

3° ANNO (DM 270/04)				
Insegnamento	**CFU**	**Semestre**	**Settore**	**Obbl/Opz**
Analisi Numerica 1 + Laboratorio di Calcolo 2	8+4	1	MAT/08 + INF/01	obbligatorio
Fisica 2	7	1	FIS/01	obbligatorio
Geometria 4	8	1	MAT/03	obbligatorio
Crittografia	6	1	MAT/03	opzionale
Algebra 3	6	1	MAT/02	opzionale
Statistica	6	1	MAT/06	opzionale
Probabilità e Finanza	6	1	MAT/06	opzionale
Lab. di Sperimentazione di Fisica/Lab. Computazionale/Lab. di macchine per la Fisica e la Matematica	3	1/2	FIS/01 + ING/01	opzionale
Fisica Matematica 2	8	2	MAT/07	obbligatorio
Fisica Matematica 3	6	2	MAT/07	opzionale
Geometria 5	6	2	MAT/03	opzionale
Analisi Numerica 2	6	2	MAT/08	opzionale
Analisi Matematica 5	6	2	MAT/05	opzionale
Fondamenti di Programmazione: Metodi Evoluti	6	2	INF/01	opzionale
Analisi Matematica 6	6	2	MAT/05	opzionale
Preparazione esame cultura	5	2	-	opzionale

Calendario 2024/2025

I corsi hanno durata semestrale. I corsi del primo semestre si terranno dal 30 settembre 2024 al 18 gennaio 2025, quelli del secondo semestre dal 3 marzo 2025 al 6 giugno 2025. I corsi del primo semestre del primo anno inizieranno il 23 settembre 2024 e avranno una settimana di interruzione delle lezioni dal 11 al 15 novembre 2024. Durante questa settimana si svolgeranno eventuali prove di esonero. Il 13 settembre 2024 alle ore 10.00, in aula 11, si terrà un incontro con gli studenti nel quale i docenti illustreranno brevemente i programmi dei corsi opzionali.
Frequentare le lezioni è considerata una strategia efficace per un percorso formativo di qualità. Permette di conoscere più a fondo gli argomenti trattati e favorisce occasioni di scambio e relazione con i docenti e con i compagni di corso. La vicinanza e il confronto con gli altri consentono, infatti, di reperire informazioni mancanti, correggere i propri errori. Ci si rende conto che non si è soli a sperimentare delle difficoltà e si ha la possibilità di mettere in comune le proprie conoscenze. Partecipare attivamente alla vita universitaria significa anche cogliere le altre opportunità offerte dall'Ateneo: convegni, seminari, giornate di studio, assemblee studentesche, eventi di divulgazione, ecc. aperti agli studenti. Queste sono occasioni per approfondire temi e contenuti, dare il proprio contributo, confrontarsi con persone provenienti da ambiti diversi, oltre che per ampliare i propri orizzonti culturali e la propria vita sociale, rendendo in tal modo più ricco e stimolante il percorso di studi. Dunque la frequenza delle lezioni e la partecipazione ad eventi ed attività extra curriculari può essere un buon modo per creare nuovi gruppi all'interno dell'Università.

Docenti tutor

Ad ogni studente immatricolato viene assegnato un docente tutor che potrà essere consultato per consigli e suggerimenti generali in merito all'andamento delle attività di studio. Al terzo anno ogni studente ha la possibilità di sostituire il tutor assegnatogli con un diverso docente che lo possa guidare nella scelta dei corsi opzionali a seconda delle proprie inclinazioni. Tutti i docenti dei corsi hanno un orario di ricevimento settimanale per eventuali chiarimenti da parte degli studenti sulla materia insegnata. Il contatto con i professori universitari è improntato su modalità differenti rispetto alla scuola: lo studente dovrà farsi avanti in prima persona se occorre un chiarimento o un consiglio. Se se ne avverte la necessità ci sono sempre tempi e luoghi di contatto sia a lezione sia negli orari di ricevimento. Sul sito web del Corso di Studio, nella sezione tutoring, si potrà consultare l'elenco studenti – docenti tutor.

Esami

Gli insegnamenti del primo semestre prevedono due appelli di esame nella sessione estiva anticipata (febbraio), due appelli nella sessione estiva (giugno-luglio) e due appelli in quella autunnale (settembre). I corsi del secondo semestre prevedono due appelli d'esame nella sessione estiva, due in quella autunnale e due in quella invernale (febbraio). Il calendario degli esami è pubblicato nella sezione apposita del sito web del Corso di Studio. Lo studio universitario ha caratteristiche differenti da quello delle superiori. Le insicurezze collegate alla preparazione personale si attenuano notevolmente dopo aver sostenuto con successo i primi esami. Tuttavia nessun metodo di studio può garantire buoni risultati senza che lo studente ci dedichi tempo e impegno. Si può rendere l'apprendimento più organico, duraturo e appagante, ma nessun sistema può produrre risultati istantanei e senza sforzo.

Valutazione

Il punteggio della prova d'esame, ove presente, è attribuito mediante un voto espresso in trentesimi. La prova di esame sarà valutata secondo i seguenti criteri: Non idoneo: importanti carenze e/o inaccuratezza nella conoscenza e comprensione degli argomenti; limitate capacità di analisi e sintesi. 18-20: conoscenza e comprensione degli argomenti appena sufficiente con possibili imperfezioni;

capacità di analisi sintesi e autonomia di giudizio sufficienti. 21-23: conoscenza e comprensione degli argomenti routinaria; capacità di analisi e sintesi corrette con argomentazione logica coerente. 24-26: discreta conoscenza e comprensione degli argomenti; buone capacità di analisi e sintesi con argomentazioni espresse in modo rigoroso. 27-29: conoscenza e comprensione degli argomenti completa; notevoli capacità di analisi, sintesi. Buona autonomia di giudizio. 30-30L: ottimo livello di conoscenza e comprensione degli argomenti. Notevoli capacità di analisi e di sintesi e di autonomia di giudizio. Argomentazioni espresse in modo originale.

Insegnamenti

L'elenco completo degli insegnamenti erogati è disponibile nella sezione insegnamenti del sito web del Corso di Studio. Gli insegnamenti sono sviluppati con contenuti e con ritmi didattici mirati ad assicurare un adeguato apprendimento in relazione al numero di ore di studio previsto per ciascun insegnamento. La frequenza ai corsi non è obbligatoria, ma la frequenza facilita l'apprendimento della materia. Per quanto riguarda i laboratori, la verifica di profitto avviene sulla base del lavoro svolto in aula, quindi la frequenza risulta necessaria. In caso di comprovata impossibilità a frequentare il laboratorio (per esempio nel caso di studenti lavoratori) possono essere concordate con i docenti responsabili altre forme di accertamento.
Ai fini di aggiornamento professionale e/o di arricchimento culturale o di integrazione curriculare, il Consiglio ogni anno stabilisce un elenco di corsi fruibili da:

- studenti iscritti ad università estere, o ad altre università italiane (previa autorizzazione dell'università frequentata o in attuazione di appositi accordi);
- laureati o soggetti comunque in possesso del titolo di studio previsto per l'immatricolazione ai corsi di laurea dell'Ateneo.

Gli studenti che rientrano nelle tipologie sopra indicate (previa iscrizione al singolo corso) potranno sostenere il relativo esame di profitto e riceverne formale attestazione. Per l'anno accademico 2024/25 saranno fruibili tutti i corsi erogati.
A partire dall'anno accademico 2008/09, gli studenti che vogliano usufruire della norma prevista dall'art. 6 del R.D. 1269/38 (la quale stabilisce che "Lo studente, oltre agli insegnamenti fondamentali ed al numero di insegnamenti complementari obbligatori per il conseguimento della laurea cui aspira, può iscriversi a qualsiasi altro insegnamento complementare del proprio Corso di Laurea e, per ciascun anno, a non più di due insegnamenti di altri corsi di laurea nella stessa Università") dovranno aver conseguito in precedenza almeno 20 CFU nei settori MAT/01-09. Gli interessati dovranno presentare domanda al Coordinatore del Corso di Laurea allegando il proprio piano di studi sul quale il Consiglio di Dipartimento sarà chiamato a dare un parere.

Piani di studio

Entro il mese di novembre, gli studenti iscritti al terzo anno devono presentare al Coordinatore del Corso di Laurea un piano di studio, in cui indicano le proprie scelte relativamente alla parte opzionale del corso di studi. Il Coordinatore del Corso di Laurea sottopone i piani di studio all'approvazione del Consiglio del Dipartimento di Matematica. Gli studenti possono eventualmente apportare modifiche al piano di studio. In tal caso, devono sottoporre un nuovo piano di studio e richiederne l'approvazione.
Sul sito web del Corso di Studio, nella sezione piani di studio, si possono leggere le istruzioni per la compilazione e presentazione del piano di studio. Si ricorda che lo schema di piano di studio riportato sul sito consente di accumulare i crediti necessari per laurearsi con non più di 20 verifiche di profitto (ovvero 19 esami più la parte a scelta del piano di studio) come previsto dal DM 270/04.

Prova finale

La prova finale per il conseguimento della Laurea in Matematica è, di norma, scelta dallo studente tra due tipi di prove, e cioè una tesina o un esame di cultura matematica.

- *Esame di cultura*: questo tipo di prova richiede il superamento di un esame scritto su argomenti di base appresi durante il corso di studi, che metta in risalto la comprensione e la capacità d'uso, da parte dello studente, del carattere interdisciplinare di tali nozioni. Lo svolgimento della prova scritta viene curato dalla commissione di laurea, con la quale lo studente discuterà il proprio elaborato nella seduta di laurea. Per agevolare il compito dello studente che sceglie questo tipo di prova finale, viene fornito un apposito corso di Preparazione all'Esame di Cultura (PEC) che sarà tenuto nel secondo semestre. Questa scelta è particolarmente indicata per chi intende proseguire gli studi con la Laurea Magistrale.
- *Tesina*: questo tipo di prova richiede, da parte dello studente, un adeguato approfondimento di un argomento affine al contenuto di un corso presente nel proprio piano di studi, oppure lo sviluppo di un tema non già coperto da corsi curricolari, ed è consigliato, in particolare, agli studenti che non intendano proseguire gli studi con la laurea magistrale. L'argomento oggetto della tesi deve essere concordato con il docente del corso di riferimento, nonché con un docente scelto dallo studente, che può essere anche lo stesso che ha tenuto il corso e che svolge le funzioni di relatore. L'elaborato prodotto dallo studente viene quindi discusso e valutato nella seduta di laurea.

Dettagli sulle modalità, le regole ed altre informazioni sulla prova finale possono essere trovate nella sezione esame di laurea del sito web del Corso di Studio.
Modalità diverse di prova finale possono essere autorizzate dal Consiglio del Dipartimento di Matematica, sulla base di una richiesta motivata. In particolare, in relazione a obiettivi specifici, possono essere previste attività esterne, come tirocini formativi presso aziende, strutture della pubblica amministrazione e laboratori, eventualmente in ambito internazionale. In ogni caso, lo studente deve realizzare un documento scritto (eventualmente in una lingua diversa dall'italiano) e sostenere una prova orale. La discussione della prova finale avviene in seduta pubblica davanti a una commissione di docenti che esprime la valutazione complessiva in centodecimi eventualmente attribuendo la lode.

Trasferimenti

Gli studenti che si trasferiscono al Corso di Laurea in Matematica provenendo da altri Corsi di Studi possono chiedere il riconoscimento dei crediti relativi ad esami sostenuti nel corso di studi d'origine. Il Consiglio del Dipartimento di Matematica valuterà di volta in volta le singole richieste. Sul sito web del Corso di Studio, nella sezione trasferimenti, si possono leggere le istruzioni per ottenere un parere preventivo su eventuali convalide di esami sostenuti in precedenti corsi di laurea di provenienza. Gli studenti che si trasferiscono da altri corsi di studio devono sostenere il test di valutazione. Per poter essere esonerati dal sostenerlo devono aver maturato crediti del settore MAT nel corso di studio di provenienza. In tal caso, è sufficiente riempire il modulo reperibile sul sito web del Corso di Studio nella pagina della Laurea Triennale alla voce immatricolazioni, che dovrà essere inviato in formato elettronico a `dida@mat.uniroma2.it` e consegnato in versione cartacea, debitamente firmato, presso la segreteria del Corso di Laurea in Matematica (Cristiano Di Meo).

Modalità di erogazione della didattica

La didattica si svolge in **presenza e la frequenza è fortemente consigliata**. Come supporto alla didattica, per la larga maggioranza degli insegnamenti, i docenti sono disponibili ad utilizzare le classi virtuali Teams per scambio di materiale, contatti con gli studenti, ricevimento e altro. Inoltre, alcuni docenti sono anche disponibili, su motivata richiesta degli studenti e subordinatamente alla disponibilità di strumenti adeguati ed efficienti, ad effettuare streaming e/o registrazione delle lezioni. Si ribadisce tuttavia che **lo streaming e/o la registrazione delle lezioni possono essere intesi unicamente come supporto collaterale alla didattica svolta in aula e non possono in alcun modo essere considerati come sostituto sistematico per essa.**

Programmi dei corsi

ALGEBRA 1

1° anno – 2° semestre

8 CFU – settore MAT/02 – 80 ore di lezione in aula – ulteriori 10 ore di tutorato

Docente: I. Damiani (codocente: M. Lanini)

Programma: Insiemi e funzioni. Relazioni di equivalenza e quozienti. Relazioni d'ordine. Combinatoria. Anelli e gruppi: definizioni, esempi, omomorfismi e quozienti. Congruenze e polinomi. Domini di integrità e campi. Domini a ideali principali, euclidei, a fattorizzazione unica. La classificazione dei gruppi abeliani finiti. Il gruppo diedrale; il gruppo simmetrico. Gruppi di trasformazioni.

Obiettivi di apprendimento: L'obbiettivo di Algebra 1 è introdurre alla conoscenza delle strutture fondamentali dell'algebra elementare (equivalenze, relazioni, anelli e gruppi) fornendo gli strumenti per riconoscerle in differenti contesti, per costruire, descrivere e studiare nuovi esempi, per utilizzare questi concetti in tutti i campi della matematica. Questo percorso risulta incompleto senza il successivo corso di Algebra 2.

Modalità di esame: Prova scritta e prova orale.

Bibliografia di riferimento:
G. M. Piacentini Cattaneo: *Algebra (Un approccio algoritmico)*, Zanichelli, 1996
M. Artin: *Algebra*, Bollati Boringhieri, 1997
R. Chirivì, I. Del Corso, R. Dvornicich: *Esercizi scelti di algebra, vol. 1*, Springer, 2018
I. N. Herstein: *(Topics in) Algebra*, John Wiley & Sons, 1975
S. Lang: *Algebra*, Springer, 2002
R. Schoof, B. van Geemen: *Algebra (note)*

Program: Sets and functions. Equivalence relations and quotients. Orderings. Combinatorics. Rings and groups: definitions, examples, homomorphisms and quotients. Congruences and polynomials. Integral domains and fields. Principal ideal domains, Euclidean domains, unique factorization domains. The classification of finite abelian groups. Dihedral groups and symmetric groups. Transformation groups.

Learning objectives: The course of Algebra 1 aims at introducing the students to the fundamental structures of basic algebra (equivalences, relations, rings and groups), providing the knowledge to recognize them in different situations, to construct, describe and study new examples, to use these concepts in all the fields of mathematics. It should be completed with the following course of Algebra 2.

Exam mode: Written and oral exam.

Reference bibliography:
G. M. Piacentini Cattaneo: *Algebra (Un approccio algoritmico)*, Zanichelli, 1996
M. Artin: *Algebra*, Bollati Boringhieri, 1997
R. Chirivì, I. Del Corso, R. Dvornicich: *Esercizi scelti di algebra, vol. 1*, Springer, 2018
I. N. Herstein: *(Topics in) Algebra*, John Wiley & Sons, 1975
S. Lang: *Algebra*, Springer, 2002
R. Schoof, B. van Geemen: *Algebra (note)*

ALGEBRA 2

2° anno – 2° semestre

7 CFU – settore MAT/02 – 70 ore di lezione in aula – ulteriori 10 ore di tutorato

Docente: F. Gavarini

Programma: Il programma comprende orientativamente i seguenti argomenti, che saranno svolti nell'ordine in cui qui di seguito sono elencati: tale lista potrà essere parzialmente modificata (per integrazione o per riduzione) secondo necessità. TEORIA dei GRUPPI: Richiami sulle basi della teoria. Teoremi di Isomorfismo (per gruppi). Automorfismi, automorfismi interni. Azioni di gruppi su insiemi. Risultati di struttura: Teorema di Cauchy; p-gruppi, sottogruppi di Sylow; Teoremi di Sylow. Struttura dei gruppi abeliani finiti e loro classificazione. Gruppi risolubili (eventualmente). TEORIA degli ANELLI: Richiami sulle basi della teoria. Teoremi di Isomorfismo (per anelli). Domini euclidei, domini a ideali principali, domini a fattorizzazione unica. Fattorizzazione in anelli di polinomi. TEORIA dei CAMPI e TEORIA di GALOIS: Caratteristica di un campo. Estensioni di campi. Campi di spezzamento. Estensioni normali e estensioni finite. Campi finiti: esistenza, unicità, struttura. Costruzioni con riga e compasso (eventualmente). Gruppo di Galois di un'estensione; corrispondenza di Galois. Teorema Fondamentale dell'Algebra. Estensioni risolubili per radicali, Teorema di Abel-Ruffini (eventualmente).

Obiettivi di apprendimento: Conseguire una buona conoscenza delle strutture algebriche principali - gruppi, anelli, campi - includendo alcuni risultati di struttura per classi particolari e le relazioni notevoli tra i diversi tipi di struttura algebrica.

Testi consigliati:
G. M. Piacentini Cattaneo: *Algebra, edition Decibel-Zanichelli*, Padova, 1996
G. Campanella: *Appunti di Algebra 1, Appunti di Algebra 2*
I. N. Herstein : *Algebra*, Editori Riuniti University Press, Roma, 2010

Modalità di esame: Prova scritta e prova orale

Program: The program contains the following topics, that will be treated in the same order as they are listed here below: this list might be partially modified (by addition or subtraction) as needed. GROUP THEORY: Reminders of the basics of the theory. Isomorphism Theorems (for groups). Automorphisms, inner automorphisms. Actions of groups on sets. Structure results: Cauchy's Theorem; p-groups, Sylow's subgroups; Sylow's theorems. Structure and classification of finite Abelian groups. Solvable groups (possibly). RING THEORY: Reminders of the basics of the theory. Isomorphism Theorems (for rings). Euclidean domains, principal domains, unique factorization domains. Factorization in rings of polynomials. FIELD THEORY and GALOIS' THEORY: Characteristic of a field. Fields extensions. Splitting fields. Normal extensions and finite extensions. Finite fields: existence, uniqueness, structure. Ruler and compass constructions (possibly). Galois group of an extension; Galois' correspondence. The Fundamental Theorem of Algebra. Extensions solvable by radicals; Theorem of Abel-Ruffini (possibly).

Learning objectives: Achieve a good knowledge of the main algebraic structures - groups, rings, fields - including some structure results for special classes and the relevant relations among different types of algebraic structure (like, for instance, Galois' theory for fields).

Text books:
G. M. Piacentini Cattaneo: *Algebra, edition Decibel-Zanichelli*, Padova, 1996
G. Campanella: *Appunti di Algebra 1, Appunti di Algebra 2*
I. N. Herstein : *Algebra*, Editori Riuniti University Press, Roma, 2010

Exam mode: Written and oral exam.

ALGEBRA 3

3° anno – 1° semestre

6 CFU – settore MAT/02 – 48 ore di lezione in aula

Docente: R. Schoof

Programma: Teoria algebrica dei numeri, campi di numeri, gruppo delle classi, teoremi di Minkowski e Dirichlet, funzioni zeta, teoria di Galois.

Obiettivi di apprendimento: Introdurre lo studente alle nozioni di base della teoria algebrica dei numeri.

Testi consigliati:
R. Schoof: *Algebraic Number Theory, dispense Università di Trento, 1994*

Modalità di esame: Valutazione di Progetto.

Bibliografia di riferimento:
A. Fröhlich and M. Taylor: *Algebraic number theory, Cambridge University Press*, Cambridge, 1991
D. Marcus: *Number fields*, 3rd Ed Springer-Verlag, 1977

Program: Algebraic number theory, algebraic number fields, class groups, theorems of Minkowski and Dirichlet, zeta functions, Galois theory.

Learning objectives: Introduce the students to the basic notions of algebraic number theory.

Text books:
R. Schoof: *Algebraic Number Theory, dispense Università di Trento 1994*

Exam mode: Project Evaluation.

Reference bibliography:
A. Fröhlich and M. Taylor: *Algebraic number theory, Cambridge University Press*, Cambridge, 1991
D. Marcus: *Number fields*, 3rd Ed Springer-Verlag, 1977

ANALISI MATEMATICA 1

1° anno – 1° semestre

9 CFU – settore MAT/05 – 90 ore di lezione in aula – ulteriori 10 ore di tutorato

Docente: E. Callegari (codocente: R. Ghezzi)

Programma: Numeri reali, approccio assiomatico. Numeri naturali e principio di induzione. Numeri interi relativi e numeri razionali. Numerabilità di $\mathbb{Z}$ e $\mathbb{Q}$ e non-numerabilità di $\mathbb{R}$. Topologia della retta reale. Estremo superiore e inferiore. Teorema di Bolzano-Weierstrass. Successioni: limiti di successioni, principali teoremi sui limiti, il numero e. Funzioni reali di una variabile: funzioni elementari, limiti di funzioni e studio di alcuni limiti notevoli, limite superiore e limite inferiore. Insiemi compatti. Proprietà fondamentali delle funzioni continue. Teorema di Weierstrass e teorema dei valori intermedi. Continuità uniforme. Calcolo differenziale: definizione di derivata e prime proprietà. Teoremi di Fermat, di Rolle, di Lagrange e di Cauchy. Teorema di de l'Hopital. Funzioni convesse e loro principali proprietà. Polinomi di Taylor e le loro applicazioni. Successioni ricorsive.

Obiettivi di apprendimento: Il corso si propone di illustrare alcuni concetti base del calcolo in una variabile, con l'esclusione del calcolo integrale. L'obiettivo è quello di rendere lo studente capace di elaborare tali concetti in maniera critica e di acquisire le conoscenze necessarie per risolvere con rigore i problemi proposti.

Testi consigliati:
E. Giusti: *Analisi Matematica 1*, Bollati Boringhieri, 2002
C. Pagani, S. Salsa: *Analisi Matematica 1*, Zanichelli, 2015
L. Chierchia: *Corso di analisi, prima parte*, McGraw-Hill, 2019
E. Callegari, G. Marini: *Esercizi e Quesiti di Analisi Matematica 1*, Esculapio, 2021
G. De Marco: *Analisi 1*, Zanichelli, 1996

Modalità di esame: La prova scritta consiste nella risoluzione di esercizi. La prova scritta può essere sostituita da due prove in itinere (esoneri). Chi ha superato la prova scritta è ammesso alla prova orale, principalmente dedicata alla verifica della conoscenza ed uso di concetti, teoremi, dimostrazioni.

Program: Real numbers: axiomatic approach. Natural numbers and induction. Integer, rational and real numbers. $\mathbb{Z}$ and $\mathbb{Q}$ are countable, $\mathbb{R}$ is not. Topology of the real line, supremum and infimum. Bolzano-Weierstrass Theorem. Sequences, their limits and main results, the number e. Functions of one variable: elementary functions, limits of functions, limsup and liminf. Compact sets. Main properties of continuous functions. The Weierstrass theorem and intermediate value theorem. Uniform continuity. Differential calculus: the notion of derivative and its basic properties. Theorems of Fermat, Rolle, Lagrange and Cauchy. The de l'Hopital theorem. Convex functions and their properties. Taylor polynomials and their applications. Recursive sequences.

Learning objectives: The course is meant to supply the basic concepts of calculus in one variable, with the exception of integral calculus. The goal is to make the student able to elaborate such concepts critically and have the know how to solve rigorously the proposed problems.

Text books: The teacher will supply all necessary material to foreign students.

Exam mode: During the written exam the student should solve various exercises. The written exam can be replaced by two partial exams during the course. The students who have passed the written exam are admitted to the oral exam, mainly devoted to test knowledge and use of concepts, theorems, proofs.

ANALISI MATEMATICA 2

1° anno – 2° semestre

9 CFU – settore MAT/05 – 90 ore di lezione in aula – ulteriori 10 ore di tutorato

Docente: R. Ghezzi (codocente: E. Callegari)

Programma: Numeri complessi. Integrazione secondo Riemann. Teorema fondamentale del calcolo integrale. Metodi di integrazione. Integrali impropri. Serie numeriche reali; criteri di convergenza. Serie a valori complessi. Equazioni differenziali a variabili separabili, equazioni differenziali lineari del primo ordine, equazioni differenziali lineari a coefficienti costanti. Elementi di topologia di $\mathbb{R}^n$. Spazi metrici e normati. Proprietà topologiche, completezza e compattezza. Teorema delle contrazioni. Successioni di funzioni: convergenza puntuale e uniforme; criterio di Cauchy; convergenza uniforme e continuità; teoremi di passaggio al limite sotto segno di integrale e di derivata. Teorema di Ascoli-Arzelà. Serie di funzioni: convergenza puntuale, uniforme e totale. Serie di potenze: insieme di convergenza; teorema di Abel; serie di Taylor e funzioni analitiche.

Obiettivi di apprendimento: Il corso si propone di illustrare alcuni argomenti di base del calcolo differenziale e integrale in una variabile reale, alcuni concetti di topologia generale e le successioni/serie di funzioni.

Testi consigliati:
E. Lanconelli: *Lezioni di Analisi Matematica 1*, Pitagora, 1994
E. Giusti: *Analisi Matematica 1*, Boringhieri, 2002
E. Giusti: *Analisi Matematica 2*, Boringhieri, 2003

Modalità di esame: Prova scritta, prova orale.

Program: Complex numbers. Riemann integral. Fundamental theorem of calculus. Integration methods. Improper integrals. Series of real numbers. Convergence criteria. Series of complex numbers. Differential equiations with seprable variables, linear differential equations of first order, linear differential equations with constant coefficients. Elements of topology in $\mathbb{R}^n$. Metric spaces, normed spaces. Topological properties, completeness, compactness. Contraction lemma. Functions sequences: punctual and convergence, Cauchy's criterion, uniform convergence and continuity, theorems for passing to the limit with derivative and integral, Ascoli-Arzelà theorem. Function series: punctual, uniform and total convergence. Power series, domain of convergence, Abel's Theorem, Taylor's series, analytical functions.

Learning objectives: The course aims at giving a comprehensive description of basic concepts of differential and integral calculus in one real variable, of general topology and aims at treating sequences/series of functions.

Text books:
E. Lanconelli: *Lezioni di Analisi Matematica 1*, Pitagora, 1994
E. Giusti: *Analisi Matematica 1*, Boringhieri, 2002
E. Giusti: *Analisi Matematica 2*, Boringhieri, 2003

Exam mode: Written exam and oral discussion.

ANALISI MATEMATICA 3

2° anno – 1° semestre

10 CFU – settore MAT/05 – 100 ore di lezione in aula – ulteriori 10 ore di tutorato

Docente: L. Damascelli (codocente: J. E. Massetti)

Programma: Calcolo differenziale per funzioni di più variabili reali scalari e vettoriali: derivate parziali e direzionali, differenziabilità e differenziale di una funzione, condizioni necessarie e condizioni sufficienti di differenziabiltà. Gradiente e matrice jacobiana. Differenziale delle funzioni composte. Derivate successive, teorema di Schwarz. Richiami sulle forme bilineari e quadratiche in $\mathbb{R}^n$. Formula di Taylor per funzioni di più variabili con resto in forma di Peano o di Lagrange. Massimi e minimi liberi per funzioni scalari di più variabili, criteri basati sul segno della matrice Hessiana. Curve in $\mathbb{R}^n$, lunghezza di una curva, parametrizzazione naturale. Integrali curvilinei di prima specie o rispetto alla lunghezza d' arco. Cenni sulla curvatura con e senza segno di curve piane e nello spazio. Campi vettoriali, forme differenziali e loro integrali curvilinei di seconda specie. Forme chiuse ed esatte e loro relazioni, insiemi semplicemente connessi, invarianza per omotopia degli integrali curvilinei di forme chiuse. Teorema di Dini della funzioni implicite in due dimensioni. Teorema delle funzioni implicite nel caso generale. Teorema della funzione inversa, invertibilità locale e globale. Introduzione alla nozione di sottovarietà differenziabile in $\mathbb{R}^n$, equivalenza delle diverse definizioni, spazio tangente e normale. Esempi in diverse dimensioni e codimensioni, caso delle 2-superfici in $\mathbb{R}^3$ e $\mathbb{R}^n$. Punti di estremo vincolato di una funzione. Metodo dei moltiplicatori di Lagrange per la ricerca dei punti di estremo vincolato. Definizioni e proprietà generali di misure, funzioni misurabili e integrale rispetto a una misura. Teoremi di convergenza monotona e dominata, lemma di Fatou, integrazione per serie. Misura di Lebesgue in $\mathbb{R}^n$. Calcolo di integrali multipli: teoremi di Fubini-Tonelli, diffeomorfismi e cambio di variabili negli integrali multipli.

Obiettivi di apprendimento: Acquisire conoscenze teoriche di base sul calcolo differenziale in più variabili, curve ed integrali curvilinei, funzioni implicite e estremi vincolati, misura e integrale di Lebesgue, metodi di calcolo di integrali multipli; rendere lo studente capace di elaborare i concetti in maniera critica; sviluppare le competenze computazionali necessarie per risolvere con rigore i problemi proposti.

Testi consigliati: Dispense del corso di Analisi 3 redatte dal docente e disponibili online. Altri testi di consultazione sono elencati nella bibliografia di tali dispense.

Modalità di esame: Prova scritta e orale.

Bibliografia di riferimento:

E. Giusti: *Analisi Matematica 2*, Boringhieri, 2003
C. D. Pagani, S. Salsa: *Analisi Matematica, vol. 2*, Zanichelli, 2016
N. Fusco, P. Marcellini, C. Sbordone: *Lezioni di Analisi Matematica Due*, Zanichelli, 2020
W. Fleming: *Functions of Several Variables*, Springer-Verlag, 1977
W. Rudin: *Principles of mathematical Analysis*, McGraw-Hill, 1976

Program: Differential calculus for scalar and vector valued functions of several real variables: partial and directional derivatives, differentiability and differential of a function, necessary and sufficient conditions for differentiability. Gradient and Jacobian matrix of a map. Differential of a composite function, chain rule for the derivatives. Higher order derivatives, Schwarz Lemma. Review of bilinear and quadratic form in $\mathbb{R}^n$. Taylor formula for functions of several variables, Peano's and Lagrange's remainder. Maxima and minima for functions of several variables, criteria based on the sign of the Hessian matrix. Curves in $\mathbb{R}^n$, length of a curve, natural parametrization. Curvilinear integral of the first kind for scalar functions. Some notions on curvature of planar and space curves. Vector fields, linear differential forms and curvilinear integrals of the second kind. Closed and exact forms, simply connected domains, homotopy invariance for integrals of closed forms. Dini's implicit function theorem for functions of two variables. General Implicit functions theorem. Inverse function theorem, local and global invertibility. Introduction to the notion of an embedded manifold in $\mathbb{R}^n$, equivalence of different definitions, tangent and normal spaces. Examples in different dimensions, in particular (2-)surfaces in $\mathbb{R}^3$ and $\mathbb{R}^n$. Extremum points of a function under constraints and Lagrange multiplier method. Definition of general measures, measurable functions and integrals. Monotone and dominated convergence theorems, Fatou's Lemma, integration of series of functions. Lebesgue measure in $\mathbb{R}^n$. Calculation of multiple integrals: Fubini-Tonelli theorems, diffeomorphisms, change of variables in multiple integrals.

Learning objectives: Learning the basic theoretical concepts on multivariable calculus, curves and line integrals, implicit functions and constrained maxima and minima, Lebesgue measure and (multiple) integral; make the student able to elaborate critically such concepts; develop the necessary computational skills to solve rigorously the proposed problems.

Text books: Notes of the Mathematical Analysis 3 course written by the teacher and available online. Other textbooks are given in the references the aforementioned Notes.

Exam mode: Written and oral exam.

Reference bibliography:
E. Giusti: *Analisi Matematica 2*, Boringhieri, 2003
C. D. Pagani, S. Salsa: *Analisi Matematica, vol. 2*, Zanichelli, 2016
N. Fusco, P. Marcellini, C. Sbordone: *Lezioni di Analisi Matematica Due*, Zanichelli, 2020
W. Fleming: *Functions of Several Variables*, Springer-Verlag, 1977
W. Rudin: *Principles of mathematical Analysis*, McGraw-Hill, 1976

ANALISI MATEMATICA 4

2° anno – 2° semestre

8 CFU – settore MAT/05 – 80 ore di lezione in aula – ulteriori 10 ore di tutorato

Docente: C. Sinestrari (codocente: V. Morinelli)

Programma: Area di una porzione di superficie regolare in $\mathbb{R}^n$ e integrali superficiali. Teorema della divergenza in due e tre variabili. Teorema di Stokes nello spazio tridimensionale. Potenziale vettore. Funzioni periodiche;sviluppi in serie di Fourier; disuguaglianza di Bessel;convergenza puntuale ed uniforme della serie di Fourier. Derivazione e serie di Fourier. Il fenomeno di Gibbs. Spazi di Hilbert, insiemi ortonormali e migliore approssimazione quadratica, sistemi ortonormali completi. Lo spazio L^2, completezza del sistema trigonometrico; serie di Fourier in L^2. Trasformata di Fourier per funzioni di L^1. Teorema di inversione. Teorema della convoluzione. Formula di Plancherel e trasformata in L^2. Teorema di Shannon. Equazioni differenziali ordinarie: richiami sulle equazioni del primo ordine in forma normale. Confronto di soluzioni. Problema di Cauchy per sistemi differenziali del primo ordine in forma normale: teorema di esistenza e unicità di Picard. Lemma di Gronwall. Dipendenza continua dai dati iniziali. Prolungamento di soluzioni e teorema di escursione dai compatti. Sistemi differenziali lineari. Struttura affine dello spazio delle soluzioni. Matrici fondamentali e metodo della variazioni delle costanti arbitrarie. Equazioni differenziali lineari di ordine n. Trasformata di Fourier ed equazioni differenziali. Flusso generato da un campo vettoriale regolare. Classificazione degli equilibri. Stabilità in prima approssimazione. Metodo di Liapunov per l'analisi della stabilità. Applicazione ad alcuni modelli (SIS, SIR, preda-predatore, ecc...)

Obiettivi di apprendimento: Acquisire metodologie teoriche e competenze computazionali su integrali di superficie, serie e trasformata di Fourier, equazioni differenziali ordinarie.

Testi consigliati:
E. Giusti: *Analisi matematica, vol. 2*, Boringhieri, 1983
E. Giusti: *Esercizi e complementi di analisi matematica, vol. 2*, Boringhieri, 2003

Modalità di esame: Prova scritta che prevede la risoluzione di esercizi, sia di tipo teorico che di tipo numerico. Gli esercizi possono coprire tutti gli argomenti presenti nel programma. Per ciascun esercizio è indicato il punteggio corrispondente ad una risoluzione completa. Prova orale nella quale il candidato dimostra di conoscere definizioni, teoremi, le dimostrazioni fondamentali (comunicate in precedenza), ed è in grado di usare le nozioni apprese combinandole se necessario in modo originale. La valutazione complessiva tiene conto di entrambe le prove.

Bibliografia di riferimento:
C. D. Pagani, S. Salsa: *Analisi Matematica 2*, Zanichelli, 2009
W. Fleming: *Functions of Several Variables*, Springer-Verlag, 1977
M. W. Hirsch, S. Smale, R. L. Devaney: *Differential equations, dynamical systems, and introduction to chaos*, Elsevier, 2013

Program: Area of a regular surface portion in $\mathbb{R}^n$ and surface integrals. Divergence theorem in two and three variables. Stokes' theorem in three-dimensional space. Vector potential. Periodic functions. Fourier series expansions. Bessel's inequality. Pointwise and uniform convergence of Fourier series. Derivatives and Fourier series. Gibbs' phenomenon. Hilbert spaces, orthonormal sets and best quadratic approximation. Complete orthonormal systems. L^2 space, completeness of the trigonometric system, Fourier series in L^2. Fourier transform of L^1 functions. Inversion theorem. Convolution theorem. Plancherel formula and Fourier transform in L^2. Shannon's theorem. Ordinary differential equations: first-order equations in normal form. Comparison of solutions. Cauchy problem for first-order differential systems in normal form: Picard's existence and uniqueness theorem. Gronwall's lemma. Continuous dependence on initial data. Extension of solutions and excursion theorem from compact sets. Linear differential systems. Affine structure of the solution space. Fundamental matrices and method of variations of arbitrary constants.

Linear differential equations of order n. Fourier transform and differential equations. Flow generated by a regular vector field. Classification of equilibria. Stability in first approximation. Liapunov's method for stability analysis. Application to some models (e.g., SIS, SIR, Predator-Prey, etc...).

Learning objectives: To acquire theoretical methodologies and computational skills on integration of functions of multiple real variables, surface integrals, Fourier series and Fourier transform, and ordinary differential equations.

Text books:
E. Giusti: *Analisi matematica, vol. 2*, Boringhieri, 1983
E. Giusti: *Esercizi e complementi di analisi matematica, vol. 2*, Boringhieri, 2003

Exam mode: A written test that involves solving exercises, both of a theoretical and computational type. The exercises can cover all the topics present in the program. For each exercise, the corresponding score for a complete solution will be indicated. An oral test in which the candidate must demonstrate knowledge of definitions, theorems, and proofs presented in class, and be able to process and combine them in an original way. The overall assessment will take into account both tests.

Reference bibliography:
C. D. Pagani, S. Salsa: *Analisi Matematica 2*, Zanichelli, 2009
W. Fleming: *Functions of Several Variables*, Springer-Verlag, 1977
M. W. Hirsch, S. Smale, R. L. Devaney: *Differential equations, dynamical systems, and introduction to chaos*, Elsevier, 2013

ANALISI MATEMATICA 5

3° anno – 2° semestre

6 CFU – settore MAT/05 – 48 ore di lezione in aula

Docente: J. E. Massetti

Programma: Esempi di problemi di calcolo delle variazioni. Minimizzazione di un funzionale integrale ove la funzione dipende dal tempo, dalla funzione da minimizzare e dalla sua derivata. Problemi di tipo isoperimetrico. Calcolo delle variazioni per funzioni assolutamente continue. Curve di minima lunghezza. Principio di Hamilton, Variazione prima e variazione seconda, Dalle Equazioni di Eulero Lagrange all'invariante integrale di Poincaré-Cartan, Teorema del passo montano e alcune delle sue applicazioni. Il programma è di massima e può subire alcune variazioni.

Obiettivi di apprendimento: Introdurre lo studente alle conoscenze di base del Calcolo delle Variazioni e far acquisire metodologie teoriche e competenze computazionali per trattare problemi di minimizzazione in alcuni problemi variazionali in $\mathbb{R}^n$.

Modalità di esame: Prova orale.

Bibliografia di riferimento:
Van Brunt: *The calculus of variations*, Springer, 2004
L.C. Evans: *Mathematical Methods for Dynamic Optimization, Lecture notes*, Berkley, 2021
M.W. Hirsch, S. Smale, R. L. Devaney: *Differential equations, dynamical systems, and introduction to chaos*, Elsevier, 2013

Program: Examples of variational problems from physics and geometry, minimization of a functional, absolute continuous functions, curves of minimal length, isoperimetric problems, From Euler-Lagrange equations to the Poincaré-Cartan integral invariant, Hamilton principle, first and second variation, mountain pass lemma and applications.

Learning objectives: Get the basics of Calculus of Variations and dynamic optimization. To acquire theoretical methodologies and computational skills to treat minimizing problems in appropriate variational problems in $\mathbb{R}^n$.

Exam mode: Oral exam.

Reference bibliography:
Van Brunt: *The calculus of variations*, Springer, 2004
L.C. Evans: *Mathematical Methods for Dynamic Optimization, Lecture notes*, Berkley, 2021
M.W. Hirsch, S. Smale, R. L. Devaney: *Differential equations, dynamical systems, and introduction to chaos*, Elsevier, 2013

ANALISI MATEMATICA 6

3° anno – 2° semestre

6 CFU – settore MAT/05 – 48 ore di lezione in aula

Docente: L. Giorgetti

Programma: Spazi topologici. Spazi vettoriali topologici e topologie deboli. Spazi Normati. Cenni di teoria dell'integrazione alla Lebesgue. Spazi di Hilbert e operatori. Teoria spettrale per operatori su spazi di Hilbert. Cenni alla teoria della C^*-algebre e delle algebre di von Neumann. Applicazioni alla Meccanica Quantistica.

Obiettivi di apprendimento: Scopo del corso è l'approfondimento delle conoscenze di analisi matematica necessarie alla formulazione concettualmente chiara di teorie fisiche e dei problemi matematici ad esse connessi, con particolare attenzione alla formulazione dei fondamenti matematici della meccanica quantistica.

Testi consigliati:
M. Reed, B. Simon: *Methods of Modern Mathematical Physics I-II*, Springer, 1980-1981
B. C. Hall: *Quantum Theory for Mathematicians*, Springer, 2013
G. K. Pedersen: *Analysis Now, GTM*, Springer, 2012
A. N. Kolmogorov, S. V. Fomin: *Elementi di Teoria delle Funzioni e di Analisi Funzionale*, Editori Riuniti, 2012
W. Rudin: *Principles of Mathematical Analysis*, McGraw-Hill, 2015
Note del corso

Modalità di esame: Prova orale.

Program: Topological spaces. Topological vector spaces and weak topologies. Normed Spaces. Basics of Lebesgue integration theory. Hilbert spaces and operators. Spectral theory for operators on Hilbert spaces. Basics of C^* and von Neumann algebras. Applications to Quantum Mechanics.

Learning objectives: The aim of the course is to deepen the mathematical analysis knowledege necessary for the conceptually clear formulation of physical theories and related mathematical problems, with particular attention to the formulation of the mathematical foundations of quantum mechanics.

Text books:
M. Reed, B. Simon: *Methods of Modern Mathematical Physics I-II*, Springer, 1980-1981
B. C. Hall: *Quantum Theory for Mathematicians*, Springer, 2013
G. K. Pedersen: *Analysis Now, GTM*, Springer, 2012
A. N. Kolmogorov, S. V. Fomin: *Elementi di Teoria delle Funzioni e di Analisi Funzionale*, Editori Riuniti, 2012
W. Rudin: *Principles of Mathematical Analysis*, McGraw-Hill, 2015
Course notes

Exam mode: Oral exam.

ANALISI NUMERICA 1

3° anno – 1° semestre

8 CFU – settore MAT/08 – 80 ore di lezione in aula – ulteriori 10 ore di tutorato

Docente: C. Manni

Programma: Il corso illustra i principi della traduzione di modelli matematici in problemi aritmetici risolubili con mezzi automatici. Aritmetica in virgola mobile e analisi dell'errore. Algebra lineare numerica: metodi diretti e metodi iterativi per sistemi lineari. Approssimazione di soluzioni di equazioni non lineari. Approssimazione e interpolazione polinomiale e splines. Integrazione numerica. Cenni al trattamento numerico di equazioni differenziali ordinarie. Fondamenti di programmazione in MATLAB con particolare riguardo all'uso delle strutture vettoriali.

Obiettivi di apprendimento: L'insegnamento si propone di fornire le conoscenza di base delle problematiche numeriche legate alla risoluzione di problemi matematici tramite un eleboratore elettronico digitale e di fornire le basi per la programmazione di algoritmi matematici attraverso il linguaggio MATLAB. Al termine dell'insegnamento, lo studente conoscerà i metodi numerici più elementari per l'agebra lineare numerica e l'approssimazione di dati e funzioni, sarà in grado di individuare le possibili fonti di errore nell'utilizzo di algoritmi numerici per l'approssimazione di semplici problemi matematici e di interpretare i risultati ottenuti mediante la programmazione di algoritmi relativi tramite l'utilizzo di un eleboratore elettronico digitale.

Testi consigliati:
D. Bini, M. Capovani, O. Menchi: *Metodi Numerici per l'Algebra Lineare*, Zanichelli, 1988
A. Quarteroni, R. Sacco, F. Saleri: *Matematica Numerica*, Springer, 2008

Modalità di esame: È prevista un'unica verbalizzazione per Analisi Numerica 1 e Laboratorio di Calcolo 2.

Per la parte di Analisi Numerica 1 la valutazione dello studente prevede una prova scritta ed una prova orale. La prova scritta è propedeutica alla prova orale. In essa vengono proposti esercizi concernenti la risoluzione di semplici problemi numerici tramite i metodi studiati. Lo studente dovrà dimostrare di saper riconoscere gli ambiti di applicabilità dei metodi e delle procedure descritte a lezione e applicare gli stessi al fine di risolvere e modellizzare semplici problemi. Nella prova orale lo studente dovrà dimostrare di saper illustrare, sia in modo sintetico, che analitico, e con proprietà di linguaggio i fondamenti matematici dei metodi numerici presentati a lezione.

Il Laboratorio di Calcolo 2 prevede una prova di laboratorio.

Il punteggio della prova d'esame è attribuito mediante un voto espresso in trentesimi risultato della media pesata delle votazioni ottenute per i 2 moduli.

Program: The course illustrates the principles of translating mathematical models into arithmetic problems solved by automatic means. Floating point arithmetic and error analysis. Numerical linear algebra: direct methods and iterative methods for linear systems. Approximation of solutions of non-linear equations. Polynomial and splines approximation and interpolation. Numerical integration. Outlines on the numerical treatment of ordinary differential equations. Basics of programming in MATLAB with particular regard to the use of vectorial structures.

Learning objectives: The course aims to provide the basic knowledge of numerical issues related to the resolution of mathematical problems through a digital computer and to provide the basis for the programming of mathematical algorithms through the MATLAB language. At the end of the course, the student will know the most basic numerical methods for the numerical linear algebra and the approximation of data and functions, he/she will be able to identify the possible sources of error in the use of numerical algorithms for the approximation of simple mathematical problems and to interpret the results obtained by programming relative algorithms using a digital computer.

Text books:
D. Bini, M. Capovani, O. Menchi: *Metodi Numerici per l'Algebra Lineare*, Zanichelli, 1988
A. Quarteroni, R. Sacco, F. Saleri: *Matematica Numerica*, Springer, 2008

Exam mode: For the part of Numerical Analysis 1 the student's assessment includes a written exam and an oral exam. The written exam is preparatory to the oral exam. It contains exercises concerning the resolution of simple numerical problems through the studied methods. The student has to prove to be able to recognize the range of applicability of the methods and procedures described in the course and to apply the same in order to solve and model simple problems. In the oral exam the student has to prove to be able to illustrate with a proper language, both synthetically and analytically, the mathematical foundations of the numerical methods presented in class.

The Calculation 2 laboratory consists in a laboratory test.

The exam test score is given by a mark expressed in thirtieths obtained by the weighted average of the single marks obtained in the two parts.

ANALISI NUMERICA 2

3° anno – 2° semestre

6 CFU – settore MAT/08 – 48 ore di lezione in aula

Docente: C. Di Fiore (codocente: D. Bertaccini)

Programma: Algebre di matrici di bassa complessità computazionale, metodi iterativi quasi-Newton per la minimizzazione di funzioni, metodi di tipo gradiente coniugato e tecniche di precondizionamento per sistemi lineari di grandi dimensioni, il caso delle matrici di Toeplitz, migliore approssimazione di una matrice e/o formule di dislocamento in algebre di bassa complessità. Funzioni di matrici.

Obiettivi di apprendimento: Il corso si propone di sviluppare competenze e conoscenze in vari settori della Laurea in Matematica, garantendo agli iscritti alla Laurea in Matematica possibilità di approfondimento sia degli aspetti teorici di questa disciplina che delle sue applicazioni. Oltre ad avere una conoscenza sia degli aspetti disciplinari sia di quelli metodologici della matematica, gli studenti del corso devono essere in grado di esprimere le proprie conoscenze in contesti professionali sia specifici sia interdisciplinari e devono essere capaci di orientarsi nella consultazione della letteratura. Potranno, a seconda delle proprie inclinazioni e preferenze, proseguire negli studi magistrali in discipline matematiche o inserirsi nel mondo del lavoro, sia utilizzando le specifiche competenze acquisite che valorizzando le proprie capacità di flessibilità mentale e di collaborazione con altri esperti, perfettamente in linea con gli obiettivi formativi del corso di laurea in Matematica.

Testi consigliati:
D. Bertaccini, C. Di Fiore, P. Zellini: *Complessità e iterazione numerica. Percorsi, matrici e algoritmi veloci nel calcolo numerico*, Bollati Boringhieri, 2013
Appunti dei docenti e di ex-studenti

Modalità di esame: Prova orale.

Bibliografia di riferimento:
D. Bertaccini, C. Di Fiore, P. Zellini: *Complessità e iterazione numerica. Percorsi, matrici e algoritmi veloci nel calcolo numerico*, Bollati Boringhieri, 2013
J. E. Dennis Jr., R. B. Schnabel: *Numerical Methods for Unconstrained Optimization and Nonlinear Equations*, SIAM, 1983
J. Nocedal, S. Wright: *Numerical Optimization*, Springer, 2006
D. Bertaccini, F. Durastante: *Iterative Methods and Preconditioning for Large and Sparse Linear Systems with Applications*, Taylor & Francis, 2018
N. J. Higham: *Functions of Matrices*, SIAM, 2008
Note sui siti dei docenti
Un libro di Matematica Numerica di livello base

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

Program: Matrix algebras of low computational complexity, iterative quasi-Newton methods for functions minimization, conjugate gradient type methods and preconditioning techniques for large dimension linear systems, the case of Toeplitz matrices, best approximation of a matrix and/or displacement formulas in low complexity matrix algebras. Function of matrices.

Learning objectives: The course aims to develop skills and knowledge in various fields of the Degree in Mathematics, guaranteeing students enrolled in the Laurea in Mathematics the possibility of deepening both the theoretical aspects of this discipline and its applications. In addition, they will gain a knowledge of both the disciplinary and methodological aspects of mathematics, the students of the course must be able to express their knowledge in both specific and interdisciplinary professional contexts and must be able to orient themselves in the literature consultation. Depending on their inclinations and preferences, they will be able to continue their master's studies in mathematical disciplines or begin working, using specific skills acquired and enhancing mental flexibility and collaboration skills with other experts, perfectly in line with the educational objectives of the degree course in Mathematics.

Text books:
D. Bertaccini, C. Di Fiore, P. Zellini: *Complessità e iterazione numerica. Percorsi, matrici e algoritmi veloci nel calcolo numerico*, Bollati Boringhieri, 2013
Notes from teachers and former students

Exam mode: Oral exam.

Reference bibliography:
D. Bertaccini, C. Di Fiore, P. Zellini: *Complessità e iterazione numerica. Percorsi, matrici e algoritmi veloci nel calcolo numerico*, Bollati Boringhieri, 2013
J. E. Dennis Jr., R. B. Schnabel: *Numerical Methods for Unconstrained Optimization and Nonlinear Equations*, SIAM, 1983
J. Nocedal, S. Wright: *Numerical Optimization*, Springer, 2006
D. Bertaccini, F. Durastante: *Iterative Methods and Preconditioning for Large and Sparse Linear Systems with Applications*, Taylor & Francis, 2018
N. J. Higham: *Functions of Matrices*, SIAM, 2008
Notes on teachers' websites
An entry-level book of Numerical Mathematics

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

ANALISI REALE E COMPLESSA

3° anno – 1° semestre

8 CFU – settore MAT/05 – 80 ore di lezione in aula

Docente: R. Peirone (codocente: F. Bracci)

Programma: Complementi di teoria della misura di Lebesgue. Serie di Fourier e forse trasformata di Fourier. Spazi di Hilbert, spazi L^p. Funzioni olomorfe e loro principali proprietà. In particolare equazioni di Cauchy-Riemann, teorema di Cauchy, formula integrale di Cauchy e sue conseguenze, teoria locale delle funzioni olomorfe, punti singolari delle funzioni olomorfe teorema dei residui e applicazioni al calcolo degli integrali.

Obiettivi di apprendimento: Introdurre lo studente agli argomenti di base dell'analisi reale e complessa.

Testi consigliati:
P. Cannarsa, T. D'Aprile: *Introduzione alla teoria della misura e all'analisi funzionale*, Springer-Verlag, 2008
E. Giusti: *Analisi Matematica 2*, Bollati Boringhieri, 2003
D. Sarason: *Notes on complex function theory*, A.M.S., 2007
H. Cartan: *Elementary theory of analytic functions of one and several variables*, Dover Public., 1995
C. Rea: *Dispense di Analisi reale e complessa*, dispense disponibili online

Modalità di esame: Prova scritta e orale.

Program: Complements of the theory of Lebesgue measure. Fourier series and possibly Fourier transform. Hilbert spaces, L^p spaces. Holomorphic functions and main properties. In particular, Cauchy-Riemann equations, Cauchy theorem, Cauchy integral formula and its consequences, the local theory of holomorphic functions, singular points, the residue theorem and applications to integrals computations.

Learning objectives: Getting the basic knowledge of real and complex analysis.

Text books:
P. Cannarsa, T. D'Aprile: *Introduzione alla teoria della misura e all'analisi funzionale*, Springer-Verlag, 2008
E. Giusti: *Analisi Matematica 2*, Bollati Boringhieri, 2003
D. Sarason: *Notes on complex function theory*, A.M.S., 2007
H. Cartan: *Elementary theory of analytic functions of one and several variables*, Dover Public., 1995
C. Rea: *Dispense di Analisi reale e complessa*, handouts available online

Exam mode: Written and oral exam.

CRITTOGRAFIA

3° anno – 1° semestre

6 CFU – settore MAT/03 – 48 ore di lezione in aula

Docente: G. Codogni

Programma: Studieremo gli algoritmi più utilizzati in crittografia, in particolare: algoritmi simmetrici, in particolare Advanced Encryption Standard (AES); funzioni di hash; algoritmi asimmetrici basati su RSA, logaritmo discreto su campi finiti e su curve ellittiche. Seguiremo principalmente il testo di Stinson e Paterson citato nella bibliografia.

Se il tempo lo permette, approfondiremo alcuni dei segunti argomenti: test di primalità e fattorizzazione di numeri interi, curve ellittiche, crittografia omomorfa, crittografia post-quantistica basata su codici, reticoli e isogenie.

Obiettivi di apprendimento: Capire come problemi matematici computazionalmente difficili possono garantire la sicurezza dei protocolli crittografici. Approfondire lo studio dell'Algebra.

Testi consigliati:
D. R. Stinson, M. Paterson: *Cryptography, Theory and Practice*, Chapman and Hall/CRC, 2018

Modalità di esame: Agli studenti che frequentano il corso verrà chiesto di consegnare settimanalmente o bi-settimanalmente degli esercizi. Alcuni esercizi verranno svolti alla lavagna dagli studenti stessi. Alla fine del corso gli studenti prepareranno una presentazione su un argomento concordato con il docente. Per gli studenti non frequentanti l'esame sarà orale e verterà su tutto il programma svolto e gli esercizi assegnati.

Bibliografia di riferimento:
W. M. Baldoni, C. Ciliberto, G. M. Piacentini Cattaneo: *Aritmetica, crittografia e codici*, Collana: UNITEXT, Springer, 2006
L. Washington: *Elliptic Curves: Number Theory and Cryptography*, Taylor & Francis Ltd, 2008
D. Hans, K. Helmut: *Introduction to Crypotography, 3rd Edition*, Springer, 2015
A. Laniguasco, A. Zaccagnini: *Manuale di Crittografia*, Hoepli, 2015
S. Vaudenay: *A classical introduction to cryptography*, Springer, 2006

Program: We will study the most common cryptographic algorithms, such as: - symmetric cryptography algorithms, such as Advanced Encryption Standard (AES) - hash functions - asymmetric algorithms, such as the ones based on RSA, discrete logarithms on finite fields and elliptic curves.

We will mainly follow the textbook by Stinson and Paterson quoted in the bibliography.

If we will have time, we can cover in details some of the following topics: primality tests and integers factorization, elliptic curves, omorphic encryption, post-quantum cryptography: codes based, lattice based and isogeny based cryptography.

Learning objectives: Understand how computationally-hard mathematical problems can gurantees the security of cryptographic protocols. Study some advanced algebra.

Text books:
D. R. Stinson, M. Paterson: *Cryptography, Theory and Practice*, Chapman and Hall/CRC, 2018

Exam mode: Students attending the course will be asked to solve an exercise sheet every one or two weeks. Some exercises will be solved at the blackboard by the students. At the end of the course, students will give a presentation on a topic agreed upon with the lecturer. The exam for students not attending the course will be oral. It will cover all the syllabus as well as the exercise sheets.

Reference bibliography:
W. M. Baldoni, C. Ciliberto, G. M. Piacentini Cattaneo: *Aritmetica, crittografia e codici*, Collana: UNITEXT, Springer, 2006
L. Washington: *Elliptic Curves: Number Theory and Cryptography*, Taylor & Francis Ltd, 2008
D. Hans, K. Helmut: *Introduction to Crypotography, 3rd Edition*, Springer, 2015
A. Laniguasco, A. Zaccagnini: *Manuale di Crittografia*, Hoepli, 2015
S. Vaudenay: *A classical introduction to cryptography*, Springer, 2006

FISICA 1

2° anno – 1° semestre

9 CFU – settore FIS/01 – 90 ore di lezione in aula

Docente: A. Moleti

Programma: Campi scalari e vettoriali. Cinematica. Dinamica del punto materiale e dei sistemi di punti. Moti relativi, forze fittizie. Relatività ristretta. Conservazione della quantità di moto e del momento angolare. Teorema delle forze vive. Forze conservative, conservazione dell'energia. Forze viscosità. Statica dei fluidi, dinamica dei fluidi, teorema di Bernoulli, calore e temperatura. termodinamica. Trasformazioni reversibili e irreversibili. Primo principio della termodinamica. Secondo principio della termodinamica. Entropia.

Obiettivi di apprendimento: Sviluppare conoscenze di meccanica e termodinamica e la capacità di applicarle all'analisi di semplici problemi.

Testi consigliati:
P. Mazzoldi, M. Nigro, C. Voci: *Fisica, vol. 1*, Edises, 2000

Modalità di esame: Test in itinere: soluzione di problemi di esame su una parte del programma.
Esame scritto: soluzione di problemi di esame su tutto il programma.
Esame orale: sintetica illustrazione di argomenti specifici con l'ausilio di semplici dimostrazioni analitiche e/o argomentazioni euristiche.

Program: Scalar and vector fields. Kinematics. Dynamics of the point mass and of the systems of masses. Relative motion, apparent forces. Special relativity conservation of momentum and of the angular momentum. Theorem of work and kinetic energy. Conservative forces, conservation of energy. Fundamental forces gravitation, Kepler's laws electromagnetic forces, elastic forces, friction, viscosity fluid statics fluid dynamics, Bernoulli's theorem heat and temperature thermodynamics. Reversible and irreversible transformations. First principle of thermodynamics. Second principle of thermodynamics. Entropy.

Learning objectives: Developing knowledge about mechanics and thermodynamics and applicative skills to the analysis of simple problems.

Text books:
P. Mazzoldi, M. Nigro, C. Voci: *Fisica, vol. 1*, Edises, 2000

Exam mode: Written, oral and "in itinere" evaluation.

FISICA 2

3° anno – 1° semestre

7 CFU – settore FIS/01 – 70 ore di lezione in aula

Docente: F. Archilli

Programma: Forza di Coulomb - campo elettrico e potenziale elettrostatico - teorema di Gauss - conduttori in equilibrio elettrostatico - condensatori e dielettrici - corrente elettrica e resistenza - legge di Ohm - resistori in serie e parallelo - leggi di Kirchoff per i circuiti elettrici - carica e scarica di un condensatore - campo magnetico - forza magnetica su una carica in movimento - moto di una particella carica in campo magnetico - seconda legge elementare di Laplace - principio di equivalenza di Ampère - campi magnetico prodotto da una corrente e prima formula elementare di Laplace - teorema della circuitazione di Ampère e sue applicazioni - solenoide ideale - equazioni per B nel vuoto e nel caso stazionario - potenziale vettore A - legge di Faraday dell'induzione elettromagnetica - autoinduzione - il circuito RL - mutua induzione - circuito oscillante LC e RLC serie - corrente di spostamento e legge di Ampère-Maxwell - equazione delle onde e.m. - la doppia natura della luce: onda e corpuscolo - esperimento di Young e effetto fotoelettrico - Il principio di Huygens - riflessione e rifrazione della luce - la legge di Snell - interferenza di onde e.m. - interferenza da due fenditure e da N fenditure - diffrazione da una fenditura, reticolo di diffrazione.

Obiettivi di apprendimento: Il corso si prefigge di fornire i concetti base dell'elettromagnetismo classico e dell'ottica fisica e la capacità di risolvere semplici problemi sull'argomento.

Testi consigliati:
P. Mazzoldi, M. Nigro, C. Voci: *Fisica II*, Edises, 2008

Modalità di esame: esame consiste in una prova scritta seguita da una prova orale. Nella prova scritta, lo studente deve risolvere alcuni semplici problemi inerenti il programma mentre all'orale, dovrà rispondere ad alcune domande di teoria. Durante il corso sono previste due prove scritte che, se superate, consentono di accedere direttamente alla prova orale.

Program: Coulomb interaction - electric field and electrostatic potential - Gauss theorem - conductors in electrostatic equilibrium - capacitors and dielectrics - electric current and resistance - Ohm's law - series and parallel resistors - Kirchoff's laws for electric circuits - charge and discharge of a capacitor - magnetic field - magnetic force on a moving charge - motion of a charged particle in a magnetic field - second elementary law of Laplace - Ampère equivalence theorem - magnetic fields generated by a current and first elementary Laplace formula - Ampère's circuital law and its applications - ideal solenoid - equations for B in vacuum and in the stationary case - vector potential A - Faraday's law of induction - self inductance - RL circuit - mutual inductance - oscillating circuit LC and RLC series - displacement current and Ampère-Maxwell's shift law - e.m. wave equation - the double nature of light: wave and particle - Young's experiment and photoelectric effect - Huygens' principle - light reflection and refraction - Snell's law - wave interference - interference from two slits and from N slits - diffraction from a finite slit - diffraction grating.

Learning objectives: The course aims to provide the basic concepts of classical electromagnetism and physical optics and the ability to solve simple problems on the subject.

Text books:
P. Mazzoldi, M. Nigro, C. Voci: *Fisica II*, Edises, 2008

Exam mode: The exam consists of a written test followed by an oral question. In the written test, the student must solve some simple problems relating to the program while in the oral test, he will have to answer some theory questions. During the course there are two written tests which, if passed, allow direct access to the oral test.

FISICA MATEMATICA 1

2° anno – 2° semestre

8 CFU – settore MAT/07 – 80 ore di lezione in aula

Docente: C. Liverani (codocente: R. L. Greenblatt)

Programma: Studio qualitativo delle equazioni differenziali ordinarie. Moti unidimensionali: trattazione del caso conservativo e di quello dissipativo. Punti di equilibrio e stabilità. La meccanica celeste come ulteriore esempio di introduzione di modelli matematici di fenomeni naturali. Moti centrali. Legge di gravitazione universale. Moti relativi. Forze apparenti in sistemi non inerziali. Generalità sui sistemi meccanici. Equazioni cardinali. Corpo rigido: cinematica e dinamica. Sistemi vincolati. Vincoli ideali, principio di D'Alembert. Equazioni di Lagrange. Costanti del moto per sistemi Lagrangiani. Formulazione variazionale della meccanica Lagrangiana. Introduzione alla meccanica Hamiltoniana. Parentesi di Poisson. Teoremi di Liouville per il flusso Hamiltoniano e (in cenni) a proposito dei sistemi integrabili.

Obiettivi di apprendimento: Acquisizione della capacità di modellizzare e analizzare rigorosamente i fenomeni, con particolare attenzione ai fenomeni descrivibili attraverso la meccanica classica.

Testi consigliati: Il materiale è reperibile in tutti i testi standard. Inoltre durante il corso verranno messe a disposizione delle note.

Modalità di esame: Prova scritta e orale.

Bibliografia di riferimento:
L. D. Landau, E. M. Lifsits.: *Fisica Teorica 1. Meccanica*, Editori Riuniti, 1976
V. I. Arnold: *Metodi matematici della meccanica classica*, Editori Riuniti, 1979
G. Gallavotti: *Meccanica Elementare*, Bollati-Boringhieri, 1980
E. Olivieri: *Meccanica razionale*, Aracne, 1992

Program: Qualitative analysis of the ordinary differential equations. One degree of freedom dynamics: study of both systems with conservative forces and those including frictions. Equilibrium points and stability in their neighborhoods. Celestial Mechanics as a further example of introduction of mathematical models to describe natural phenomena. Motion of a point-mass subject to a central field. Gravitation law. Motion in a moving coordinate system. Inertial forces and Coriolis force. Newtonian mechanics for systems with n particles. Rigid body: kinematics and dynamics. Holonomic and ideal constraints. D'Alembert's principle. Lagrange's equations. Constants of motion for Lagrangian systems. Variational formulation of Lagrangian mechanics.

Introduction to Hamiltonian mechanics. Poisson brackets. Liouville's theorems: invariance of the phase space volume under the Hamiltonian flow and characterization of the integrable systems.

Learning objectives: The ability to model and study rigorously natural phenomena. With a special emphasis on phenomena relating to classical mechanics.

Text books: The material is available in all standard texts. In addition, notes will be made available during the course.

Exam mode: Written and oral exam.

Reference bibliography:
L. D. Landau, E. M. Lifsits.: *Fisica Teorica 1. Meccanica*, Editori Riuniti, 1976
V. I. Arnold: *Metodi matematici della meccanica classica*, Editori Riuniti, 1979
G. Gallavotti: *Meccanica Elementare*, Bollati-Boringhieri, 1980
E. Olivieri: *Meccanica razionale*, Aracne, 1992

FISICA MATEMATICA 2

3° anno – 2° semestre

8 CFU – settore MAT/07 – 80 ore di lezione in aula

Docente: A. Pizzo (codocente: R. L. Greenblatt)

Programma: L'equazione di diffusione: generalità. Questioni di unicità. Il principio di massimo. La soluzione fondamentale. Passeggiata aleatoria simmetrica e moto Browniano. Diffusione con trasporto e reazione. Il problema di Cauchy globale. Equazione di Laplace: Generalità. Funzioni armoniche nel discreto e nel continuo, proprietà di media e principio di massimo. Formula di Poisson. Diseguaglianza di Harnack e Teorema di Liouville. Soluzione fondamentale e funzione di Green. Formule di rappresentazione di Green. Cenni al problema esterno. Equazioni del primo ordine: Equazione lineare del trasporto. Modelli non lineari e metodo delle caratteristiche. Onde di shock e condizione di Rankine-Hugoniot. Problema dell'unicità e cenni alla condizione di entropia. Trasformata di Fourier. Formula di inversione. Teorema di Plancherel. Applicazioni alla soluzione di equazioni alle derivate parziali. Equazione delle onde: Corda vibrante. Formula di D'Alembert. Effetti di dissipazione e dispersione. Pacchetti d'onda e velocità di gruppo. Equazione delle onde in più di una dimensione. Soluzione fondamentale in 3 dimensioni. Formula di Kirchoff.

Obiettivi di apprendimento: Conoscenza delle equazioni classiche della fisica matematica.

Testi consigliati:
S. Salsa: *Equazioni a derivate parziali*, Springer-Verlag, 2016

Modalità di esame: L'esame consiste in una prova scritta con svolgimento di esercizi e una prova orale che si sviluppa partendo da risposte scritte a domande su alcuni argomenti della teoria.

Program: Diffusion equation: main features. Uniqueness of the solution. Maximum principle. Fundamental solution. Symmetric random walk and Brownian motion. Reaction diffusion equation, drift-diffusion equation. Cauchy problem and global existence of the solution. Laplace equation: main features. Harmonic functions on a lattice and on the continuum, the mean value property and the maximum principle. Poisson formula. Harnack inequality and Liouville theorem. Fundamental solution and Green function. Green's representation theorem. Introduction to the external problem. First order differential equation: Linear transport equation. Nonlinear models and method of characteristics. Shock waves and Rankine-Hugoniot condition. Uniqueness problems and introduction to entropy conditions. Fourier transform. Inverse formula. Plancherel theorem. Application to solving partial differential equations. Wave equations: Vibrating string. D'Alembert formula. Dissipation and dispersion. Wave packets and group velocity. Wave equations in more than one dimension. Fundamental solution in 3 dimensions. Kirchoff formula.

Learning objectives: The course provides basic knowledge of the classical equations of mathematical physics.

Text books:
S. Salsa: *Equazioni a derivate parziali*, Springer-Verlag, 2016

Exam mode: The exam consists of: 1) a written test where the student is asked to solve exercises; 2) an oral exam starting with the answers to some written questions on the theory.

FONDAMENTI DI PROGRAMMAZIONE: METODI EVOLUTI

3° anno – 2° semestre

6 CFU – settore INF/01 – 48 ore di lezione in aula

Docente: E. Nardelli

Programma: Oggetti e loro caratteristiche. L'interfaccia di una classe. Invarianti e altri elementi di logica. Creazione di oggetti. Assegnazione, riferimento e struttura degli oggetti. Strutture di controllo. Astrazione. Modello dinamico. Ereditarietà e genericità. Ricorsione. Ereditarietà multipla. Programmazione guidata dagli eventi ed agenti.

Obiettivi di apprendimento: L'insegnamento si propone di fornire agli studenti gli elementi fondamentali per padroneggiare la programmazione informatica in modo professionale.

Testi consigliati:
B. Meyer: *Touch of Class: Learning to Program Well with Objects and Contracts*, Springer, 2009

Modalità di esame: Prova scritta con: domande con risposta a scelta multipla sul linguaggio Eiffel; esercizi di programmazione in Eiffel; esercizi di progettazione in Eiffel. Discussione orale.

Program: Objects and their properties. Classes and interfaces. Invariants and element of logics. Creation, assignment, reference. Control structures. Abstraction. Dynamic model. Inheritance and genericity. Recursion. Multiple inheritance. Event-drive programming and agents.

Learning objectives: This module aims at providing to students the fundamental concepts needed to program computers in a professional way.

Text books:
B. Meyer: *Touch of Class: Learning to Program Well with Objects and Contracts*, Springer, 2009

Exam mode: Written exam with: - questions on Eiffel with multiple choice answers - programming exercises in Eiffel - design exercises in Eiffel. Oral discussion.

GEOMETRIA 1

1° anno – 1° semestre

10 CFU – settore MAT/03 – 100 ore di lezione in aula

Docente: L. Arosio (codocente: S. Scaramuccia)

Programma: Elementi di teoria degli insiemi e di algebra. Insiemistica di base, prodotto cartesiano di insiemi. Applicazioni iniettive, suriettive, biiettive. Relazione di equivalenza su un insieme, classi di equivalenza, insieme quoziente. Nozione di gruppo e di sottogruppo. Nozione di campo. Il campo complesso. Piano di Argand-Gauss. Potenze di un numero complesso: formule di De Moivre. Enunciato del teorema fondamentale dell'Algebra (senza dimostrazione). Introduzione all'Algebra Lineare. Spazi vettoriali e sottospazi. Spazio vettoriale prodotto. Indipendenza lineare di vettori e sistemi di generatori. Teorema di Steinitz. Basi. Dimensione di uno spazio vettoriale. Formula di Grassmann per sottospazi vettoriali. Coordinate di un vettore rispetto ad una base. Equazioni parametriche e cartesiane di sottospazi vettoriali di $\mathbb{K}^n$. Sistemi lineari. Algoritmo di Gauss-Jordan di eliminazione. Teorema di Rouché-Capelli. Matrici, determinanti e rango. Applicazioni lineari tra spazi vettoriali, nucleo ed immagine. Matrici rappresentative di applicazioni lineari in basi fissate di dominio e codominio. Cambiamento di base. Teorema del rango di una applicazione lineare. Endomorfismi e matrici coniugate o simili. Polinomio caratteristico di un endomorfismo, autovalori ed autovettori, diagonalizzazione di un endomorfismo. Introduzione agli spazi affini, sottospazi affini e riferimenti affini. $\mathbb{K}^n$ come spazio affine: traslati di sottospazi vettoriali. Equazioni cartesiane e parametriche di sottospazi affini. Parallelismo. Formule di geometria affine in $\mathbb{R}^2$ ed $\mathbb{R}^3$. Sottospazi sghembi. Affinità. Figure geometriche affinemente equivalenti.

Obiettivi di apprendimento: Il corso fornisce un'introduzione a concetti di algebra lineare e di geometria affine ed euclidea. Esso si propone di rendere lo studente capace di elaborazione critica su tali concetti. Il corso fornisce inoltre brevi nozioni di elementi storici.

Testi consigliati:
M. Abate: *Geometria*, McGraw Hill, 1996

Modalità di esame: Prova scritta e orale.

Bibliografia di riferimento:
M. Abate: *Geometria*, McGraw Hill, 1996
E. Sernesi: *Geometria 1*, Bollati Boringhieri, 2000

Program: Elements of set theory and algebra. Basic set theory, Cartesian product of sets. Injective, surjective, bijective applications. Equivalence relation on a set, equivalence classes, quotient set. Groups and subgroups. Fields. The complex field. The Argand-Gauss plane. Powers of a complex number: De Moivre's formulas. Statement of the Fundamental Theorem of Algebra (without proof). Introduction to Linear Algebra. Vector spaces and subspaces. Product vector space. Linear independence of vectors and generator systems. Steinitz theorem. Bases. Dimension of a vector space. Grassmann formula for vector subspaces. Coordinates of a vector with respect to a basis. Parametric and Cartesian equations of vector subspaces of $\mathbb{K}^n$. Linear systems. Gauss-Jordan algorithm. Rouché-Capelli theorem. Matrices, determinants and rank. Linear maps between vector spaces, kernel and image. Representative matrices of linear maps in fixed bases of domain and codomain. Base change. Rank theorem. Endomorphisms and conjugate or similar matrices. Characteristic polynomial of an endomorphism, eigenvalues and eigenvectors, diagonalization of an endomorphism. Introduction to Affine Spaces Affine spaces, affine subspaces and affine references. $\mathbb{K}^n$ as an affine space: translations of vector subspaces. Cartesian and parametric equations of affine subspaces. Parallelism. Affine geometry formulas in $\mathbb{R}^2$ and $\mathbb{R}^3$. Affine morphisms. Affine equivalence.

Learning objectives: The course provides an introduction to topics in linear algebra and affine and Euclidean geometry. It aims to make the student capable of critical elaboration on these concepts. The course also provides notions of historical elements.

Text books:
M. Abate: *Geometria*, McGraw Hill, 1996

Exam mode: Written and oral exam.

Reference bibliography:
M. Abate: *Geometria*, McGraw Hill, 1996
E. Sernesi: *Geometria 1*, Bollati Boringhieri, 2000

GEOMETRIA 2

1° anno – 2° semestre

9 CFU – settore MAT/03 – 90 ore di lezione in aula

Docente: S. Trapani (codocente: F. Flamini)

Programma: Algebra lineare: Complessificazione di uno spazio vettoriale reale. Spazi vettoriali quoziente. Spazi vettoriali di applicazioni lineari e spazio vettoriale duale. Principio di dualità. Teorema di Hamilton-Cayley. Polinomio minimo di un endomorfismo. Forma canonica di Jordan. Forme bilineari su uno spazio vettoriale su un campo $\mathbb{K}$. Forme bilineari simmetriche e forme quadratiche. Radicale. Esistenza di una base ortogonale e criteri/metodi di ortogonalizzazione. Forme canoniche sui complessi. Forme canoniche su $\mathbb{R}$ e indici di inerzia (Teorema di Sylvester). Spazi vettoriali euclidei: norma, lunghezza, angoli, procedimento di Gram Schmidt. Operatori unitari. Matrici ortogonali. Teorema spettrale.

Spazi euclidei: Spazi euclidei. Perpendicolarità, distanze, proiezioni ortogonali. Formule di geometria euclidea in $\mathbb{R}^2$ ed $\mathbb{R}^3$. Prodotto vettoriale in $\mathbb{R}^3$. Isometrie. Figure congruenti o isometriche.

Spazi Proiettivi: Spazi proiettivi, coordinate omogenee e sottospazi proiettivi. Riferimenti proiettivi. Completamenti di spazi affini con elementi impropri. Spazio proiettivo duale e principio di dualità. Proiettività, punti fissi e luoghi invarianti di proiettività. Teorema fondamentale delle proiettività. Birapporto. Figure geometriche proiettivamente equivalenti.

Coniche e Quadriche: Complessificazione di spazi affini ed euclidei. Quadriche proiettive e loro classificazione in uno spazio proiettivo complesso/reale/complessificato. Quadriche affini e punti impropri. Coniche proiettive, affini ed euclidee. Quadriche affini ed euclidee in dimensione 3.

Obiettivi di apprendimento: Il corso fornisce un' introduzione a concetti di algebra lineare più avanzata rispetto al corso precedente, alla geometria affine ed euclidea complessa, alla geometria proiettiva reale e complessa, alla teoria delle coniche e quadriche reali e complesse. I risultati aspettati dell'apprendimento sono quelli di rendere lo studente capace di elaborazione critica su tali concetti, con un'acquisizione di un solido metodo di studio, supportato dalla risoluzione di esercizi e quesiti connessi ai contenuti del corso.

Testi consigliati:
C. Ciliberto: *Algebra Lineare*, Bollati Boringhieri, 1984
C. Ciliberto, C. Galati, F. Tovena: *Dispense di Geometria*, dispense disponibili online
F. Flamini: *Dispense on-line scaricabili gratuitamente*
E. Sernesi: *Geometria I*, Bollati Boringhieri, 1989

Modalità di esame: Prova scritta e orale.

Program: Linear algebra: Complexification of a real vector space. Quotient vector spaces. Vector spaces of linear maps and dual vector space. Duality principle. Hamilton-Cayley theorem. Minimal polynomial of an endomorphism. Jordan canonical form. Bilinear forms on a vector space over a field $\mathbb{K}$. Symmetric bilinear forms and quadratic forms. Radical. Existence of an orthogonal basis and criteria/methods of orthogonalization. Complex canonical forms. Real canonical forms (Theorem of Sylvester). Euclidean vector spaces: norm, length, angles, Gram Schmidt alghorithm. Unitary operators. Orthogonal matrices. Spectral theorem.

Euclidean spaces: Euclidean spaces. Perpendicularity, distances, orthogonal projections. Euclidean geometry formulas in $\mathbb{R}^2$ and $\mathbb{R}^3$. Vector product in $\mathbb{R}^3$. Isometries. Congruent or isometric figures.

Projective spaces: Projective spaces, homogeneous coordinates and projective subspaces. Projective frames. Completions of affine spaces with improper elements. Dual projective space and the duality principle. Projectivities, fixed points and invariant loci of a projectivity. Fundamental theorem of projectivities. Projectively equivalent geometric figures.

Conics and Quadrics: Complexification of affine and Euclidean spaces Projective quadrics and their classification in a complex/real/complex projective space. Affine quadrics and improper points. Projective, affine and Euclidean conics. Affine and Euclidean quadrics in dimension 3.

Learning objectives: The course provides an introduction to linear algebra concepts more advanced than the previous course, to complex affine and Euclidean geometry, to real and complex projective geometry, to the theory of real and complex conics and quadrics. The expected learning outcomes are to enable the student to critically elaborate on these concepts, with acquisition of a solid study method, supported by the resolution of exercises and questions related to the course.

Text books:
C. Ciliberto: *Algebra Lineare*, Bollati Boringhieri, 1984
C. Ciliberto, C. Galati, F. Tovena: *Dispense di Geometria*, pdf notes free downloadable from the web
F. Flamini: *notes available online*
E. Sernesi: *Geometria I*, Bollati Boringhieri, 1989

Exam mode: Written and oral exam.

GEOMETRIA 3

2° anno – 1° semestre

9 CFU – settore MAT/03 – 90 ore di lezione in aula

Docente: G. Marini (codocente: P. Salvatore)

Programma: I parte. Topologia Generale. Spazi topologici, aperti, chiusi, intorni. Applicazioni continue, aperte, chiuse, omeomorfismi. Basi e sottobasi di una topologia. Chiusura, frontiera, parte interna. Topologia di sottospazio. Topologia prodotto. Topologia quoziente. Spazi metrici. Primo e secondo assioma di numerabilità. Spazi T0, T1, T2. Definizione di spazi T3 e T4. Compattezza. Criterio compatto-T2. Prodotto di compatti. Teorema di Heine Borel in $\mathbb{R}^n$. Equivalenza di compattezza sequenziale e compattezza in spazi metrici. Teorema dell'intersezione di Cantor. Compattificazione di Alexandroff. Connessione. Componenti connesse. Connessione per archi. Insieme di Cantor. II parte. Curve e superfici differenziabili in $\mathbb{R}^3$. Parametrizzazioni. Lunghezza di un arco di curva ed ascissa curvilinea. Curvatura e torsione. Versori tangente, normale e binormale. Formule di Frenet. Superfici regolari in $\mathbb{R}^3$. Superfici rigate e superfici di rotazione. Forme differenziali su una porzione di superficie regolare in $\mathbb{R}^3$. Proprietà locali: piano tangente in un punto ad una porzione di superficie regolare in $\mathbb{R}^3$. Prima forma quadratica fondamentale. Area di una porzione di superficie regolare. Mappa di Gauss. Seconda forma quadratica fondamentale. Curvature. Punti ellittici, iperbolici e parabolici. Theorema Egregium di Gauss.

Obiettivi di apprendimento: L'insegnamento si propone di presentare i concetti più importanti della topologia e delle curve e superfici differenziabili in $\mathbb{R}^3$.

Testi consigliati:
C. Kosniowski: *Introduzione alla topologia algebrica*, Zanichelli, 1988
M. P. Do Carmo: *Differential geometry of curves and surfaces*, Prentice-Hall, 2017

Modalità di esame: Prova scritta e orale.

Program: Part I. General Topology. Topological spaces, open, closed, neighborhoods. Continuous maps, open maps, closed maps, homeomorphisms. Bases and subbases of a topology. Closure, border, internal part. Subspace topology. Product topology. Quotient topology. Metric spaces. First and second axioms of countability. Spaces T0, T1, T2. Definition of T3 and T4 spaces. Compactness. Criterion compact-T2. Product of compact spaces. Heine Borel theorem in $\mathbb{R}^n$. Equivalence of sequential compactness and compactness in metric spaces. Cantor's intersection theorem. Alexandroff compactification. Connection. Connected components. Path connection. Cantor set. Part II. Differentiable curves and surfaces in $\mathbb{R}^3$. Parameterizations. Length of a curve arc and curvilinear abscissa. Curvature and torsion. Tangent, normal and binormal vectors. Frenet's formulas. Regular surfaces in $\mathbb{R}^3$. Ruled surfaces and rotation surfaces. Differential forms on a portion of a regular surface in $\mathbb{R}^3$. Local properties: tangent plane at a point to a portion of a regular surface in $\mathbb{R}^3$. First fundamental quadratic form. Area of a portion of a regular surface. Gaussian map. Second fundamental quadratic form. Curvatures. Elliptical, hyperbolic and parabolic points. Gauss Egregium theorem.

Learning objectives: The course aims to present the most important concepts of topology and curves and surfaces in $\mathbb{R}^3$.

Text books:
C. Kosniowski: *A First Course in Algebraic Topology*, Cambridge University Press, 1980
M. P. Do Carmo: *Differential geometry of curves and surfaces*, Prentice-Hall, 2017

Exam mode: Written and oral exam.

GEOMETRIA 5

3° anno – 2° semestre

6 CFU – settore MAT/03 – 48 ore di lezione in aula

Docente: G. Pareschi

Programma: Gli argomenti del corso sono una naturale prosecuzione dei corsi di Analisi Matematica e Geometria del primo e secondo anno. Si tratta di un'introduzione alla topologia differenziale per mezzo della coomologia delle forme differenziali (coomologia di De Rham). Argomenti del corso: Algebra multilineare. Coomologia di aperti di $\mathbb{R}^n$. Coomologia in astratto: complessi e loro coomologia, successioni esatte di complessi e successione esatta lunga di coomologia, omotopia di complessi e invarianza omotopica della coomologia. Successione esatta di Mayer-Vietoris. Applicazioni, tra cui: teorema del punto fisso di Brower, invarianza topologica del dominio, teorema di separazione di Jordan-Brower. Varietà differenziabili, spazio tangente, campi vettoriali, forme differenziali. Coomologia su varietà differenziabili. Integrazione di forme differenziali e teorema di Stokes per varietà differenziabili e prime applicazioni. Topologia differenziale: grado di applicazioni differenziabili, linking number, indice di campi vettoriali. Punti critici e funzioni di Morse. Teorema di Poincaré-Hopf. Dualità di Poincaré.

Obiettivi di apprendimento: Lo studente acquisirà conoscenze di base e intermedie che permetteranno di comprendere alcuni aspetti geometrici delle forme differenziali e della topologia e geometria di varietà differenziabili.

Testi consigliati:
Dispense del docente.
I. H. Madsen, J. Tornehave: *From Calculus to Cohomology*, Cambridge University Press, 1997

Modalità di esame: Esame orale.

Bibliografia di riferimento:
M. P. Do Carmo: *Differential Forms and Applications*, Springer 1994
R. Bott, L. W. Tu: *Differential Forms in Algebraic Topology*, Springer, 1982

Program: The course is a natural continuation of the Mathematical Analysis and Geometry courses of the first and second year. It is an introduction to differential topology by means of the coomology of differential forms (De Rham coomology). Topics: Multilinear algebra, cohomology of open sets of $\mathbb{R}^n$. Cohomology in the abstrac setting: complexes and their cohomology, exact sequences of complexes and long exact sequence of cohomology, homotopy of complexes and homotopic invariance of cohomology. Mayer-Vietoris exact sequence. Applications (among them: Brower fixed point theorem, topological invariance of domains, Jordan-Brower separation theorem). Smooth manifolds, tangent space, vector fields and differential forms. Cohomology on smooth manifolds. Integration of differential forms and Stokes theorem for differentiable manifolds. First applications. Differential topology: degree of smooth maps, linking numbers, index of vector fields. Critical points and Morse functions. Poincaré-Hopf theorem. Poincaré duality.

Learning objectives: Students will learn basic and intermediate knowledge allowing to understand geometric aspects of differential forms and of the toplogy and geometry of smooth manifolds.

Text books:
Notes by the instructor.
I. H. Madsen, J. Tornehave: *From Calculus to Cohomology*, Cambridge University Press, 1997

Exam mode: Oral exam.

Bibliografia di riferimento:
M. P. Do Carmo: *Differential Forms and Applications*, Springer 1994
R. Bott, L. W. Tu: *Differential Forms in Algebraic Topology*, Springer, 1982

LABORATORIO DI CALCOLO 2

3° anno – 1° semestre

4 CFU – settore INF/01 – 40 ore di lezione in aula – ulteriori 10 ore di tutorato

Docente: M. Mazza

Programma: Il corso verte sulla programmazione in MATLAB. In particolare si considereranno nell'ambiente MATLAB: Manipolazione di vettori e matrici - Scripts e functions - Grafica 2D e 3D - Input e output - Implementazione di algoritmi numerici di moderata complessità.

Obiettivi di apprendimento: Solide basi per la programmazione di algoritmi numerici attraverso il linguaggio MATLAB.

Testi consigliati: Dispense fornite dal docente. Tutorial disponibile sul sito di MATLAB.

Modalità di esame: Il corso si conclude con un esame scritto (elaborazione di un programma in MATLAB), eventualmente integrato da un esame orale. L'esame sarà verbalizzato insieme all'esame di Analisi Numerica 1.

Program: The course concerns programming of numerical algorithms in MATLAB. In particular, we will address in MATLAB the following topics: Vectors and matrices - Scripts and functions - Graphics in 2D and 3D - Input and output - Implementation of simple numerical algorithms.

Learning objectives: Solid basis for programming numerical algorithms through the MATLAB language.

Text books: Lecture notes given by the teacher. Tutorial available on the MATLAB web site.

Exam mode: The course is concluded by a written exam (writing of a MATLAB program), possibly followed by an oral exam. The exam will be verbalized together with the exam of Numerical Analysis 1

LABORATORIO DI PROGRAMMAZIONE E INFORMATICA 1

1° anno – 1° semestre

10 CFU – settore INF/01 – 100 ore di lezione in aula

Docente: D. Giammarresi (codocente: C. Lhotka)

Programma: Introduzione ai computer e alla programmazione. Nozione di algoritmo e metodologie di analisi della complessità. Il linguaggio C: variabili e tipi di dati fondamentali. Istruzioni di input-output. Controllo del flusso. Operatori aritmetici, logici e relazionali. Le funzioni e il passaggio dei parametri. Le funzioni ricorsive. Gli array: definizioni e applicazioni. Media, mediana, moda. Problemi di ricerca e ordinamento su array. Analisi degli algoritmi e implementazione in C di selectionsort, bubblesort, insertionsort, mergesort e quicksort. Stringhe e algoritmi su analisi del testo. Le strutture. I puntatori e le strutture auto-referenzianti. Strutture dati elementari: liste, pile e code. Definizioni e loro implementazioni con strutture linkate. Alberi: definizioni, notazioni e proprietà. Implementazione con strutture linkate. Visita di alberi. Alberi binari di ricerca: definizione e implementazione in C. Grafi: definizioni e notazioni. Implementazioni con matrici di adiacenza e liste di adiacenza. Visite in ampiezza e in profondità di grafi non diretti.

Obiettivi di apprendimento: Il corso si propone di illustrare alcuni concetti base di fondamenti di programmazione strutturata con riferimento al linguaggio C insieme a nozioni su strutture dati e algoritmi elementari. L'obiettivo è quello di rendere lo studente capace di elaborare tali concetti in maniera critica e di acquisire le conoscenze necessarie per risolvere con rigore i problemi proposti.

Testi consigliati:
H. Deitel, P. Deitel: *Il linguaggio C - Fondamenti e Tecniche di Programmazione*, Pearson Education, 2016
Ulteriori dispense fornite dal docente

Modalità di esame: Prova scritta, orale e di laboratorio. La prova di laboratorio consiste nel programmare la soluzione di problemi su stringhe e matrici. La prova scritta consiste della risoluzione di esercizi di algoritmi. Chi ha superato la prova scritta è ammesso alla prova orale, principalmente dedicata alla teoria.

Program: Introduction to computers and programming. The notion of algorithm and its complexity analisys. The C programming language: variables and basic data types. Input-output instructions. Flow Control. Arithmetic, logical and relational operators. The functions and their parameters. Recursive functions. Arrays: definitions and applications. Analysis and implementation in C of selectionsort, bubblesort, insertionsort, mergesort and quicksort algorithms. Searching algorithms. String algorithms on text analysis. Structures and pointers in C. Elementary data structures: lists, stacks and queues. Definitions and their implementations with linked structures. Trees: definitions, notations and properties and implementation in C. Visit of trees. Search binary trees: definition and implementation in C. Graphs: definitions and notations. Implementations by matrices and lists. Simple algorithms on graphs.

Learning objectives: The course is meant to supply the basic concepts of structured programming, referred to language C, together with notions of data structures and elementary algorithms. The goal is to make the student able to elaborate such concepts critically and have the know how to solve rigorously the proposed problems.

Text books:
H. Deitel, P. Deitel: *Il linguaggio C - Fondamenti e Tecniche di Programmazione*, Pearson Education, 2016
Further notes given by the teacher

Exam mode: Written, oral and lab exam. The lab exam consists in programming an exercise using matrices and strings. During the written exam the students should solve various exercises on algorithms and data structures. The students who have passed the lab and the written exams are admitted to the oral exam.

LABORATORIO DI SPERIMENTAZIONE DI FISICA

3° anno – 1° semestre

3 CFU – settore FIS/01 – 30 ore di lezione in aula

Docente: V. Caracciolo

Programma: Misura di una grandezza fisica: misura diretta e misura indiretta. Grandezze fondamentali e derivate. Sistemi di unità di misura. Caratteristiche degli strumenti di misura. Misure di lunghezza, di tempo e di massa. Incertezze casuali ed incertezze sistematiche. Stima delle incertezze delle misure. Cifre significative. Propagazione delle incertezze. Circuiti elettrici. Elementi passivi, generatori di corrente e di tensione. Principi di Kirchhoff. Strumenti di misura in corrente continua. Il multimetro digitale. Introduzione alle misure di ottica. Introduzione all'analisi statistica dei dati sperimentali. Stime di parametri. Test statistici. Grafici. Argomenti delle esercitazioni: studio del periodo di un pendolo semplice; moto di un proiettile: strumento balistico; moti oscillatori con molle; studio della legge di Boyle e di Gay Lussac; misura del calore specifico di una sostanza solida; studio della carica e scarica di un condensatore; studio di fenomeni di diffrazione della luce.

Obiettivi di apprendimento: Apprendimento del metodo sperimentale per lo studio dei fenomeni fisici e valutazione delle incertezze nelle misure.

Testi consigliati: Dispense del Corso e Guide alle esperienze di Laboratorio
V. Canale: *Fisica in laboratorio. Meccanica e Termodinamica*, Aracne, 2007
M. Severi: *Introduzione all'Esperimentazione di Fisica*, Zanichelli, 1986
M. Loreti: *Teoria degli errori e fondamenti di statistica*, Zanichelli, 1998
J. R. Taylor: *Introduzione all' analisi degli errori*, Zanichelli, 1982
R. Cervellati, D. Malosti: *Elettronica. Esercitazioni per il laboratorio di fisica*, Euroma La Goliardica, 1986

Modalità di esame: L'esame sarà verbalizzato insieme al Corso di Fisica 2. Il giudizio che compete il Corso di Sperimentazione di Fisica sarà formulato considerando le relazioni consegnate dagli studenti al termine di ogni esercitazione di Laboratorio.

Program: Measurement of a physical quantity: direct and indirect measurements. Fundamental quantities and derived ones. Changing of measurement unit. Basic characteristics of instruments. Measurement of length, time and mass. Random and systematic uncertainties. Estimation of measurement uncertainties. Propagation of uncertainties. Relative uncertainty. Electrical circuits. Passive elements, current and voltage generators. Kirchhoff's principles. Instrument in DC. Introduction to statistical analysis of experimental data. Parameters estimation. Statistical tests. Graphs. Outline of laboratory experiments: study of the period of a simple oscillator; bullet motion: ballistic instrument; oscillating motions with springs; study of the Boyle and Gay Lussac laws; measurement of the heat capacity of a solid substance; study of the charge and discharge of a capacitor; study of light diffraction phenomena.

Learning objectives: To equip students with a working knowledge of experimental methods required to study physical phenomena.

Text books: Lecture notes and tutorial for laboratory experiments
V. Canale: *Fisica in laboratorio. Meccanica e Termodinamica*, Aracne, 2007
M. Severi: *Introduzione all'Esperimentazione di Fisica*, Zanichelli, 1986
M. Loreti: *Teoria degli errori e fondamenti di statistica*, Zanichelli, 1998
J. R. Taylor: *Introduzione all' analisi degli errori*, Zanichelli, 1982
R. Cervellati, D. Malosti: *Elettronica. Esercitazioni per il laboratorio di fisica*, Euroma La Goliardica, 1986

Exam mode: The final exam will be based on the reports of the Exepriments and on the course of Physics Part II.

PROBABILITÀ E FINANZA

3° anno – 1° semestre

6 CFU – settore MAT/06 – 48 ore di lezione in aula

Docente: A. Calzolari

Programma: PARTE I. Probabilità. - Cenni di teoria della misura: algebre e sigma-algebre; spazi misurabili e funzioni misurabili; sigma-algebra generata da una funzione misurabile; misurabilità delle funzioni discrete; le proprietà delle funzioni misurabili. - Spazi di probabilità e variabili aleatorie: definizioni che fanno uso della teoria della misura. - Indipendenza tra eventi e tra sigma-algebre indipendenti. - Variabili aleatorie (v.a.): sigma-algebra generata; v.a. dicrete e continue; richiami (aspettazione; momenti; varianza; disuguaglianze); aspettazione condizionale. - Martingale: filtrazioni, processi adattati a tempo discreto; martingale, supermartingale e submartingale; le proprietà; la decomposizione di Doob ed il compensatore; le martingale trasformate. - Tempi d'arresto: sigma-algebra degli eventi antecendenti; processo arrestati; il teorema d'arresto.

PARTE II. Modelli discreti per la finanza. - Tassi di interesse: interesse composto, semplice, istantaneo. Aspetti dei mercati finanziari: la vendita allo scoperto; l'arbitraggio; le ipotesi di mercato. Prodotti derivati: contratti forward, opzioni. Le opzioni come strumenti finanziari per la gestione dei rischi. Il payoff di un'opzione. Il problema del prezzo e della copertura dell'opzione. - Opzioni europee: il modello discreto per la descrizione dei mercati finanziari; la filtrazione e il processo dei prezzi di mercato; il fattore di sconto ed il processo dei prezzi scontati; strategie di gestione e portafoglio associato; strategie autofinanzianti e ammissibili; il primo teorema fondamentale dell'asset pricing; formula di parità call-put; mancanza di abitraggio nel modello binomale e del modello trinomiale; opzioni replicabili e prezzo "di non arbitraggio"; la completezza del mercato ed il secondo teorema fondamentale dell'asset pricing. - Il modello CRR (Cox, Ross e Rubinstein): formula esplicita del prezzo di opzioni con payoff dipendente dal sottostante a maturità e calcolo della copertura; formula backward del prezzo; come si usa nella pratica il modello; la volatilità; comportamento asintotico e convergenza alle formule di Black e Scholes; studio empirico della velocità di convergenza. - Opzioni americane nei mercati completi: il processo-payoff; la formulazione backward del prezzo dell'opzione americana; payoff e prezzo scontati: formulazione backward del prezzo scontato dell'opzione americana in termini del processo di payoff scontato; il prezzo scontato dell'opzione americana come l'inviluppo di Snell del processo di payoff scontato; definizione formale di istante di esercizio ottimale e caratterizzazione matematica; opzione europea associata e relazione tra prezzo americano e prezzo europeo; caso dell'opzione call: uguaglianza tra prezzo americano ed europeo; la formula della funzione-prezzo della put americana nel modello CRR (versione backward e formulazione variazionale), le proprietà, comportamento qualitativo. - Problemi numerici: implementazione al calcolatore del principio di programmazione dinamica per il calcolo del prezzo europeo e americano; nel caso della put americana nel modello CRR, si richiede il disegno del grafico della funzione-prezzo.

PARTE III. Metodi numerici per la finanza. - Il metodo Monte Carlo: generalità; l'intervallo di fiducia come output standard; uso in finanza; simulazione del modello CRR. - Problemi numerici da risolvere al calcolatore: stima del prezzo di call/put standard con il metodo Monte Carlo e studio empirico della velocità di convergenza al valore esatto; prezzo di call/put asiatiche con la tecnica Monte Carlo, confronto con il prezzo della call/put standard, formule di parità per la validazione del programma; prezzo di opzioni con barriere, formule di parità per la validazione del programma; copertura dinamica per opzioni europee; put americana: simulazione del tempo ottimale di esercizio e analisi statistiche; copertura dinamica della put americana.

Obiettivi di apprendimento: Comprensione del linguaggio proprio della finanza matematica; conoscenza dei modelli discreti per la finanza e della risoluzione dei principali problemi legati alle opzioni, cioè calcolo del prezzo e della copertura.

Testi consigliati:
P. Baldi, L. Caramellino: *Appunti del corso di Probabilità e Finanza*, dispense disponibili online
D. Lamberton, B. Lapeyre: *Introduction to stochastic calculus applied to finance*, Chapman & Hall, 2008
J. C. Hull: *Options, futures and other derivatives. 5th edition*, Prentice Hall, 2002
S. M. Ross: *An elementary introduction to Mathematical Finance. Options and other topics. 2nd edition*, Cambridge University Press, 2003
A. Pascucci, W. J. Runggaldier: *Finanza matematica. Teoria e problemi per modelli multiperiodali*, Springer Universitext, 2009

Modalità di esame: La valutazione dello studente prevede una prova orale in cui vengono proposte domande atte a valutare la conoscenza della materia, la capacità di fare collegamenti con strumenti matematici connessi e con problemi reali. La valutazione comprende anche una discussione sui problemi numerici proposti, che lo studente deve aver risolto tramite un progetto algoritmico sviluppato con un linguaggio di programmazione (ad esempio C) e consegnato al docente dieci giorni prima di sostenere l'esame.

Program: PART I. Probability. - Elements of measure theory: algebras and sigma-algebras; measurable spaces and measurable functions; sigma-algebra generated by a measurable function and its characterization; measurable discrete functions; the properties of measurable functions. - Probability spaces and random variables: definitions that make use of the measure theory. - Independence among events and among sigma-algebras. - Random variables (r.v.'s): sigma-algebra generated; dicrete and continuous r.v.'s; recalls on expectation, moments, variance, inequalities; conditional expectation. - Martingale: filtrations, discrete time adapted processes; martingales, supermartingales and submartingales; the Doob's decomposition and the compensator; transformed martingales.

PART II. Discrete models for finance. - Interest rates: compound, simple, instantaneous interest; aspects of financial markets: short selling, arbitrage, market assumptions; derivatives products: forward contracts, options; options as financial instruments for risk management; the payoff of the call / put option; the problem of pricing and hedging options. - European options: general discrete models for the description of financial markets; the market filtration and the process of market prices; the discount factor and the discounted price process; trading strategies and associated portfolios; self-financing and admissible strategies; the first fundamental theorem of the asset pricing; the call-put parity formula; lack of abitrage in the binomal model and in the trinomial model; replicating options and "non-arbitrage" price; the completeness of the market and the second fundamental theorem of the asset pricing - The CRR (Cox, Ross and Rubinstein) model: explicit pricing formula for options whose payoff depends on the underlying asset at maturity and evaluation of the replicating portfolio; backward formula for the price; how to use the CRR model in practice; volatility; asymptotic behavior and convergence to the Black and Scholes' formulas; empirical study of the speed of convergence. - American options in complete markets: the payoff process; the backward formulation of the price of the American option (dynamic programming principle); payoff and discounted price: backward formulation of the discounted price of the American option in terms of the discounted payoff process; the discounted price of the American option as the Snell's envelope of the discounted payoff process; formal definition of "optimal exercise time" and mathematical characterization; associated European option and relationship between American price and European price; case of the call option: equality between American and European price; the formula of the American put price-function in the CRR model (backward version and variational formulation), qualitative properties and behavior. - Numerical problems: computer implementation of the dynamic programming principle for the calculation of European and American prices; in the case of the American put in the CRR model, the draw of the price-function graph is required. PART III. Numerical methods for finance. - The Monte Carlo method: generality; confidence interval as standard output; use in finance; simulation of the CRR model. - Numerical problems to be solved at the computer: estimate of the standard call / put price - Numerical problems to be solved at the computer: estimate of the standard call / put price with the Monte Carlo method and empirical study of the convergence speed at the exact value; price of Asian call / put options with the Monte Carlo technique, comparison with the price of the standard call / put, parity formulas for the validation of the program; price of barrier options, parity formulas for program validation; dynamic hedging for European options; American put: simulation of the optimal exercise time and statistical analysis; dynamic hedging for the American put.

Learning objectives: Understanding of the mathematical finance language; knowledge of discrete models for finance, in particular for solving the most common problems related to options, that is pricing and hedging.

Text books:
P. Baldi, L. Caramellino: *Appunti del corso di Probabilità e Finanza*, notes available online
D. Lamberton, B. Lapeyre: *Introduction to stochastic calculus applied to finance*, Chapman & Hall, 2008
J. C. Hull: *Options, futures and other derivatives. 5th edition*, Prentice Hall, 2002
S. M. Ross: *An elementary introduction to Mathematical Finance. Options and other topics. 2nd edition*, Cambridge University Press, 2003
A. Pascucci, W. J. Runggaldier: *Finanza matematica. Teoria e problemi per modelli multiperiodali*, Springer Universitext, 2009

Exam mode: The student's assessment includes an oral test in which questions are proposed to assess the knowledge of the subject, the ability to make connections with the mathematical tools and with real problems. The evaluation also includes a discussion on the assigned numerical problems, which the student must have solved through an algorithmic project developed with a programming language (for example C) and delivered ten days before the exam is held.

PROBABILITÀ E STATISTICA

2° anno – 2° semestre

9 CFU – settore MAT/06 – 90 ore di lezione in aula

Docente: L. Caramellino (codocente: P. Baldi)

Programma: Introduzione e generalità. Spazi di probabilità, assiomi fondamentali, probabilità condizionata, indipendenza, formula di Bayes. Variabili aleatorie: valore atteso, varianza, densità discreta, funzione di ripartizione. Variabili aleatorie discrete: Bernoulli, Binomiale, Poisson, ipergeometrica, geometrica, binomiale negativa. Variabili aleatorie continue: funzione di densità. Variabile aleatoria uniforme, esponenziale, Gamma, Gaussiana. Disuguaglianze fondamentali. Convergenza e teoremi limite: legge dei grandi numeri e teorema del limite centrale. Cenni alle catene di Markov.

Obiettivi di apprendimento: Fornire una introduzione alle nozioni base della probabilità, partendo dalla assiomatizzazione della teoria per arrivare ai teoremi limite e alle catene di Markov.

Testi consigliati:
P. Baldi: *Calcolo delle Probabilità e Statistica*, McGraw Hill, 2011
Esercizi e problemi proposti nelle sessioni di tutorato

Modalità di esame: Prova scritta e orale. L'esame scritto prevede esercizi sugli argomenti svolti nel corso, l'orale prevede la verifica dei concetti teorici e delle dimostrazioni svolte in aula. Durante il corso saranno proposte due prove in itinere ("esoneri") che, se superate entrambe, consentono l'accesso diretto all'esame orale.

Bibliografia di riferimento:
F. Caravenna, P. Dai Pra: *Probabilità, un'introduzione attraverso modelli e applicazioni*, Springer, 2013

Program: Introduction and generalities. Probability spaces: basic axioms, conditional probability, Independence, Bayes formula. Random variables: expected value, variance, discrete density, distribution function. Discrete random variables: Bernoulli, binomial, hypergeometric, geometric, Pascal. Continuous random variables: Uniform, Exponential, Gamma, Gaussian. Fundamental inequalities. Convergence and limit theorems: law of large numbers and central limit theorem. Introduction to Markov chains.

Learning objectives: To provide an introduction to the basic tools of probability theory, starting from the fundamental axioms till asymptotic theory, limit theorems and Markov chains.

Text books:
P. Baldi: *Calcolo delle Probabilità e Statistica*, McGraw Hill, 2011
Exercises and problems proposed in the tutoring sessions

Exam mode: Written and oral examen. The written exam is based on exercises, the oral exams on proofs and understanding of the theoretical background. During the course, two in itinere tests will be proposed which, if passed both, allow direct access to the oral exam.

Reference bibliography:
F. Caravenna, P. Dai Pra: *Probabilità, un'introduzione attraverso modelli e applicazioni*, Springer, 2013

STATISTICA

3° anno – 1° semestre

6 CFU – settore MAT/06 – 48 ore di lezione in aula

Docente: D. Marinucci

Programma: Introduzione - richiami di teoria asintotica. Proprietà degli stimatori: principio di verosimiglianza, sufficienza, non-distorsione, efficienza. Teorema di Cramer-Rao, matrice di informazione di Fisher. Stimatore di massima verosimiglianza, proprietà asintotiche. Statistica Bayesiana. Test delle ipotesi e intervalli di confidenza. Il modello lineare, stimatori OLS e GLS. Statistica nonparametrica.

Obiettivi di apprendimento: Il corso fornisce una introduzione ai temi classici della statistica ed ai suoi fondamenti matematici.

Testi consigliati:
L. A. Wasserman: *All of Statistics*, Springer, 2004
Documentazione R

Modalità di esame: Prova scritta e orale.

Program: Introduction - asymptotic theory. Estimators and their properties: likelihood principle, sufficiency, unbiasedness, efficiency. Cramer-Rao theorem, Fisher information. Maximum likelihood and its asymptotic properties. Bayesian statistics. Hypothesis testing and confidence intervals. Lienar models, OLS and GLS estimators. Nonparametric statistics.

Learning objectives: The aim of this course is to provide an introduction to the theory of statistics and its mathematical foundations.

Text books:
L. A. Wasserman: *All of Statistics*, Springer, 2004
Documentazione R

Exam mode: Written and a oral exam.
