TOR VERGATA
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA

Corso di Laurea Triennale in Matematica

<u>Informazioni</u>
Segreteria didattica: *Dott.ssa Solange Barcaccia*, tel. 06 72594685
Coordinatore Corso di Laurea: *Prof.ssa Carla Manni*
Sito web: `http://www.mat.uniroma2.it/didattica/`
E-mail: `dida@mat.uniroma2.it`

Il Corso di Laurea in Matematica si inquadra nella Classe delle Lauree in "Scienze Matematiche" (Classe L-35 del DM 16 marzo 2007). Il Corso afferisce al Dipartimento di Matematica e si svolge nella macroarea di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali. Il Coordinatore del Corso di Studio è la Prof.ssa Carla Manni.
La matematica è la lingua con cui è scritto l'Universo. È la base di tutte le scienze. È da sempre lo strumento più potente per costruire modelli, programmi, progetti. È al centro dell'informatica, dell'utilizzo dei computer e di molte applicazioni tecnologiche. Studiare matematica all'Università non significa passare il tempo a fare calcoli: è tutta un'altra cosa. È impadronirsi di strumenti per comprendere la realtà e interagire con essa. È avere a disposizione concetti, idee, teorie per rivelare la struttura nascosta della natura anche quando è straordinariamente complessa: come in un fiocco di neve o in una bolla di sapone, nei cristalli, nelle onde, nelle piume, nei fiori, nelle nuvole. È non accontentarsi di sapere che una cosa "funziona", ma cercare di capire perché. La matematica è anche una delle espressioni più creative del pensiero umano: mai come in questa disciplina, per riuscire, è necessario coniugare il rigore logico con la fantasia. In effetti, il lavoro di moltissimi matematici è ispirato non solo da applicazioni immediate ma anche da esigenze interne della teoria, e – non ultimo – da un preciso senso estetico. I numeri primi sono stati studiati senza prevedere che sarebbero stati alla base del più diffuso sistema di trasmissione sicura dei dati attualmente in uso. L'aspetto creativo della matematica stupisce non poche matricole, malgrado il fatto che questa disciplina sia studiata fin dai primissimi anni di scuola.

Premi e Borse

Il Dipartimento di Matematica istituisce, per gli studenti immatricolati nell'AA 2022/23 al Corso di Laurea in Matematica, **premi laurea triennale per un totale di 4000 euro** dell'importo di **1000 euro** ciascuno e, in aggiunta, **premi per studenti meritevoli per un totale di 2500** dell'importo di **500 euro** ciascuno. Informazioni dettagliate sono reperibili sul sito del corso di Laurea.

Presentazione del corso

Il Corso di Laurea offre la possibilità di capire le basi della matematica, di usare gli strumenti informatici e di calcolo, di comprendere e di usare i modelli matematici e statistici in mille possibili applicazioni scientifiche, tecniche ed economiche. La durata del Corso di Laurea è di tre anni.

Per le matricole

Verifica delle conoscenze. Gli studenti interessati ad immatricolarsi al Corso di laurea in Matematica devono sostenere una "**prova di valutazione**" per la verifica delle conoscenze, secondo quanto prevede la normativa. Tale prova (che nel seguito chiameremo anche **"test"**) consiste in domande a risposta multipla su argomenti di base di matematica e viene effettuata online mediante apposito form contestualmente alla procedura di immatricolazione. **Un eventuale mancato superamento del test non preclude l'immatricolazione**. Coloro che non superino il test, come "**obbligo formativo aggiuntivo**", dovranno superare come prima prova un esame a scelta tra Analisi Matematica 1, Geometria 1 con Elementi di Storia 1 e Algebra 1.
Gli obblighi formativi aggiuntivi assegnati devono essere colmati entro il primo anno. Sono esonerati dalla prova di verifica delle conoscenze gli studenti che hanno superato l'esame di stato conclusivo del corso di studio di istruzione secondaria superiore, con un voto pari o superiore a 95/100 (o 57/60). Tutti gli studenti che si immatricolano per la prima volta nell'Università di "Tor Vergata", ad un corso di studio in cui il titolo di accesso è il diploma di maturità, e abbiano conseguito (presso una scuola italiana) una votazione pari a 100/100 (o 60/60) o siano risultati vincitori delle Olimpiadi Nazionali di Matematica saranno esonerati dal pagamento del contributo universitario per il primo anno e dovranno pagare soltanto l'imposta di bollo e la tassa regionale. Tutti gli studenti che sono vincitori di una medaglia olimpica vengono esonerati dal pagamento delle tasse universitarie per tutto il corso di studio e devono pagare soltanto l'imposta di bollo e la tassa regionale.
IMPORTANTE: Gli studenti esonerati dall'obbligo di sostenere il test per la votazione conseguita all'esame di stato dovranno attivare, preliminarmente, la procedura di registrazione sul sito dei Servizi on-line dell'Ateneo come indicato nell'articolo specifico dell'Avviso. Verranno eseguiti, dal personale della Segreteria Studenti dell'Area Scienze, controlli a campione sulla veridicità delle dichiarazioni rese, e se necessario verranno poste in essere le procedure previste dalla normativa vigente in caso di dichiarazione mendace.
Gli studenti che desiderino ripassare alcuni argomenti o colmare alcune lacune possono seguire un **corso intensivo di Matematica di base**, detto **Matematica 0**, che si terrà dal **13 al 24 settembre 2022**.
Liceo Matematico. Gli studenti che hanno seguito il percorso del Liceo Matematico possono chiedere il riconoscimento di 3CFU a valle della presentazione della relativa documentazione e di un colloquio con il Coordinatore o con un docente da questo designato.
Tutori. Ad ogni studente immatricolato viene assegnato un docente tutor che potrà essere consultato per consigli e suggerimenti in merito all'andamento delle attività di studio.
Orientamento. Vengono organizzate attività di accoglienza ed orientamento dalla macroarea di Scienze.
Borse di Studio e Premi. Il Dipartimento di Matematica bandisce dei premi di laurea triennale e dei premi per gli studenti meritevoli che si immatricolano nell'AA. 2022/23. Informazioni dettagliate sono reperibili sul sito del corso di Laurea.
Informazioni. Per informazioni sulla didattica lo studente si può rivolgere alla segreteria del Corso di Laurea, Dott.ssa Solange Barcaccia, `barcacci@mat.uniroma2.it`, tel. 06 72594685, presso il Dipartimento di Matematica. Le informazioni sono comunque riportate nel sito del corso di Laurea. Ulteriori informazioni si possono anche ottenere per posta elettronica all'indirizzo `dida@mat.uniroma2.it`.

Il Corso di Laurea in matematica dà una formazione "forte". Lo studente apprenderà le conoscenze fondamentali e acquisirà i metodi che vengono usati nella matematica (in particolare, nell'algebra, nell'analisi e nella geometria) ma anche le conoscenze necessarie per comprendere e utilizzare l'informatica e la fisica, per costruire modelli di fenomeni complessi (per esempio, l'andamento del prezzo di alcune azioni in Borsa o l'evolversi di un'epidemia) e per affrontare le simulazione numeriche che

sono alla base di ogni applicazione tecnologica e sociale.
I tre anni di studio di matematica a Tor Vergata prevedono un biennio uguale per tutti ma, all'ultimo anno, si ha la possibilità di scegliere alcuni corsi opzionali. Agli studenti vengono offerte anche attività esterne come stage presso aziende, strutture della pubblica amministrazione e laboratori, nonché soggiorni presso università straniere nell'ambito del programma Erasmus.
Studiare matematica a Tor Vergata significa poter frequentare un corso di studi completo (laurea triennale in matematica, magistrale in matematica pura ed applicata e scuola di dottorato), ove tutti i settori della ricerca, dai più tradizionali ai più recenti, sono rappresentati. Inoltre, qui si ha la possibilità di interagire con gruppi di ricerca di punta a livello nazionale e internazionale. Le indagini sulla ricerca nell'area matematica svolte dal Ministero per l'Università e da Enti stranieri indicano il Dipartimento di Matematica di Tor Vergata come dipartimento di eccellenza in Italia e centro di eccellenza a livello europeo.

Sbocchi lavorativi

Una laurea in matematica permette non solo di avviarsi verso una carriera di ricercatore o di insegnante, continuando gli studi, ma anche e soprattutto di entrare direttamente nel mondo del lavoro in moltissimi settori, dalla finanza all'informatica, dalla medicina all'ingegneria, dalle scienze sociali alla produzione alimentare. Ovunque ci sia bisogno di costruire dei modelli che funzionino, c'è bisogno di un matematico. Fino a pochi anni fa, per molte professioni era sufficiente una formazione matematica abbastanza sommaria ma oggi l'avvento dei computer ha reso utilizzabili in pratica molte teorie avanzate che solo ieri sembravano troppo complicate ed astratte per essere di qualche utilità. Chi è in grado di avvalersi di queste nuove possibilità va avanti; gli altri, invece, restano indietro e perdono competitività. Per questo ci sono molti ambiti professionali nei quali è diventato indispensabile inserire un matematico nell'equipe. Il matematico si affianca all'ingegnere ad esempio per la costruzione delle nuove barche per le regate internazionali oppure per la progettazione di protocolli di trasmissione per le telecomunicazioni o le realizzazioni relative alla robotica ed alla domotica ed in generale all'industria 4.0. Si affianca al biologo che studia il sequenziamento del DNA umano ed al climatologo che analizza i cambiamenti climatici. La sua presenza è fondamentale negli uffici analisi delle grandi banche, dove è necessario sviluppare modelli complessi per la valutazione dei rischi e la determinazione dei prezzi dei derivati finanziari. Tutto questo è ampiamente documentato in una recente analisi dei diversi impieghi ad alto livello dei laureati in Matematica in Italia. L'applicazione della matematica è poi particolarmente evidente nel campo informatico: i computer di domani (e tutto il mondo complesso del trasferimento dell'informazione) nascono dalla ricerca matematica di oggi. Da una parte, le conoscenze matematiche portano allo sviluppo dell'informatica, dall'altra il computer, aumentando la sua potenza di calcolo, consente l'uso di nuovi strumenti matematici per la soluzione di problemi complessi in ogni settore della conoscenza umana.
Non c'è dunque da meravigliarsi se diciamo che i matematici sono una grande comunità internazionale, collaborano molto tra loro e danno vita a gruppi di ricerca di altissimo livello. Una comunità di cui si fa parte con enorme piacere e in cui c'è largo spazio per i giovani che con le loro idee innovative hanno da sempre dato un impulso decisivo allo sviluppo di questa disciplina.

Descrittori di Dublino

I Descrittori di Dublino di seguito riportati sono enunciazioni generali dei tipici risultati conseguiti dagli studenti che hanno ottenuto il titolo dopo aver completato con successo il ciclo di studio. Gli obiettivi formativi dei corsi di Laurea Triennale (e Magistrale) sono impostati in base ad essi.

Abilità comunicative. I laureati in matematica sono in grado di:
- comunicare problemi, idee e soluzioni riguardanti la matematica, sia proprie sia di altri autori, a un pubblico specializzato o generico, nella propria lingua e in inglese, sia in forma scritta che orale;
- lavorare in gruppo e di operare con definiti gradi di autonomia.

Gli strumenti didattici utilizzati per l'acquisizione di queste competenze sono soprattutto le esercitazioni e l'attività tutoriale, volte a sviluppare l'esposizione sia scritta che orale, ma anche specifici insegnamenti di lingua inglese, nonché l'assistenza didattica offerta per la preparazione della prova finale.
L'acquisizione di tali risultati viene verificata in sede d'esame, ivi inclusa la prova finale.

Capacità di apprendimento. I laureati in matematica:
- sono in grado di proseguire gli studi, sia in matematica che in altre discipline, con un alto grado di autonomia;
- hanno una mentalità flessibile e si adattano facilmente a nuove problematiche, caratteristiche indispensabili per inserirsi prontamente negli ambienti di lavoro.

Queste capacità vengono sviluppate mantenendo un adeguato livello di astrazione degli insegnamenti impartiti e curando l'allenamento alla risoluzione di problemi nel lavoro sia individuale che di gruppo, attraverso l'organizzazione delle esercitazioni, l'attività tutoriale e la preparazione alla prova finale.
La loro verifica ha luogo in sede d'esame, ivi inclusa la prova finale.

Autonomia di giudizio. I laureati in matematica:
- sono in grado di costruire e sviluppare argomentazioni logiche con una chiara identificazione di assunti e conclusioni;
- sono in grado di riconoscere dimostrazioni corrette, e di individuare ragionamenti fallaci;
- sono in grado di proporre e analizzare modelli matematici associati a situazioni concrete derivanti da altre discipline, e di usare tali modelli per facilitare lo studio della situazione originale;
- hanno esperienza di lavoro di gruppo, ma sanno anche lavorare bene autonomamente.

I principali strumenti didattici per l'acquisizione di queste competenze, per loro natura trasversali, sono:
- l'elevato livello di rigore degli insegnamenti relativi ai crediti formativi di base;
- l'allenamento alla modellizzazione acquisito attraverso crediti formativi di base, caratterizzanti e affini, quali ad esempio quelli relativi ai settori MAT/06, MAT/07, MAT/08, FIS/01;
- l'attività tutoriale e di laboratorio.

L'acquisizione di tali risultati viene verificata in sede d'esame.

Conoscenza e comprensione. I laureati in matematica sono capaci di leggere e comprendere testi anche avanzati di matematica, e di consultare articoli di ricerca in matematica.

Capacità di applicare conoscenza e comprensione. La formazione in ambito teorico assicura che i laureati in matematica sono in grado di:
- produrre dimostrazioni rigorose di risultati matematici non identici a quelli già conosciuti ma chiaramente correlati a essi;
- risolvere problemi di moderata difficoltà in diversi campi della matematica.

Ordinamento degli Studi - Laurea Triennale

Sul sito web del Corso di Laurea si trova il Regolamento che con i suoi articoli disciplina e specifica gli aspetti organizzativi del Corso di Laurea.

Piano di studio

Nelle tabelle successive la sigla CFU indica i crediti formativi universitari. Ogni CFU vale, convenzionalmente, 25 ore di lavoro (comprendendo le ore di lezione, di esercitazione e il lavoro individuale). Per i nostri insegnamenti, 1 CFU corrisponde al lavoro necessario per seguire e comprendere 8/10 ore di lezione. Come indicato nel seguito (vedi la descrizione della prova finale), alla fine del corso di studi la media viene calcolata pesando i voti con il numero di CFU del corso a cui si riferiscono. In altre parole, i corsi con molti CFU richiedono più lavoro, ma un buon voto in uno di essi conta di

più alla fine. La quantità media di impegno complessivo di apprendimento svolto in un anno da uno studente è convenzionalmente fissata in 60 CFU. Per potersi laureare lo studente dovrà maturare almeno 180 crediti (compresa la prova finale).
Il Corso di Laurea in Matematica prevede un unico curriculum nell'ambito del quale è definito un insieme di moduli didattici obbligatori ed uno spazio per le scelte autonome degli studenti.

Schema del piano di studio

1° ANNO: Tot. 59 CFU / 6 esami + una prova di idoneità				
Insegnamento	**CFU**	**Semestre**	**Settore**	**Tipo**
Algebra 1	8	1	MAT/02	B
Analisi Matematica 1	9	1	MAT/05	B
Geometria 1 con Elementi di Storia 1	9	1	MAT/03	B
Inglese	4	1	L-LIN/12	
Analisi Matematica 2	9	2	MAT/05	C
Geometria 2 con Elementi di Storia 2	10	2	MAT/03	C
Laboratorio di Programmazione e Informatica 1	6+4	2	INF/01	B/A

2° ANNO: Tot. 60 CFU / 8 esami				
Insegnamento	**CFU**	**Semestre**	**Settore**	**Tipo**
Algebra 2	7	1	MAT/02	C
Analisi Matematica 3	6	1	MAT/05	B
Fisica 1	9	1	FIS/01	B
Geometria 3	7	1	MAT/03	C
Analisi Matematica 4	7	2	MAT/05	C
Fisica Matematica 1	8	2	MAT/07	C
Geometria 4	7	2	MAT/03	C
Probabilità e Statistica	9	2	MAT/06	C

3° ANNO: Tot. 61 CFU / 6 esami				
Insegnamento	**CFU**	**Semestre**	**Settore**	**Tipo**
Analisi Reale e Complessa	8	1	MAT/05	C
Analisi Numerica 1 + Laboratorio di Calcolo 2	8+4	1	MAT/08 + INF/01	C/A
Fisica 2 + Laboratorio di Sperimentazione di Fisica	7+3	1	FIS/01	A
Fisica Matematica 2	8	2	MAT/07	C
Esame di indirizzo (affini e integrativi)	6	-	-	-
Esami a scelta	12	-	-	-
Prova finale	5	-	-	-

B=attività di base, C=attività caratterizzanti, A=attività affini

NOTA. Oltre ai corsi obbligatori, ogni studente deve inserire nel proprio piano di studi un corso a scelta (6 CFU) nei settori MAT/01-09 e INF/01 e corsi a libera scelta per un totale di 12 CFU. Alla prova finale sono riservati 5 CFU (maturabili con l'esame di cultura o con la redazione di una tesina). Ogni anno viene attivato un insegnamento di preparazione all'esame di cultura, necessario per gli studenti che scelgono questa modalità di prova finale.

Didattica erogata: elenco degli insegnamenti attivati nell'A.A. 2022/23

1° ANNO (DM 270/04)				
Insegnamento	**CFU**	**Semestre**	**Settore**	**Obbl/Opz**
Algebra 1	8	1	MAT/02	obbligatorio
Analisi Matematica 1	9	1	MAT/05	obbligatorio
Geometria 1 con Elementi di Storia 1	9	1	MAT/03	obbligatorio
Inglese	4	1	L-LIN/12	obbligatorio
Analisi Matematica 2	9	2	MAT/05	obbligatorio
Geometria 2 con Elementi di Storia 2	10	2	MAT/03	obbligatorio
Laboratorio di Programmazione e Informatica 1	6+4	2	INF/01	obbligatorio

2° ANNO (DM 270/04)				
Insegnamento	**CFU**	**Semestre**	**Settore**	**Obbl/Opz**
Algebra 2	7	1	MAT/02	obbligatorio
Analisi Matematica 3	6	1	MAT/05	obbligatorio
Fisica 1	9	1	FIS/01	obbligatorio
Geometria 3	7	1	MAT/03	obbligatorio
Analisi Matematica 4	7	2	MAT/05	obbligatorio
Fisica Matematica 1	8	2	MAT/07	obbligatorio
Geometria 4	7	2	MAT/03	obbligatorio
Probabilità e Statistica	9	2	MAT/06	obbligatorio

3° ANNO (DM 270/04)				
Insegnamento	**CFU**	**Semestre**	**Settore**	**Obbl/Opz**
Algebra 3	6	1	MAT/02	opzionale
Analisi Numerica 1 + Laboratorio di Calcolo 2	8+4	1	MAT/08 + INF/01	obbligatorio
Analisi Reale e Complessa	8	1	MAT/05	obbligatorio
Crittografia	6	1	MAT/03	opzionale
Fisica 2 + Laboratorio di Sperimentazione di Fisica	7+3	1	FIS/01	obbligatorio
Probabilità e Finanza	6	2	MAT/06	opzionale
Analisi Matematica 5	6	2	MAT/05	opzionale
Analisi Matematica 6	6	2	MAT/05	opzionale
Analisi Numerica 2	6	2	MAT/08	opzionale
Fisica Matematica 2	8	2	MAT/07	obbligatorio
Fondamenti di Programmazione: Metodi Evoluti	6	2	INF/01	opzionale
Geometria 5	6	2	MAT/03	opzionale
Statistica	6	1	MAT/06	opzionale

NOTA. Per i corsi di Laboratorio di Programmazione e Informatica 1, Analisi Numerica 1 + Laboratorio di Calcolo 2 e Fisica 2 + Laboratorio di Sperimentazione di Fisica è previsto un unico esame finale con votazione complessiva unica.

Didattica programmata: insegnamenti per gli studenti che si immatricolano nell'A.A. 2022/23

1° ANNO (DM 270/04)				
Insegnamento	**CFU**	**Semestre**	**Settore**	**Obbl/Opz**
Algebra 1	8	1	MAT/02	obbligatorio
Analisi Matematica 1	9	1	MAT/05	obbligatorio
Geometria 1 con Elementi di Storia 1	9	1	MAT/03	obbligatorio
Inglese	4	1	L-LIN/12	obbligatorio
Analisi Matematica 2	9	2	MAT/05	obbligatorio
Geometria 2 con Elementi di Storia 2	10	2	MAT/03	obbligatorio
Laboratorio di Programmazione e Informatica 1	6+4	2	INF/01	obbligatorio

2° ANNO (DM 270/04)				
Insegnamento	**CFU**	**Semestre**	**Settore**	**Obbl/Opz**
Algebra 2	7	1	MAT/02	obbligatorio
Analisi Matematica 3	6	1	MAT/05	obbligatorio
Fisica 1	9	1	FIS/01	obbligatorio
Geometria 3	7	1	MAT/03	obbligatorio
Analisi Matematica 4	7	2	MAT/05	obbligatorio
Fisica Matematica 1	8	2	MAT/07	obbligatorio
Geometria 4	7	2	MAT/03	obbligatorio
Probabilità e Statistica	9	2	MAT/06	obbligatorio

3° ANNO (DM 270/04)				
Insegnamento	**CFU**	**Semestre**	**Settore**	**Obbl/Opz**
Algebra 3	6	1	MAT/02	opzionale
Analisi Numerica 1 + Laboratorio di Calcolo 2	8+4	1	MAT/08 + INF/01	obbligatorio
Analisi Reale e Complessa	8	1	MAT/05	obbligatorio
Crittografia	6	1	MAT/03	opzionale
Fisica 2 + Laboratorio di Sperimentazione di Fisica	7+3	1	FIS/01	obbligatorio
Probabilità e Finanza	6	2	MAT/06	opzionale
Analisi Matematica 5	6	2	MAT/05	opzionale
Analisi Matematica 6	6	2	MAT/05	opzionale
Analisi Numerica 2	6	2	MAT/08	opzionale
Fisica Matematica 2	8	2	MAT/07	obbligatorio
Fondamenti di Programmazione: Metodi Evoluti	6	2	INF/01	opzionale
Geometria 5	6	2	MAT/03	opzionale
Statistica	6	1	MAT/06	opzionale

Calendario 2022/2023

I corsi hanno durata semestrale. I corsi del primo semestre si terranno dal 3 ottobre 2022 al 13 gennaio 2023, quelli del secondo semestre dal 6 marzo 2023 al 9 giugno 2023. I corsi del primo

semestre del primo anno avranno una settimana di interruzione delle lezioni dal 21 al 25 novembre 2022 (e pertanto termineranno il 20 gennaio 2023). Durante questa settimana si svolgeranno eventuali prove di esonero. Il 15 settembre 2022 alle ore 10.00, in aula 2, si terrà un incontro con gli studenti nel quale i docenti illustreranno brevemente i programmi dei corsi opzionali. Sarà possibile seguire la riunione anche in diretta streaming sulla piattaforma Teams.
Frequentare le lezioni è considerata una strategia efficace per un percorso formativo di qualità. Permette di conoscere più a fondo gli argomenti trattati e favorisce occasioni di scambio e relazione con i docenti e con i compagni di corso. La vicinanza e il confronto con gli altri consentono, infatti, di reperire informazioni mancanti, correggere i propri errori. Ci si rende conto che non si è soli a sperimentare delle difficoltà e si ha la possibilità di mettere in comune le proprie conoscenze. Partecipare attivamente alla vita universitaria significa anche cogliere le altre opportunità offerte dall'Ateneo: convegni, seminari, giornate di studio, assemblee studentesche, eventi di divulgazione, ecc. aperti agli studenti. Queste sono occasioni per approfondire temi e contenuti, dare il proprio contributo, confrontarsi con persone provenienti da ambiti diversi, oltre che per ampliare i propri orizzonti culturali e la propria vita sociale, rendendo in tal modo più ricco e stimolante il percorso di studi. Dunque la frequenza delle lezioni e la partecipazione ad eventi ed attività extra curriculari può essere un buon modo per creare nuovi gruppi all'interno dell'Università.

Docenti tutor

Ad ogni studente immatricolato viene assegnato un docente tutor che potrà essere consultato per consigli e suggerimenti generali in merito all'andamento delle attività di studio. Al terzo anno ogni studente ha la possibilità di sostituire il tutor assegnatogli con un diverso docente che lo possa guidare nella scelta dei corsi opzionali a seconda delle proprie inclinazioni. Tutti i docenti dei corsi hanno un orario di ricevimento settimanale per eventuali chiarimenti da parte degli studenti sulla materia insegnata. Il contatto con i professori universitari è improntato su modalità differenti rispetto alla scuola: lo studente dovrà farsi avanti in prima persona se occorre un chiarimento o un consiglio. Se se ne avverte la necessità ci sono sempre tempi e luoghi di contatto sia a lezione sia negli orari di ricevimento. Sul sito web del Corso di Studio, nella sezione tutoring, si potrà consultare l'elenco studenti – docenti tutor.

Esami

Gli insegnamenti del primo semestre prevedono due appelli di esame nella sessione estiva anticipata (febbraio), due appelli nella sessione estiva (giugno-luglio) e due appelli in quella autunnale (settembre). I corsi del secondo semestre prevedono due appelli d'esame nella sessione estiva, due in quella autunnale e due in quella invernale (febbraio). Il calendario degli esami è pubblicato nella sezione apposita del sito web del Corso di Studio. Lo studio universitario ha caratteristiche differenti da quello delle superiori. Le insicurezze collegate alla preparazione personale si attenuano notevolmente dopo aver sostenuto con successo i primi esami. Tuttavia nessun metodo di studio può garantire buoni risultati senza che lo studente ci dedichi tempo e impegno. Si può rendere l'apprendimento più organico, duraturo e appagante, ma nessun sistema può produrre risultati istantanei e senza sforzo.

Valutazione

Il punteggio della prova d'esame, ove presente, è attribuito mediante un voto espresso in trentesimi. La prova di esame sarà valutata secondo i seguenti criteri: Non idoneo: importanti carenze e/o inaccuratezza nella conoscenza e comprensione degli argomenti; limitate capacità di analisi e sintesi. 18-20: conoscenza e comprensione degli argomenti appena sufficiente con possibili imperfezioni; capacità di analisi sintesi e autonomia di giudizio sufficienti. 21-23: conoscenza e comprensione degli argomenti routinaria; capacità di analisi e sintesi corrette con argomentazione logica coerente.

24-26: discreta conoscenza e comprensione degli argomenti; buone capacità di analisi e sintesi con argomentazioni espresse in modo rigoroso. 27-29: conoscenza e comprensione degli argomenti completa; notevoli capacità di analisi, sintesi. Buona autonomia di giudizio. 30-30L: ottimo livello di conoscenza e comprensione degli argomenti. Notevoli capacità di analisi e di sintesi e di autonomia di giudizio. Argomentazioni espresse in modo originale.

Insegnamenti

L'elenco completo degli insegnamenti erogati è disponibile nella sezione insegnamenti del sito web del Corso di Studio. Gli insegnamenti sono sviluppati con contenuti e con ritmi didattici mirati ad assicurare un adeguato apprendimento in relazione al numero di ore di studio previsto per ciascun insegnamento. La frequenza ai corsi non è obbligatoria, ma la frequenza facilita l'apprendimento della materia. Per quanto riguarda i laboratori, la verifica di profitto avviene sulla base del lavoro svolto in aula, quindi la frequenza risulta necessaria. In caso di comprovata impossibilità a frequentare il laboratorio (per esempio nel caso di studenti lavoratori) possono essere concordate con i docenti responsabili altre forme di accertamento.
Ai fini di aggiornamento professionale e/o di arricchimento culturale o di integrazione curriculare, il Consiglio ogni anno stabilisce un elenco di corsi fruibili da:

- studenti iscritti ad università estere, o ad altre università italiane (previa autorizzazione dell'università frequentata o in attuazione di appositi accordi);
- laureati o soggetti comunque in possesso del titolo di studio previsto per l'immatricolazione ai corsi di laurea dell'Ateneo.

Gli studenti che rientrano nelle tipologie sopra indicate (previa iscrizione al singolo corso) potranno sostenere il relativo esame di profitto e riceverne formale attestazione. Per l'anno accademico 2022/23 saranno fruibili tutti i corsi erogati.
A partire dall'anno accademico 2008/09, gli studenti che vogliano usufruire della norma prevista dall'art. 6 del R.D. 1269/38 (la quale stabilisce che "Lo studente, oltre agli insegnamenti fondamentali ed al numero di insegnamenti complementari obbligatori per il conseguimento della laurea cui aspira, può iscriversi a qualsiasi altro insegnamento complementare del proprio Corso di Laurea e, per ciascun anno, a non più di due insegnamenti di altri corsi di laurea nella stessa Università") dovranno aver conseguito in precedenza almeno 20 CFU nei settori MAT/01-09. Gli interessati dovranno presentare domanda al Coordinatore del Corso di Laurea allegando il proprio piano di studi sul quale il Consiglio di Dipartimento sarà chiamato a dare un parere.

Piani di studio

Entro il mese di novembre, gli studenti iscritti al terzo anno devono presentare al Coordinatore del Corso di Laurea un piano di studio, in cui indicano le proprie scelte relativamente alla parte opzionale del corso di studi. Il Coordinatore del Corso di Laurea sottopone i piani di studio all'approvazione del Consiglio del Dipartimento di Matematica. Gli studenti possono eventualmente apportare modifiche al piano di studio. In tal caso, devono sottoporre un nuovo piano di studio e richiederne l'approvazione.
Sul sito web del Corso di Studio, nella sezione piani di studio, si possono leggere le istruzioni per la compilazione e presentazione del piano di studio. Si ricorda che lo schema di piano di studio riportato sul sito consente di accumulare i crediti necessari per laurearsi con non più di 20 verifiche di profitto (ovvero 19 esami più la parte a scelta del piano di studio) come previsto dal DM 270/04.

Prova finale

La prova finale per il conseguimento della Laurea in Matematica è, di norma, scelta dallo studente tra due tipi di prove, e cioè una tesina o un esame di cultura matematica.

- *Esame di cultura*: questo tipo di prova richiede il superamento di un esame scritto su argomenti di base appresi durante il corso di studi, che metta in risalto la comprensione e la capacità d'uso, da parte dello studente, del carattere interdisciplinare di tali nozioni. Lo svolgimento della prova scritta viene curato dalla commissione di laurea, con la quale lo studente discuterà il proprio elaborato nella seduta di laurea. Per agevolare il compito dello studente che sceglie questi tipo di prova finale, viene fornito un apposito corso di Preparazione all'Esame di Cultura (PEC) che sarà tenuto nel secondo semestre. Questa scelta è particolarmente indicata per chi intende proseguire gli studi con la Laurea Magistrale.
- *Tesina*: questo tipo di prova richiede, da parte dello studente, un adeguato approfondimento di un argomento affine al contenuto di un corso presente nel proprio piano di studi, oppure lo sviluppo di un tema non già coperto da corsi curricolari, ed è consigliato, in particolare, agli studenti che non intendano proseguire gli studi con la laurea magistrale. L'argomento oggetto della tesi deve essere concordato con il docente del corso di riferimento, nonché con un docente scelto dallo studente, che può essere anche lo stesso che ha tenuto il corso e che svolge le funzioni di relatore. L'elaborato prodotto dallo studente viene quindi discusso e valutato nella seduta di laurea.

Dettagli sulle modalità, le regole ed altre informazioni sulla prova finale possono essere trovate nella sezione esame di laurea del sito web del Corso di Studio.
Modalità diverse di prova finale possono essere autorizzate dal Consiglio del Dipartimento di Matematica, sulla base di una richiesta motivata. In particolare, in relazione a obiettivi specifici, possono essere previste attività esterne, come tirocini formativi presso aziende, strutture della pubblica amministrazione e laboratori, eventualmente in ambito internazionale. In ogni caso, lo studente deve realizzare un documento scritto (eventualmente in una lingua diversa dall'italiano) e sostenere una prova orale. La discussione della prova finale avviene in seduta pubblica davanti a una commissione di docenti che esprime la valutazione complessiva in centodecimi eventualmente attribuendo la lode.

Trasferimenti

Gli studenti che si trasferiscono al Corso di Laurea in Matematica provenendo da altri Corsi di Studi possono chiedere il riconoscimento dei crediti relativi ad esami sostenuti nel corso di studi d'origine. Il Consiglio del Dipartimento di Matematica valuterà di volta in volta le singole richieste. Sul sito web del Corso di Studio, nella sezione trasferimenti, si possono leggere le istruzioni per ottenere un parere preventivo su eventuali convalide di esami sostenuti in precedenti corsi di laurea di provenienza. Gli studenti che si trasferiscono da altri corsi di studio devono sostenere il test di valutazione. Per poter essere esonerati dal sostenerlo devono aver maturato crediti del settore MAT nel corso di studio di provenienza. In tal caso, è sufficiente riempire il modulo reperibile sul sito web del Corso di Studio nella pagina della Laurea Triennale alla voce immatricolazioni, che dovrà essere inviato in formato elettronico a `dida@mat.uniroma2.it` e consegnato in versione cartacea, debitamente firmato, presso la segreteria del Corso di Laurea in Matematica (Dott.ssa Solange Barcaccia).

Modalità di erogazione della didattica

La didattica si svolge in **presenza e la frequenza è fortemente consigliata**. Come supporto alla didattica, per la larga maggioranza degli insegnamenti, i docenti sono disponibili ad utilizzare le classi virtuali Teams (*T*) per scambio di materiale, contatti con gli studenti, ricevimento e altro. Inoltre, per la larga maggioranza degli insegnamenti, i docenti sono anche disponibili, su motivata richiesta degli studenti e subordinatamente alla disponibilità di strumenti adeguati ed efficienti, ad effettuare streaming (*S*) e/o registrazione delle lezioni (*R*). Tali disponibilità dei docenti sono riportate in dettaglio per ogni insegnamento nell'elenco che segue. Si ribadisce tuttavia che **lo streaming e/o la registrazione delle lezioni possono essere intesi unicamente come supporto collaterale alla didattica svolta in aula e non possono in alcun modo essere considerati come sostituto sistematico per essa.**

Programmi dei corsi

ALGEBRA 1

1° anno – 1° semestre

8 CFU – settore MAT/02 – 80 ore di lezione in aula – ulteriori ore di tutorato – supporti: R

Docente: R. Schoof (codocente L. Geatti)

Programma: La teoria dei gruppi anelli e campi.

Obiettivi di apprendimento: Familiarizzare con i concetti di base dell'algebra, quali gruppi, anelli e campi.

Testi consigliati:
R. Schoof, R.B. Van Geemen: *Dispense di Algebra*, dispense disponibili online

Modalità di esame: Prova scritta.

Program: The theory of groups, rings and fields.

Learning objectives: Familiarize with the basic concepts of algebra, like groups, rings and fields.

Text books:
R. Schoof, R.B. Van Geemen: *Dispense di Algebra*, notes available online

Exam mode: Written exam.

ALGEBRA 2

2° anno – 1° semestre

7 CFU – settore MAT/02 – 70 ore di lezione in aula – ulteriori ore di tutorato

Docente: M. Lanini

Programma: Teoria dei gruppi: azioni di gruppi, automorfismi; p-gruppi, sottogruppi di Sylow; teoremi di Sylow. Teoria degli anelli: domini a ideali principali e a fattorizzazione unica. Teoria dei moduli: classificazione dei moduli finitamente generati su un anello a ideali principali. Teoria dei campi: estensioni, campi di spezzamento, costruzione dei campi finiti. Accenni di teoria di Galois.

Obiettivi di apprendimento: Approfondire lo studio delle strutture algebriche introdotte nel corso di Algebra 1, quali gruppi, anelli e campi.

Testi consigliati:
I.N. Herstein: *Algebra*, Editori Riuniti University Press Roma, 2010
R. Schoof: *Dispense di Algebra Pavia 2010*, dispense disponibili online

Modalità di esame: Prova scritta e orale.

Program: Group Theory: group actions, automorphisms; p-groups, Sylow subgroup. Ring theory: principal ideal domains, unique factorisaton domain. Module theory: classification of finitely generated modules over a principal ideal domain. Field theory: extensions, splitting fields, construction of finite fields. Elements of Galois theory.

Learning objectives: Deepen the study of the algebraic structures introduced in the course of Algebra 1, such as groups, rings and fields.

Text books:
I.N. Herstein: *Algebra*, Editori Riuniti University Press Roma, 2010
R. Schoof: *Dispense di Algebra Pavia 2010*, notes available online

Exam mode: Written and oral exam.

ALGEBRA 3

3° anno – 1° semestre

6 CFU – settore MAT/02 – 48 ore di lezione in aula – supporti: T

Docente: F. Gavarini

Programma: Il programma potrà essere concordato con gli studenti, secondo gli interessi manifestati e le disponibilità del docente. A parte questo, a priori il docente stesso propone di sviluppare uno dei seguenti programmi:

- Teoria delle CATEGORIE & Teoria dei MODULI e ALGEBRE

- Teoria di GALOIS (finita e infinita)

Obiettivi di apprendimento: Gli studenti dovranno conseguire una buona conoscenza delle tecniche fondamentali e dei risultati principali considerati, in particolare di come queste tecniche sviluppino idee che risultano cruciali in vari contesti della matematica.

Testi consigliati:
Da definire in base al programma

Modalità di esame: Prova orale.

Program: The program may be arranged with the students, according to their interests and to the teacher's own willingness. In any case, a priori the teacher himself suggest to expound on one of the following programs:

- Theory of CATHEGORIES & Theory of MODULES and ALGEBRAS

- GALOIS' Theory (both finite and infinite)

Learning objectives: The students are expected to obtain a good knowledge of the basic techniques and of the main results under study, in particular being aware of how these techniques implement ideas that prove to be pivotal in several contexts of mathematics.

Text books:
To be defined according to the program

Exam mode: Oral exam.

ANALISI MATEMATICA 1

1° anno – 1° semestre

9 CFU – settore MAT/05 – 90 ore di lezione in aula – ulteriori ore di tutorato – supporti: S, T

Docente: R. Ghezzi (codocente E. Callegari)

Programma: Numeri reali, approccio assiomatico. Numeri naturali e principio di induzione. Numeri interi relativi e numeri razionali. Numerabilità di $\mathbb{Z}$ e $\mathbb{Q}$ e non-numerabilità di $\mathbb{R}$. Topologia della retta reale. Estremo superiore e inferiore. Teorema di Bolzano-Weierstrass. Successioni: limiti di successioni, principali teoremi sui limiti, il numero e. Funzioni reali di una variabile: funzioni elementari, limiti di funzioni e studio di alcuni limiti notevoli, limite superiore e limite inferiore. Insiemi compatti. Proprietà fondamentali delle funzioni continue. Teorema di Weierstrass e teorema dei valori intermedi. Continuità uniforme. Calcolo differenziale: definizione di derivata e prime proprietà. Teoremi di Fermat, di Rolle, di Lagrange e di Cauchy. Teoremi di de l'Hopital. Funzioni convesse e loro principali proprietà. Polinomi di Taylor e le loro applicazioni. Successioni ricorsive.

Obiettivi di apprendimento: Il corso si propone di illustrare alcuni concetti base del calcolo in una variabile, con l'esclusione del calcolo integrale. L'obiettivo è quello di rendere lo studente capace di elaborare tali concetti in maniera critica e di acquisire le conoscenze necessarie per risolvere con rigore i problemi proposti.

Testi consigliati:
E. Giusti: *Analisi Matematica 1*, Bollati Boringhieri, 2002
C. Pagani, S. Salsa: *Analisi Matematica 1*, Zanichelli, 2015
L. Chierchia: *Corso di analisi, prima parte*, McGraw-Hill, 2019
G. De Marco: *Analisi 1*, Zanichelli, 1996

Modalità di esame: La prova scritta consiste nella risoluzione di esercizi. La prova scritta può essere sostituita da due prove in itinere (esoneri). Chi ha superato la prova scritta è ammesso alla prova orale, principalmente dedicata alla teoria.

Program: Real numbers: axiomatic approach. Natural numbers and induction. Integer, rational and real numbers. $\mathbb{Z}$ and $\mathbb{Q}$ are countable, $\mathbb{R}$ is not. Topology of the real line, supremum and infimum. Bolzano-Weierstrass Theorem. Sequences, their limits and main results, the number e. Functions of one variable: elementary functions, limits of functions, limsup and liminf. Compact sets. Main properties of continuous functions. The Weierstrass theorem and intermediate value theorem. Uniform continuity. Differential calculus: the notion of derivative and its basic properties. Theorems of Fermat, Rolle, Lagrange and Cauchy. The de l'Hopital theorem. Convex functions and their properties. Taylor polynomials and their applications. Recursive sequences.

Learning objectives: The course is meant to supply the basic concepts of calculus in one variable, with the exception of integral calculus. The goal is to make the student able to elaborate such concepts critically and have the know how to solve rigorously the proposed problems.

Text books: The teacher will supply all necessary material to foreign students.

Exam mode: During the written exam the student should solve various exercises. The written exam can be replaced by two partial exams during the course. The students who have passed the written exam are admitted to the oral exam, mainly dedicated to theory.

ANALISI MATEMATICA 2

1° anno – 2° semestre

9 CFU – settore MAT/05 – 90 ore di lezione in aula – ulteriori ore di tutorato – supporti: R, S, T

Docente: E. Callegari (codocente V. Morinelli)

Programma: Numeri complessi. Integrazione secondo Riemann. Teorema fondamentale del calcolo integrale. Metodi di integrazione. Integrali impropri. Serie numeriche reali e complesse. Serie di potenze e di Taylor. Equazioni differenziali a variabili separabili. Equazioni differenziali lineari del primo ordine. Equazioni differenziali lineari a coefficienti costanti. Elementi di topologia di $\mathbb{R}^n$. Limiti e continuità per funzioni di più variabili a valori scalari o vettoriali. Calcolo differenziale per funzioni di più variabili reali scalari e vettoriali: derivate parziali e direzionali, differenziabilità, condizioni necessarie e condizioni sufficienti di differenziabiltà. Gradiente e matrice jacobiana. Differenziale delle funzioni composte.

Obiettivi di apprendimento: ll corso si propone di illustrare argomenti di base del calcolo differenziale (in $\mathbb{R}^n$) e integrale (in $\mathbb{R}$) con l'obiettivo di rendere lo studente capace di elaborare i concetti in maniera critica e acquisire le conoscenze e la confidenza necessarie per risolvere con rigore i problemi proposti.

Testi consigliati:
L. Chierchia: *Corso di analisi, prima parte*, McGraw Hill, 2019
N. Fusco, P. Marcellini, C. Sbordone: *Lezioni di Analisi Matematica Due*, Zanichelli, 2020

Modalità di esame: Prova scritta, prova orale.

Bibliografia di riferimento: Sito docente.

Program: Complex numbers. Riemann's integral. The Fundamental Theorem of Calculus. Integration techniques. Improper integrals. Real and complex infinite series and convergence criteria. Power Series. Taylor's Series. First-Order ordinary differential equation. Linear ordinary differential equations with constant coefficients. Separable differential equations. Limits and continuity for scalar and vector valued functions of several real variables. Differential calculus for scalar and vector valued functions of several real variables: partial and directional derivatives, differentiability and differential of a function, necessary and sufficient conditions for differentiability. Gradient and Jacobian matrix of a map. Differential of a composite function, chain rule for the derivatives.

Learning objectives: The course unit aims to introduce the basic concepts of differential (in $\mathbb{R}^n$) and integral (in $\mathbb{R}$) calculus. The main goal is to make the student an independent earner and to gain the knowledge and the confidence necessary to solve the proposed problems rigorously.

Text books:
L. Chierchia: *Corso di analisi, prima parte*, McGraw Hill, 2019
N. Fusco, P. Marcellini, C. Sbordone: *Lezioni di Analisi Matematica Due*, Zanichelli, 2020

Exam mode: Written exam and oral discussion.

Reference bibliography: Professor's webpage.

ANALISI MATEMATICA 3

2° anno – 1° semestre

6 CFU – settore MAT/05 – 60 ore di lezione in aula – ulteriori ore di tutorato – supporti: T

Docente: A. Sorrentino (codocente P. Roselli)

Programma: Spazi metrici e normati e le loro proprietà topologiche. Completezza, connessione e compattezza e proprietà relative. Teorema delle contrazioni in uno spazio metrico completo. Caratterizzazione degli spazi metrici compatti. Successioni di funzioni. Convergenza puntuale e uniforme e relazioni con continuità, derivata e integrale. Teorema di Ascoli-Arzelà. Serie di funzioni. Generalità sulle serie di funzioni. Convergenza puntuale, convergenza uniforme e relazioni con continuità, derivata e integrale. Convergenza totale. Criterio di Cauchy sulla convergenza uniforme di successioni e di serie di funzioni. Serie di potenze, insieme di convergenza e raggio di convergenza. Teorema di Abel. Funzioni analitiche. Calcolo differenziale per funzioni di più variabili reali scalari e vettoriali: derivate parziali e direzionali, differenziabilità, condizioni necessarie e condizioni sufficienti di differenziabiltà. Gradiente e matrice jacobiana. Differenziale delle funzioni composte. Derivate successive, teorema di Schwarz. Richiami sulle forme quadratiche in $\mathbb{R}^n$. Formula di Taylor per funzioni di più variabili con resto in forma di Peano o di Lagrange. Massimi e minimi liberi per funzioni scalari di più variabili, criteri basati sul segno della matrice Hessiana. Curve in $\mathbb{R}^n$, lunghezza di una curva, parametrizzazione naturale. Integrali curvilinei di prima specie o rispetto alla lunghezza d' arco. Cenni sulla curvatura con e senza segno di curve piane e nello spazio. Campi vettoriali, forme differenziali e loro integrali curvilinei di seconda specie. Forme chiuse ed esatte e loro relazioni, insiemi semplicemente connessi, invarianza per omotopia degli integrali curvilinei di forme chiuse. Introduzione alle superfici in $\mathbb{R}^n$. Porzioni di superfici regolari. Piano tangente e versore normale. Superfici cartesiane e superfici di rotazione. Teorema di Dini della funzioni implicite in due dimensioni. Teorema delle funzioni implicite nel caso generale. Teorema della funzione inversa, invertibilità locale e globale. Introduzione alla nozione di sottovarietà differenziabile in $\mathbb{R}^n$, equivalenza delle diverse definizioni, spazio tangente e normale. Punti di estremo vincolato di una funzione. Metodo dei moltiplicatori di Lagrange per la ricerca dei punti di estremo vincolato.

Obiettivi di apprendimento: Acquisire conoscenze teoriche di base su spazi metrici, calcolo differenziale in più variabili, curve ed integrali curvilinei, serie di funzioni ed analisi di Fourier; rendere lo studente capace di elaborare i concetti in maniera critica; sviluppare le competenze computazionali necessarie per risolvere con rigore i problemi proposti.

Testi consigliati:
N. Fusco, P. Marcellini, C. Sbordone: *Lezioni di Analisi Matematica Due*, Zanichelli, 2020
E. Giusti: *Analisi Matematica 2*, Boringhieri, 2003
C. D. Pagani, S. Salsa: *Analisi Matematica, vol.2*, Zanichelli, 2016

Modalità di esame: L'esame comprende una prova scritta ed una orale, entrambe obbligatorie. La prova scritta consisterà nella risoluzione di esercizi, alcuni dei quali potrebbero essere di carattere teorico. Chi ha superato la prova scritta verrà ammesso alla prova orale, che verterà principalmente sugli argomenti teorici trattati: il/la candidato/a dovrà dimostrare di saper esporre con competenza e rigore le nozioni apprese ed, eventualmente, di essere in grado di elaborarle in maniera originale. La valutazione complessiva terrà conto di entrambe le prove.

Program: Metric, normed and inner-product spaces and their topological properties. Complete, connected and compact spaces with basic properties. Contraction mapping theorem in a complete metric space. Characterization of compact metric spaces. Sequences of functions. Pointwise and uniform convergence of sequences of functions. Connections with continuity, differentiability, and integrability. Ascoli-Arzelà theorem. Series of functions. Weierstrass M-test. Cauchy criterion for the uniform convergence of series of functions. Power series, convergence set, and convergence radius. Abel's Theorem. Analytic functions. Differential calculus for scalar and vector valued functions of several real variables: partial and directional derivatives, differentiability and differential of a function, necessary and sufficient conditions for differentiability. Gradient and Jacobian matrix of a map. Differential of a composite function, chain rule for the derivatives. Higher order derivatives, Schwarz Lemma. Review of bilinear and quadratic form in $\mathbb{R}^n$. Taylor formula for functions of several variables, Peano's and Lagrange's remainder. Maxima and minima for functions of several variables, criteria based on the sign of the Hessian matrix. Curves in $\mathbb{R}^n$, length of a curve, natural parametrization. Curvilinear integral of the first kind for scalar functions. Some notions on curvature of planar and space curves.Vector fields, linear differential forms and curvilinear integrals of the second kind. Closed and exact forms, simply connected domains, homotopy invariance for integrals of closed forms. Introduction to surfaces in $\mathbb{R}^n$. Regular surfaces. Tangent plane and normal versor. Cartesian surfaces and surfaces of revolution. Dini's implicit function theorem for functions of two variables. General Implicit functions theorem. Inverse function theorem, local and global invertibility. Introduction to the notion of an embedded manifold in $\mathbb{R}^n$. Extremum points of a function under constraints and Lagrange multiplier method.

Learning objectives: Learning the basic theoretical concepts on metric spaces, multivariable calculus, curves and line integrals, series of functions and Fourier analysis; make the student able to elaborate critically such concepts; develop the necessary computational skills to solve rigorously the proposed problems.

Text books:

N. Fusco, P. Marcellini, C. Sbordone: *Lezioni di Analisi Matematica Due*, Zanichelli, 2020

E. Giusti: *Analisi Matematica 2*, Boringhieri, 2003

C. D. Pagani, S. Salsa: *Analisi Matematica, vol.2*, Zanichelli, 2016

Exam mode: The exam consists of a written test and an oral interview, both compulsory. The written exam will consist in the resolution of exercises, some of them could be of theoretical nature. Students who pass the written exam are admitted to the oral one, that will mainly focus on the topics presented in the course: the candidate should be able to present the learned notions with competence and rigour, and, if necessary, to elaborate on them in an original way. The written and oral exam will both contribute to the determination of the final vote.

ANALISI MATEMATICA 4

2° anno – 2° semestre

7 CFU – settore MAT/05 – 70 ore di lezione in aula – ulteriori ore di tutorato – supporti: R, S, T

Docente: P. Cannarsa (codocente C. Mendico)

Programma: *Equazioni differenziali ordinarie.* 1. Crescita e decrescita esponenziale. Il modello logistico. Risultato di esistenza e unicità per il problema di Cauchy relativo a un'equazione del primo ordine in forma normale. Equazioni a variabili separabili ed equazioni lineari del primo ordine. Confronto di soluzioni. 2. Problema di Cauchy per sistemi differenziali del primo ordine in forma normale. Teorema di esistenza e unicità di Picard. Lemma di Gronwall. Dipendenza continua dai dati. 3. Prolungamento di soluzioni. Esistenza e unicità del prolungamento massimale. Teorema di prolungabilità. Teorema di escursione dai compatti. Prolungabilità in presenza di una maggiorazione a priori nel caso della striscia. Globalità delle soluzioni massimali in ipotesi di sublinearità. 4. Sistemi differenziali lineari. Struttura affine dello spazio delle soluzioni. Matrici fondamentali di soluzioni. Dimensione dello spazio delle soluzioni del sistema omogeneo. Sistemi lineari a coefficienti costanti: il caso di autovalori distinti. Formula di variazioni delle costanti arbitrarie. 5. Equazioni differenziali lineari di ordine n. Soluzioni fondamentali, matrice wronskiana e metodo della variazione delle costanti arbitrarie. Equazioni a coefficienti costanti: equazione caratteristica e sistema fondamentale di soluzioni dell'omogenea. Equazioni di Eulero. Ricerca di soluzioni particolari. 6. Flusso di un campo vettoriale regolare. Continuità del flusso e proprietà di semigruppo. Insiemi invarianti per un flusso e condizione necessaria e sufficiente per l'invarianza di un convesso chiuso. Classificazione degli equilibri. Analisi degli equilibri di sistemi lineari autonomi bidimensionali. Stabilità in prima approssimazione. Metodo di Liapunov per l'analisi della stabilità. Bacino di attrazione di un punto di equilibrio asintoticamente stabile. Analisi degli equilibri nel pendolo senza attrito, nei modelli epidemiologici SIS, SIR e SIRS, e nel modello preda-predatore.
Misura di Lebesgue. 1. Plurintevalli in $\mathbb{R}^n$. 2. Insiemi misurabili secondo Lebesgue e misura di un insieme. 3. Additività e subadditività numerabile della misura. 4. Misura nei prodotti cartesiani.
Integrale di Lebesgue in $\mathbb{R}^n$. 1. Integrale di Lebesgue. 2. Funzioni misurabili. 3. Passaggio al limite sotto il segno di integrale. 4. Teorema di Fubini. 5. Cambiamento della misura per diffeomorfismi e cambiamento di variabili negli integrali. 6. Coordinate polari. 7. Derivazione sotto il segno di integrale. 8. Formula di Gauss-Green nel piano. Applicazione al calcolo di aree. Soluzione del problema isoperimetrico nel piano.
Integrali superficiali. 1. Parametrizzazioni equivalenti e area di una porzione di superficie regolare. 2. Calcolo delle aree di alcune porzioni di superfici regolari (sfera, cono, toro, paraboloide, rotazione di una cicloide). 3. Integrale di una funzione continua su una porzione di superficie regolare. 4. Teorema di Stokes nello spazio tridimensionale. Insiemi semplicemente connessi.

Obiettivi di apprendimento: Acquisire metodologie teoriche e competenze computazionali su misura di Lebesgue in spazi euclidei, integrazione di funzioni di più variabili reali, integrali superficiali ed equazioni differenziali ordinarie.

Testi consigliati:
E. Giusti: *Analisi matematica, vol. 2*, Boringhieri, 1983
E. Giusti: *Esercizi e complementi di analisi matematica, vol. 2*, Boringhieri, 2003

Modalità di esame: Prova scritta che prevedere la risoluzione di esercizi, sia di tipo teorico che di tipo numerico. Gli esercizi possono coprire tutti gli argomenti presenti nel programma. Per ciascun esercizio è indicato il punteggio corrispondente ad una risoluzione completa. Prova orale nella quale il candidato dimostra di conoscere definizioni, teoremi, le dimostrazioni fondamentali (comunicate in precedenza), ed è in grado di usare le nozioni apprese combinandole se necessario in modo originale. La valutazione complessiva tiene conto di entrambe le prove.

Bibliografia di riferimento:
C. D. Pagani, S. Salsa: *Analisi Matematica 2*, Zanichelli, 2009

Program: *Ordinary differential equations.* 1. Exponential growth and exponential decay. The logistic model. Existence and uniqueness of solutions to the Cauchy problem for a first order differential equation in normal form. Separation of variables and first order linear differential equations. Comparison of solutions. 2. The Cauchy problem for first order systems of differential equations in normal form. Picard's theorem. Gronwall's lemma. Continuous dependence on data. 3. Continuation of solutions. Existence and uniqueness of the maximal solution. Continuation theorem. Excursion from a compact set. Continuation under an a priori bound. Global solutions in the sublinear case. 4. Linear systems of differential equations. Structure of the solution space. Fundamental matrices. Dimension of the solution space for a homogeneous system. Linear systems with constant coefficients: the case of simple eigenvalues. Variation of constants. 5. Differential equations of order n. Fundamental solutions, Wronskian matrix, and variation of constants. Equations with constant coefficients. Euler equations. Forcing terms of special form. 6. Flow of a smooth vector field. Continuity of the flow and semigroup property. Invariant sets and necessary and sufficient conditions for the invariance of a closed convex set. Classification of the equilibria. Planar linear systems. Stability by linearization. Lyapunov's method. Attraction basin of an asymptotically stable equilibrium. Study of the frictionless pendulum, SIS, SIR, and SIRS epidemic models, and predator-prey model.
Lebesgue measure. 1. Rectangles in $\mathbb{R}^n$. 2. Lebesgue measure. 3. Countable additivity and subadditivity. 4. Measure of cartesian products.
Lebesgue integral in $\mathbb{R}^n$*.* 1. Lebesgue integral. 2. Measurable functions. 3. Convergence of integrals. 4. Fubini's theorem. 5. Change of variables in multiple integrals. 6. Polar coordinates. 7. Differentiation of integrals. 8. Gauss-Green formula for planar domains. Computation of areas. Solution of the isoperimetric problem in the plane.
Surface Integrals. 1. Equivalent parameterizations and area of a surface. 2. Computation of the area of elementary surfaces (sphere, cone, torus, paraboloid). 3. Integral of a continuous function on a regular surface. 4. Stokes theorem. Simply connected sets.

Learning objectives: To acquire theoretical methods and computational skills concerning Lebesgue measure on Euclidean space, integration of functions of several real variables, convergence theorems, surface integrals, and ordinary differential equations.

Text books:
E. Giusti: *Analisi matematica, vol. 2,* Boringhieri, 1983
E. Giusti: *Esercizi e complementi di analisi matematica, vol. 2*, Boringhieri, 2003

Exam mode: Written and oral exam. The final assessment will take in to account both exams.

Reference bibliography:
W. Fleming: *Functions of Several Variables*, Springer-Verlag, 1977
M. W. Hirsch, S. Smale, R. L. Devaney: *Differential equations, dynamical systems, and introduction to chaos*, Elsevier, 2013

ANALISI MATEMATICA 5

3° anno – 2° semestre

6 CFU – settore MAT/05 – 48 ore di lezione in aula – supporti: R, S, T

Docente: R. Peirone

Programma: Esempi di problemi di calcolo delle variazioni. Minimizzazione di un funzionale integrale ove la funzione dipende dal tempo, dalla funzione da minimizzare e dalla sua derivata. Problemi di tipo isoperimetrico. Calcolo delle variazioni per funzioni assolutamente continue. Curve di minima lunghezza. Alcune parti del programma (in particolare le ultime) saranno svolte a seconda del tempo a disposizione.

Obiettivi di apprendimento: Introdurre lo studente alle conoscenze di base del Calcolo delle Variazioni

Testi consigliati:
P. Cannarsa, E. Giorgieri, M. E. Tessitore: *Lecture notes in dynamic optimization*, Texmat, 2004 (fornito dal docente)

Modalità di esame: Prova orale.

Program: Examples of problems in calculus of variations. Minimization of integral functionals where the functions depends on the time, on the minimizing function and on tits derivative. Isoperimetrical problems. Calculus of variations for absolutely continuous functions. Curves of minimal length. Some parts of the programs (especially the last) will be delivered depending on the time available.

Learning objectives: Get the basics of Calculus of Variations and dynamic optimization.

Text books:
P. Cannarsa, E. Giorgieri, M. E. Tessitore: *Lecture notes in dynamic optimization*, Texmat, 2004 (given by the teacher)

Exam mode: Oral exam.

ANALISI MATEMATICA 6

3° anno – 2° semestre

6 CFU – settore MAT/05 – 48 ore di lezione in aula – supporti: R, S, T

Docente: G. Ruzzi

Programma: Spazi topologici. Spazi vettoriali topologici e topologie deboli. Spazi Normati Cenni di teoria dell'integrazione alla Lebesgue. Spazi di Hilbert e operatori. Teoria spettrale per operatori su spazi di Hilbert. Cenni alla teoria della C*-Algebre Applicazioni alla Meccanica Quantistica.

Obiettivi di apprendimento: Scopo del corso è l'approfondimento delle conoscenze di analisi matematica necessarie alla formulazione concettualmente chiara di teorie fisiche e dei problemi matematici ad esse connessi, con particolare attenzione alla formulazione dei fondamenti matematici della meccanica quantistica.

Testi consigliati: Note online e testi indicati durante il corso

Modalità di esame: Prova orale.

Program: Topological spaces. Topological vector spaces and weak topologies. Normed Spaces Basics of Lebesgue integration theory. Hilbert spaces and operators. Spectral theory for operators on Hilbert spaces. Hints to the theory of C * -Algebras Applications to Quantum Mechanics.

Learning objectives: The aim of the course is to deepen the mathematical analysis knowledeges necessary for the conceptually clear formulation of physical theories and related mathematical problems, with particular attention to the formulation of the mathematical foundations of quantum mechanics.

Text books: Online notes and texts indicated during the course

Exam mode: Oral exam.

ANALISI NUMERICA 1

3° anno – 1° semestre

8 CFU – settore MAT/08 – 80 ore di lezione in aula – ulteriori ore di tutorato – supporti: R, T

Docente: C. Manni

Programma: Il corso illustra i principi della traduzione di modelli matematici in problemi aritmetici risolubili con mezzi automatici. Aritmetica in virgola mobile e analisi dell'errore. Algebra lineare numerica: metodi diretti e metodi iterativi per sistemi lineari. Approssimazione di soluzioni di equazioni non lineari. Approssimazione e interpolazione polinomiale e splines. Integrazione numerica. Cenni al trattamento numerico di equazioni differenziali ordinarie.

Obiettivi di apprendimento: L'insegnamento si propone di fornire le conoscenza di base delle problematiche numeriche legate alla risoluzione di problemi matematici tramite un eleboratore elettronico digitale e le basi per la programmazione di algoritmi matematici attraverso il linguaggio MATLAB. Al termine, lo studente conoscerà i metodi numerici più elementari per l'agebra lineare numerica e l'approssimazione di dati e funzioni, sarà in grado di individuare le possibili fonti di errore nell'utilizzo di algoritmi numerici per l'approssimazione di semplici problemi matematici e di interpretare i risultati ottenuti mediante la programmazione di algoritmi relativi tramite l'utilizzo di un eleboratore elettronico digitale.

Testi consigliati:
D. Bini, M. Capovani, O. Menchi: *Metodi Numerici per l'Algebra Lineare*, Zanichelli, 1988
A. Quarteroni, R. Sacco, F. Saleri: *Matematica Numerica*, Springer, 2008

Modalità di esame: Per la parte di Analisi Numerica 1 la valutazione dello studente prevede una prova scritta ed una prova orale che vanno sostenute nella medesima sessione d'esame. La prova scritta è propedeutica alla prova orale. In essa vengono proposti esercizi concernenti la risoluzione di semplici problemi numerici tramite i metodi studiati. Lo studente dovrà dimostrare di saper riconoscere gli ambiti di applicabilità dei metodi e delle procedure descritte a lezione e applicare gli stessi al fine di risolvere e modellizzare semplici problemi. Nella prova orale lo studente dovrà dimostrare di saper illustrare, sia in modo sintetico, che analitico, e con proprietà di linguaggio i fondamenti matematici dei metodi numerici presentati a lezione.

Il laboratorio di Calcolo 2 prevede una prova di laboratorio.

Il punteggio della prova d'esame è attribuito mediante un voto espresso in trentesimi risultato della media pesata delle votazioni ottenute per i 2 moduli.

Program: The course illustrates the principles of translating mathematical models into arithmetic problems solved by automatic means. Floating point arithmetic and error analysis. Numerical linear algebra: direct methods and iterative methods for linear systems. Approximation of solutions of non-linear equations. Polynomial and splines approximation and interpolation. Numerical integration. Outlines on the numerical treatment of ordinary differential equations.Basics of programming in MATLAB with particular regard to the use of vectorial structure.

Learning objectives: The course aims to provide the basic knowledge of numerical issues related to the resolution of mathematical problems through a digital computer. At the end of the course, the student will know the most basic numerical methods for the numerical linear algebra and the approximation of data and functions, he/she will be able to identify the possible sources of error in the use of numerical algorithms for the approximation of simple mathematical problems and to interpret the results obtained by programming relative algorithms using a digital computer and to provide the basis for the programming of mathematical algorithms through the MATLAB language.

Text books:
D. Bini, M. Capovani, O. Menchi: *Metodi Numerici per l'Algebra Lineare*, Zanichelli, 1988
A. Quarteroni, R. Sacco, F. Saleri: *Matematica Numerica*, Springer, 2008

Exam mode: For the part of Numerical Analysis 1 the student's assessment includes a written exam and an oral exam. The written exam is preparatory to the oral exam. It contains exercises concerning the resolution of simple numerical problems through the studied methods. The student has to prove to be able to recognize the range of applicability of the methods and procedures described in the course and to apply the same in order to solve and model simple problems. In the oral exam the student has to prove to be able to illustrate with a proper language, both synthetically and analytically, the mathematical foundations of the presented numerical methods. The exam test score is given by a mark expressed in thirtieths obtained by the weighted average of the single marks.

ANALISI NUMERICA 2

3° anno – 2° semestre

6 CFU – settore MAT/08 – 48 ore di lezione in aula – supporti: S, T

Docente: C. Di Fiore (codocente D. Bertaccini)

Programma: Algebre di matrici di bassa complessità computazionale, metodi iterativi quasi-Newton per la minimizzazione di funzioni, metodi di tipo gradiente coniugato e tecniche di precondizionamento per sistemi lineari di grandi dimensioni, il caso delle matrici di Toeplitz, migliore approssimazione di una matrice e/o formule di dislocamento in algebre di bassa complessità. Funzioni di matrici.

Obiettivi di apprendimento: Investigare alcuni argomenti di base dell'ottimizzazione numerica.

Testi consigliati: Appunti dei docenti e di ex-studenti.

Modalità di esame: Prova orale.

Bibliografia di riferimento:
D. Bertaccini, C. Di Fiore, P. Zellini: *Complessità e iterazione numerica. Percorsi, matrici e algoritmi veloci nel calcolo numerico*, Bollati Boringhieri, 2013
J. E. Dennis Jr., R. B. Schnabel: *Numerical Methods for Unconstrained Optimization and Nonlinear Equations*, SIAM, 1983
D. Bertaccini, F. Durastante: *Iterative Methods and Preconditioning for Large and Sparse Linear Systems with Applications*, Taylor & Francis, 2018

Program: Matrix algebras of low computational complexity, iterative quasi-Newton methods for functions minimization, conjugate gradient type methods and preconditioning techniques for large dimension linear systems, the case of Toeplitz matrices, best approximation of a matrix and/or displacement formulas in low complexity matrix algebras. Function of matrices.

Learning objectives: Investigate some basic topics of Numerical Optimizazion.

Exam mode: Oral exam.

Reference bibliography:
D. Bertaccini, C. Di Fiore, P. Zellini: *Complessità e iterazione numerica. Percorsi, matrici e algoritmi veloci nel calcolo numerico*, Bollati Boringhieri, 2013
J. E. Dennis Jr., R. B. Schnabel: *Numerical Methods for Unconstrained Optimization and Nonlinear Equations*, SIAM, 1983
D. Bertaccini, F. Durastante: *Iterative Methods and Preconditioning for Large and Sparse Linear Systems with Applications*, Taylor & Francis, 2018

ANALISI REALE E COMPLESSA

3° anno – 1° semestre

8 CFU – settore MAT/05 – 80 ore di lezione in aula – supporti: R, S, T

Docente: R. Peirone (codocente S. Trapani)

Programma: Complementi di teoria della misura di Lebesgue. Serie di Fourier e forse trasformata di Fourier. Spazi di Hilbert, e forse altri argomenti di complementi di analisi reale. Funzioni olomorfe e loro principali proprietà. In particolare equazioni di Cauchy-Riemann, teorema di Cauchy, formula integrale di Cauchy e sue conseguenze, teoria locale delle funzioni olomorfe, punti singolari delle funzioni olomorfe teorema dei residui e applicazioni al calcolo degli integrali.

Obiettivi di apprendimento: Introdurre lo studente agli argomenti di base dell'analisi reale e complessa.

Testi consigliati:
D. Sarason: *Notes on complex function theory*, A.M.S., 2007
H. Cartan: *Elementary theory of analytic functions of one and several variables*, Dover Public., 1995
C. Rea: *Dispense di Analisi reale e complessa*, dispense disponibili online

Modalità di esame: Prova scritta e orale.

Program: Complements of the theory of Lebesque measure. Fourier series and possibly Fourier transform. Hilbert spaces and possibly other complements in real analysis. Holomorphic functions and main properties. In particular, Cauchy-Riemann equations, Cauchy theorem, Cauchy integral formula and its consequences, the local theory of holomorphic functions, singular points, the residue theorem and applications to integrals computations.

Learning objectives: Getting the basic knowledge of real and complex analysis.

Text books:
D. Sarason: *Notes on complex function theory*, A.M.S., 2007
H. Cartan: *Elementary theory of analytic functions of one and several variables*, Dover Public., 1995
C. Rea: *Dispense di Analisi reale e complessa*, notes available online

Exam mode: Written and oral exam.

CRITTOGRAFIA

3° anno – 1° semestre

6 CFU – settore MAT/03 – 48 ore di lezione in aula – supporti: R, S, T

Docente: G. Codogni

Programma: Studieremo gli algoritmi più utilizzati in crittografia, in particolare: - algoritmi simmetrici, in particolare Advanced Encryption Standard (AES) - funzioni di hash - algoritmi asimettrici basati su RSA, logaritmo discreto su campi finiti e su curve ellittiche. Seguiremo principalmente il testo di Stinson e Paterson citato nella bibliografia.

Obiettivi di apprendimento: Capire come problemi matematici computazionalmente difficili possono garantire la sicurezza dei protocolli crittografici. Approfondire lo studio dell'Algebra.

Testi consigliati:
W. M. Baldoni, C. Ciliberto, G. M. Piacentini Cattaneo: *Aritmetica, crittografia e codici*, Collana: UNITEXT, Springer, 2006
D. R. Stinson, M. Paterson: *Cryptography, Theory and Practice*, Chapman and Hall/CRC, 2018
L. Washington: *Elliptic Curves: Number Theory and Cryptography*, Taylor & Francis Ltd, 2008

Modalità di esame: Agli studenti che frequentano il corso verrà chiesto di consegnare settimanalmente o bi-settimanalmente degli esercizi. Alcuni esercizi verranno svolti alla lavagna dagli studenti stessi. Alla fine del corso gli studenti prepareranno una presentazione su un argomento a concordato con il docenti. Per gli studenti non frequentanti l'esame sarà orale e verterà su tutto il programma svolto e gli esercizi assegnati.

Program: We will study the mosto common cryptographic algorithms, such as:

- symmetric cryptography algorithms, such as Advanced Encryption Standard (AES) - hash functions - asymmetric algorithms, such as the ones based on RSA, discrete logarithms on finite fields and elliptic curves.

We will mainly follow the textbook by Stinson and Paterson quoted in the bibliography.

Learning objectives: Understand how computationally-hard mathematical problems can gurantees the security of cryptographic protocols. Study some advanced algebra.

Text books:
W. M. Baldoni, C. Ciliberto, G. M. Piacentini Cattaneo: *Aritmetica, crittografia e codici*, Collana: UNITEXT, Springer, 2006
D. R. Stinson, M. Paterson: *Cryptography, Theory and Practice*, Chapman and Hall/CRC, 2018
L. Washington: *Elliptic Curves: Number Theory and Cryptography*, Taylor & Francis Ltd, 2008

Exam mode: Students attending the course will be asked to sole an exercise sheet every one or two weeks. Some exercises will be solved at the blackboard by the students. At the end of the course, studens will give a presentation on a topic agreed upon with the lecturer.The exam for students not attending the course will be oral. It will cover all the syllabus as well as the exercise sheets.

FISICA 1

2° anno – 1° semestre

9 CFU – settore FIS/01 – 72 ore di lezione in aula – ulteriori ore di tutorato – supporti: R, S, T

Docente: A. Moleti

Programma: Campi scalari e vettoriali. Cinematica. Dinamica del punto materiale e dei sistemi di punti. Moti relativi, forze fittizie. Relatività ristretta. Conservazione della quantità di moto e del momento angolare. Teorema delle forze vive. Forze conservative, conservazione dell'energia. Forze viscosità. Statica dei fluidi, dinamica dei fluidi, teorema di Bernoulli, calore e temperatura. termodinamica. Trasformazioni reversibili e irreversibili. Primo principio della termodinamica. Secondo principio della termodinamica. Entropia.

Obiettivi di apprendimento: Sviluppare conoscenze di meccanica e termodinamica e la capacità di applicarle all'analisi di semplici problemi.

Testi consigliati:
P. Mazzoldi, M. Nigro, C. Voci: *Fisica, vol. 1*, Edises, 2000

Modalità di esame: Test in itinere: soluzione di problemi di esame su una parte del programma.
Esame scritto: soluzione di problemi di esame su tutto il programma.
Esame orale: sintetica illustrazione di argomenti specifici con l'ausilio di semplici dimostrazioni analitiche e/o argomentazioni euristiche.

Program: Scalar and vector fields. Kinematics. Dynamics of the point mass and of the systems of masses. Relative motion, apparent forces. Special relativity conservation of momentum and of the angular momentum. Theorem of work and kinetic energy. Conservative forces, conservation of energy. Fundamental forces gravitation, Kepler's laws electromagnetic forces, elastic forces, friction, viscosity fluid statics fluid dynamics, Bernoulli's theorem heat and temperature thermodynamics. Reversible and irreversible transformations. First principle of thermodynamics. Second principle of thermodynamics. Entropy.

Learning objectives: Developing knowledge about mechanics and thermodynamics and applicative skills to the analysis of simple problems.

Text books:
P. Mazzoldi, M. Nigro, C. Voci: *Fisica, vol. 1*, Edises, 2000

Exam mode: Written, oral and "in itinere" evaluation.

FISICA 2

3° anno – 1° semestre

7 CFU – settore FIS/01 – 56 ore di lezione in aula – ulteriori ore di tutorato – supporti: T

Docente: E. Santovetti

Programma: Forza di Coulomb - campo elettrico e potenziale elettrostatico - teorema di Gauss - conduttori in equilibrio elettrostatico - condensatori e dielettrici - corrente elettrica e resistenza - legge di Ohm - resistori in serie e parallelo - leggi di Kirchoff per i circuiti elettrici - carica e scarica di un condensatore - campo magnetico - forza magnetica su una carica in movimento - moto di una particella carica in campo magnetico - seconda legge elementare di Laplace - principio di equivalenza di Ampère - campi magnetico prodotto da una corrente e prima formula elementare di Laplace - teorema della circuitazione di Ampère e sue applicazioni - solenoide ideale - equazioni per B nel vuoto e nel caso stazionario - potenziale vettore A - legge di Faraday dell'induzione elettromagnetica - autoinduzione - il circuito RL - mutua induzione - circuito oscillante LC e RLC serie - corrente di spostamento e legge di Ampère-Maxwell - equazione delle onde e.m. - la doppia natura della luce: onda e corpuscolo - esperimento di Young e effetto fotoelettrico - Il principio di Huygens - riflessione e rifrazione della luce - la legge di Snell - interferenza di onde e.m. - interferenza da due fenditure e da N fenditure - diffrazione da una fenditura, reticolo di diffrazione.

Obiettivi di apprendimento: Il corso si prefigge di fornire i concetti base dell'elettromagnetismo classico e dell'ottica fisica e la capacità di risolvere semplici problemi sull'argomento.

Testi consigliati:
P. Mazzoldi, M. Nigro, C. Voci: *Fisica, vol. 2*, Edises, 2008

Modalità di esame: L'esame consiste in una prova scritta seguita da una interrogazione orale. Nella prova scritta, lo studente deve risolvere alcuni semplici problemi inerenti il programma mentre all'orale, si dovrà rispondere ad alcune domande di teoria. Durante il corso sono previste due prove scritte che, se superate, consentono di accedere direttamente alla prova orale. Oltre a queste due prove, gli studenti dovranno anche preparare una relazione sulle esperienze di laboratorio che hanno affrontato.

Program: Coulomb interaction - electric field and electrostatic potential - Gauss theorem - conductors in electrostatic equilibrium - capacitors and dielectrics - electric current and resistance - Ohm's law - series and parallel resistors - Kirchoff's laws for electric circuits - charge and discharge of a capacitor - magnetic field - magnetic force on a moving charge - motion of a charged particle in a magnetic field - second elementary law of Laplace - Ampère equivalence theorem - magnetic fields generated by a current and first elementary Laplace formula - Ampère's circuital law and its applications - ideal solenoid - equations for B in vacuum and in the stationary case - vector potential A - Faraday's law of induction - self inductance - RL circuit - mutual inductance - oscillating circuit LC and RLC series - displacement current and Ampère-Maxwell's shift law - e.m. wave equation - the double nature of light: wave and particle - Young's experiment and photoelectric effect - Huygens' principle - light reflection and refraction - Snell's law - wave interference - interference from two slits and from N slits - diffraction from a finite slit - diffraction grating.

Learning objectives: The course aims to provide the basic concepts of classical electromagnetism and physical optics and the ability to solve simple problems on the subject.

Text books:
P. Mazzoldi, M. Nigro, C. Voci: *Fisica, vol. 2*, Edises, 2008

Exam mode: The exam consists of a written test followed by an oral interrogation. In the written test, the student must solve some simple problems inherent to the program while the oral one, he will have to answer some questions of theory. During the course there will be two written tests which, if passed, will allow the student to directly access to the oral exam. In addition to these two tests, students will also have to prepare a report on the laboratory experiences they have faced.

FISICA MATEMATICA 1

2° anno – 2° semestre

8 CFU – settore MAT/07 – 80 ore di lezione in aula – supporti: R, S, T

Docente: C. Liverani (codocente R.L. Greenblatt)

Programma: Studio qualitativo delle equazioni differenziali ordinarie. Moti unidimensionali: trattazione del caso conservativo e di quello dissipativo. Punti di equilibrio e stabilità. Modello di Lotka-Volterra e di un orologio, attrattori. La meccanica celeste come ulteriore esempio di introduzione di modelli matematici di fenomeni naturali. Moti centrali. Legge di gravitazione universale come soluzione del problema inverso di Keplero. Problema dei due corpi e di Calogero. Moti relativi. Forze apparenti in sistemi non inerziali. Generalità sui sistemi meccanici. Equazioni cardinali. Corpo rigido: cinematica e dinamica. Sistemi vincolati. Vincoli ideali, principio di D'Alembert. Equazioni di Lagrange. Costanti del moto per sistemi Lagrangiani. Formulazione variazionale della meccanica Lagrangiana. Introduzione alla meccanica Hamiltoniana. Parentesi di Poisson. Teoremi di Liouville per il flusso Hamiltoniano e (in cenni) a proposito dei sistemi integrabili.

Obiettivi di apprendimento: Acquisizione della capacitdi modellizzare e analizzare rigorosamente i fenomeni, con particolare attenzione ai fenomeni descrivibili attraverso la mecanica classica.

Testi consigliati: Note reperibili in rete e sul sito dedicato al Corso.

Modalità di esame: Prova scritta e orale.

Program: Qualitative analysis of the ordinary differential equations. One degree of freedom dynamics: study of both systems with conservative forces and those including frictions. Equilibrium points and stability in their neighborhoods. Lotka-Volterra predator-prey model, attractors and their existence in a simple model of a clock. Celestial Mechanics as a further example of introduction of mathematical models to describe natural phenomena. Motion of a point-mass subject to a central field. Gravitation law as a solution of the indirect Kepler's problem. Two-body problem and Calogero's problem. Motion in a moving coordinate system. Inertial forces and Coriolis force. Newtonian mechanics for systems with n particles. Rigid body: kinematics and dynamics. Holonomic and ideal constraints. D'Alembert's principle. Lagrange's equations. Constants of motion for Lagrangian systems. Variational formulation of Lagrangian mechanics. Introduction to Hamiltonian mechanics. Poisson brackets. Liouville's theorems: invariance of the phase space volume under the Hamiltonian flow and characterization of the integrable systems.

Learning objectives: The understanding of natural phenomena (mainly, of mechanical type), that are modeled in a mathematically rigorous way.

Text books: Some notes available online, logbook of the course, dynamically updated on the website.

Exam mode: Written and oral exam.

FISICA MATEMATICA 2

3° anno – 2° semestre

8 CFU – settore MAT/07 – 80 ore di lezione in aula – supporti: R, S, T

Docente: A. Pizzo (codocente R.L. Greenblatt)

Programma: L'equazione di diffusione: generalità. Questioni di unicità. Il principio di massimo. La soluzione fondamentale. Passeggiata aleatoria simmetrica e moto Browniano. Diffusione con trasporto e reazione. Il problema di Cauchy globale. Equazione di Laplace: Generalità. Funzioni armoniche nel discreto e nel continuo, proprietà di media e principio di massimo. Formula di Poisson. Diseguaglianza di Harnack e Teorema di Liouville. Soluzione fondamentale e funzione di Green. Formule di rappresentazione di Green. Cenni al problema esterno. Equazioni del primo ordine: Equazione lineare del trasporto. Modelli non lineari e metodo delle caratteristiche. Onde di shock e condizione di Rankine-Hugoniot. Problema dell'unicità e cenni alla condizione di entropia. Trasformata di Fourier. Formula di inversione. Teorema di Plancherel. Applicazioni alla soluzione di equazioni alle derivate parziali. Equazione delle onde: Corda vibrante. Formula di D'Alembert. Effetti di dissipazione e dispersione. Pacchetti d'onda e velocità di gruppo. Equazione delle onde in più di una dimensione. Soluzione fondamentale in 3 dimensioni. Formula di Kirchoff.

Obiettivi di apprendimento: Conoscenza delle equazioni classiche della fisica matematica.

Testi consigliati:
S. Salsa: *Equazioni a derivate parziali*, Springer-Verlag, 2016

Modalità di esame: L'esame consiste in una prova scritta con svolgimento di esercizi e una prova orale che si sviluppa partendo da risposte scritte a domande su alcuni argomenti della teoria.

Program: Diffusion equation: main features. Uniqueness of the solution. Maximum principle. Fundamental solution. Symmetric random walk and Brownian motion. Reaction diffusion equation, drift-diffusion equation. Cauchy problem and global existence of the solution. Laplace equation: main features. Harmonic functions on a lattice and on the continuum, the mean value property and the maximum principle. Poisson formula. Harnack inequality and Liouville theorem. Fundamental solution and Green function. Green's representation theorem. Introduction to the external problem. First order differential equation: Linear transport equation. Nonlinear models and method of characteristics. Shock waves and Rankine-Hugoniot condition. Uniqueness problems and introduction to entropy conditions. Fourier transform. Inverse formula. Plancherel theorem. Application to solving partial differential equations. Wave equations: Vibrating string. D'Alembert formula. Dissipation and dispersion. Wave packets and group velocity. Wave equations in more than one dimension. Fundamental solution in 3 dimensions. Kirchoff formula.

Learning objectives: The course provides basic knowledge of the classical equations of mathematical physics.

Text books:
S. Salsa: *Equazioni a derivate parziali*, Springer-Verlag, 2016

Exam mode: The exam consists of: 1) a written test where the student is asked to solve exercises; 2) an oral exam starting with the answers to some written questions on the theory.

FONDAMENTI DI PROGRAMMAZIONE: METODI EVOLUTI

3° anno – 2° semestre

6 CFU – settore INF/01 – 48 ore di lezione in aula

Docente: E. Nardelli

Programma: Oggetti e loro caratteristiche. L'interfaccia di una classe. Invarianti e altri elementi di logica. Creazione di oggetti. Assegnazione, riferimento e struttura degli oggetti. Strutture di controllo. Astrazione. Modello dinamico. Ereditarietà e genericità. Ricorsione. Ereditarietà multipla. Programmazione guidata dagli eventi ed agenti.

Obiettivi di apprendimento: L'insegnamento si propone di fornire agli studenti gli elementi fondamentali per padroneggiare la programmazione informatica in modo professionale.

Testi consigliati:
B. Meyer: *Touch of Class: Learning to Program Well with Objects and Contracts*, Springer, 2009

Modalità di esame: Prova scritta con: - domande con risposta a scelta multipla sul linguaggio Eiffel - esercizi di programmazione in Eiffel - esercizi di progettazione in Eiffel. Discussione orale.

Program: Objects and their properties Classes and interfaces. Invariants and element of logics. Creation, assignment, reference. Control structures. Abstraction. Dynamic model. Inheritance and genericity. Recursion. Multiple inheritance Event-drive programming and agents.

Learning objectives: This module aims at providing to students the fundamental concepts needed to program computers in a professional way.

Text books:
B. Meyer: *Touch of Class: Learning to Program Well with Objects and Contracts*, Springer, 2009

Exam mode: Written exam with: - questions on Eiffel with multiple choice answers - programming exercises in Eiffel - design exercises in Eiffel Oral discussion.

GEOMETRIA 1 CON ELEMENTI DI STORIA 1

1° anno – 1° semestre

9 CFU – settore MAT/03 – 90 ore di lezione in aula – ulteriori ore di tutorato

Docente: A. Rapagnetta (codocente F. Flamini)

Programma: Algebra lineare: spazi vettoriali, applicazioni lineari, rango, determinante, forme bilineari, diagonalizzazione, teorema spettrale Geometria: spazi e sottospazi affini ed euclidei, distanza, angolo, volume e proiezioni ortgonale.

Obiettivi di apprendimento: Il corso fornisce un'introduzione a concetti di algebra lineare e di geometria affine ed euclidea. Esso si propone di rendere lo studente capace di elaborazione critica su tali concetti. Il corso fornisce inoltre brevi nozioni di elementi storici.

Testi consigliati:
C. Ciliberto: *Algebra Lineare*, Bollati Boringhieri, 1984
F. Flamini, A. Verra: *Matrici e vettori. Corso di base di Geometria e Algebra Lineare*, Carocci Editore, Collana: LE SCIENZE, 2008
F. Flamini: *Dispense disponibili online*
E. Sernesi: *Geometria I*, Bollati Boringhieri, 1989

Modalità di esame: La prova di verifica si compone di una prova scritta propedeutica ed una prova orale. La prova orale va sostenuta nella stessa sessione d'esame della prova scritta. Il superamento complessivo delle prove intermedie (ESONERI) permette di accedere direttamente alla prova orale dell'insegnamento.

Program: Linear algebra: vector spaces, linear applications, rank, determinant, bilinear forms, dual vector space, diagonalization and spectral theorem. Geometry: affine and euclidean spaces, distance, angle, volume and othogonal projection.

Learning objectives: The course provides an introduction to topics in linear algebra and affine and Euclidean geometry. It aims to make the student capable of critical elaboration on these concepts. The course also provides notions of historical elements.

Text books:
C. Ciliberto: *Algebra Lineare*, Bollati Boringhieri, 1984
F. Flamini, A. Verra: *Matrici e vettori. Corso di base di Geometria e Algebra Lineare*, Carocci Editore, Collana: LE SCIENZE, 2008
F. Flamini: *notes available online*
E. Sernesi: *Geometria I*, Bollati Boringhieri, 1989

Exam mode: Final exam consists of a preliminary written test and an oral test. The oral test must be taken in the same exam session as the written test. The overall passing of the intermediate tests (ESONERI) gives the students direct access to the oral exam of the course.

GEOMETRIA 2 CON ELEMENTI DI STORIA 2

1° anno – 2° semestre

10 CFU – settore MAT/03 – 100 ore di lezione in aula – ulteriori ore di tutorato – supporti: R, S, T

Docente: F. Flamini (codocente A. Rapagnetta)

Programma: Algebra lineare: forme bilineari e quadratiche su un campo, prodotti scalari e spazi vettoriali Euclidei, complessificazione di spazi vettoriali reali e spazi vettoriali complessi. Richiami su spazio duale di uno spazio vettoriale e su spazio biduale. Spazi vettoriale quoziente. Forma canonica di Jordan di un endomorfismo. Geometria affine, euclidea e proiettiva: geometria euclidea ed isometrie dello spazio cartesiano reale, spazio affine e cartesiano complesso. Spazi proiettivi reali e complessi. Sottospazi proiettivi e regola di Grassmann. Proiettività. Riferimenti proiettivi e coordinate omogenee. Teorema fondamentale delle proiettività e dei riferimenti. Spazio proiettivo duale. Relazioni tra geometria affine e geometria proiettiva. Complessificazione di uno spazio proiettivo reale. Coniche affini, euclidee e proiettive. Argomenti riguardanti lo sviluppo delle discipline algebriche e geometriche nell'era moderna.

Obiettivi di apprendimento: Il corso fornisce un'introduzione a concetti di algebra lineare più avanzata rispetto al corso precedente, alla geometria affine ed euclidea complessa, alla geometria proiettiva reale e complessa, alla teoria delle coniche reali e complesse. Esso si propone di rendere lo studente capace di elaborazione critica su tali concetti. Il corso fornisce inoltre brevi nozioni di elementi storici, con capacità espositiva dei medesimi.

Testi consigliati:
C. Ciliberto: *Algebra Lineare*, Bollati Boringhieri, 1984
C. Ciliberto, C. Galati, F. Tovena: *Dispense di Geometria*, dispense disponibili online
F. Flamini, A. Verra: *Matrici e vettori. Corso di base di Geometria e Algebra Lineare*, Carocci Editore, Collana: LE SCIENZE, 2008
E. Sernesi: *Geometria I*, Bollati Boringhieri, 1989

Modalità di esame: La prova di verifica si compone di una prova scritta propedeutica ed una prova orale. La prova orale va sostenuta nella stessa sessione d'esame della prova scritta. Ai fini della prova orale, il candidato prepara una tesina relativa ai crediti di storia; essa va redatta in forma scritta e portata in copia scritta (da consegnare) in occasione della prova orale. La tesina può essere svolta in gruppo (e, in tal caso, nella copia consegnata vanno indicati tutti i nominativi del gruppo). Il superamento complessivo delle prove intermedie (ESONERI) permette, a chi desidera, di accedere direttamente alla prova orale dell'insegnamento. Per chi non ha superato le prove intermedie (ESONERI), non si terrà conto degli esiti di tali prove.

Program: Linear algebra: bilinear and quadratic forms on a vector space, inner products and Euclidean vector spaces, complexification of real vector spaces and complex vector spaces.Quotient vector spaces. Dual and bidual space of a vector space. Jordan canonical form. Affine and projective geometry: Euclidean geometry and isometries in a cartesian real space. Affine and Cartesian complex spaces. Real and complex projective spaces. Projective subspaces and Grassmann rule. Projectivities. Projective frames and homogeneous coordinates. Fundamental theorem of projectivities. Dual projective spaces. Relations between affine and projective geometry. Complexification of a real projective space. Affine, Euclidean and projective conics. Topics related to developments of algebraic and geometric disciplines in the modern era.

Text books:
C. Ciliberto: *Algebra Lineare*, Bollati Boringhieri, 1984
C. Ciliberto, C. Galati, F. Tovena: *Dispense di Geometria*, pdf notes free downloadable from the web
F. Flamini: *notes available online*
E. Sernesi: *Geometria I*, Bollati Boringhieri, 1989

Exam mode: Final exam consists of a preliminary written test and an oral test. The oral test must be taken in the same exam session as the written test. For the purposes of the oral exam, the candidate prepares an essay relating to the history credits; it must be written and written copy will be delivered on the occasion of the oral exam. The essay paper can be done in group (and, in this case, all the names of the group must be indicated in the copy delivered). The overall passing of the intermediate tests (ESONERI) allows those who wish to have direct access to the oral exam of the course. For those who have not passed the intermediate tests (ESONERI), the results of these tests will not be taken into account.

GEOMETRIA 3

2° anno – 1° semestre

7 CFU – settore MAT/03 – 70 ore di lezione in aula – ulteriori ore di tutorato – supporti: R, T

Docente: L. Arosio (codocente P. Lipparini)

Programma: Parte 1: Topologia generale. Spazi topologici, mappe continue, aperte, chiuse, omeomorfismi. Base di una topologia. Spazi metrici. Primo e secondo numerabilità. Topologia di sottospazio. Topologia prodotto. Topologia quoziente. Spazi di Hausdorff, assiomi di separazione. Compattezza.

Compattezza sequenziale, totale limitatezza. Compattificazione di Alexandroff. Connessione e componenti connesse. Connessione per archi. Parte 2: Introduzione alla topologia algebrica. Omotopie, equivalenza omotopica, retratti. Gruppo fondamentale, omomorfismo indotto. Gruppo fondamentale della circonferenza. Teorema di monodromia. Teorema di Brouwer e teorema fondamentale dell'algebra. Rivestimenti, sottogruppo caratteristico, teorema di sollevamento, classificazione dei rivestimenti. Azioni di gruppi, trasformazioni di rivestimento, teoremi di esistenza dei rivestimenti. Teorema di Van Kampen.

Obiettivi di apprendimento: Lo studente deve raggiungere una comprensione profonda dei soggetti trattati, deve essere in grado di ridimostrare i teoremi visti a lezione, deve essere in grado di spiegare la necessita' delle ipotesi dei teoremi, e fornire eventuali controesempi. Deve inoltre capire come applicare quanto visto a lezione per risolvere esercizi.

Testi consigliati:
C. Kosniowski: *Introduzione alla topologia algebrica*, Zanichelli, 1988
Testi forniti dal docente per il tutorato

Modalità di esame: Prova scritta e orale.

Program: Part 1: General topology. Topological spaces, continuous maps, open and closed maps, homeomorphisms. Base of a topology. Metric spaces. First and second countability. Subspace topology, product topology, quotient topology. Hausdorff spaces, separation axioms. Compactness, sequential compactness, total boundedness. Alexandroff compactification. Connected spaces and connected components. Path connected spaces. Parte 2: Introduction to algebraic topology. Homotopy, homotopy equivalence, retracts. Fundamental group, induced homomorphism. Fundamental group of the circle. Monodromy theorem. Brouwer's theorem and fundamental theorem of algebra. Coverings, characteristic subgroup, lifting theorem, classification of coverings. Group actions, deck transformations, existence theorems for coverings. Van Kampen's theorem.

Learning objectives: The student has to reach a deep understanding of the topic, and has to be able to prove the theorems seen in class. The student needs to understand the necessity of the assumptions in the theorems and to be able to give counterexamples. Finally the student needs to know how to apply such results to solve exercises.

Text books:
C. Kosniowski: *A First Course in Algebraic Topology*, Cambridge University Press, 1980

Exam mode: Written and oral exam.

GEOMETRIA 4

2° anno – 2° semestre

7 CFU – settore MAT/03 – 70 ore di lezione in aula – supporti: R, S, T

Docente: V. Di Gennaro (codocente F. Flamini)

Programma: Curve differenziabili. Lunghezza di un arco di curve e parametro arco. Curvatura e torsione. Formule di Frenet. Teorema di esistenza e unicità. Superfici regolari nello spazio. Forme differenziali. Piano tangente. Prima forma quadratica fondamentale. Area di una superficie regolare. Mappa di Gauss. Seconda forma quadratica fondamentale. Il Theorema Egregium di Gauss. Formule di Gauss-Weingarten. Teorema di esistenza e unicità. Geodetiche. Il teorema di Gauss-Bonnet. Qualche teorema di classificazione. Quadriche. Superficie rigate. Superficie di Rotazione.

Obiettivi di apprendimento: L'insegnamento si propone di presentare i concetti più importanti della geometria differenziale delle curve e delle superfici nello spazio euclideo a tre dimensioni.

Testi consigliati:
M. Abate, F. Tovena: *Curve e superfici*, Ed. Springer-Verlag Italia, 2006
M. M. Lipschutz: *Geometria differenziale*, Collana Schaum, Etas Libri, 1984

Modalità di esame: L'esame consiste di una prova scritta ed una orale, entrambe obbligatorie. Esame scritto: risoluzione autonoma di esercizi. Esame orale: esposizione rigorosa di argomenti del corso.

Program: Differentiable curves. Lenght of an arc and natural parameters. Curvature and torsion. Frenet formulae. Existence and unicity. Regular surfaces in 3-space. Differential forms. First quadratic form. Area of a regular surface. Gauss map. Second quadratic form. Theorema Egregium. Gauss Weingarten formulae. Existence and unicity. Geodesics. Gauss-Bonnet theorem. Some classification theorems.

Learning objectives: The course aims to present the most important concepts of the differential geometry of curves and surfaces in the three-dimensional Euclidean space.

Text books:
M. Abate, F. Tovena: *Curve e superfici*, Ed. Springer-Verlag Italia, 2006
M. M. Lipschutz: *Geometria differenziale*, Collana Schaum, Etas Libri, 1984

Exam mode: The exam consists in a written exam and in an oral one, both mandatory. Writen part: independent solution of exercises. Oral part: rigorous exposition of some topis of the course.

GEOMETRIA 5

3° anno – 2° semestre

6 CFU – settore MAT/03 – 48 ore di lezione in aula

Docente: M. Mcquillan

Programma: Da comunicare.

Obiettivi di apprendimento: Da comunicare.

Testi consigliati: Da comunicare.

Modalità di esame: Da comunicare.

Program: TBA.

Learning objectives: TBA.

Text books: TBA.

Exam mode: TBA.

LABORATORIO DI CALCOLO 2

3° anno – 1° semestre

4 CFU – settore INF/01 – 40 ore di lezione in aula – supporti: R, T

Docente: F. Pelosi (codocente H. Speleers)

Programma: Il corso verte sulla programmazione in MATLAB. In particolare si considereranno nell'ambiente MATLAB: Manipolazione di vettori e matrici - Scripts e functions - Grafica 2D e 3D - Input e output - Implementazione di algoritmi numerici di moderata complessità.

Obiettivi di apprendimento: Solide basi per la programmazione di algoritmi numerici attraverso il linguaggio MATLAB.

Testi consigliati: Dispense fornite dal docente. Tutorial disponibile sul sito di MATLAB.

Modalità di esame: Il corso si conclude con un esame scritto (elaborazione di un programma in MATLAB), eventualmente integrato da un esame orale. L'esame sarà verbalizzato insieme all'esame di Analisi numerica 1.

Program: The course concerns programming of numerical algorithms in MATLAB. In particular, we will address in MATLAB the following topics: Vectors and matrices - Scripts and functions - Graphics in 2D and 3D - Input and output - Implementation of simple numerical algorithms.

Learning objectives: Solid basis for programming numerical algorithms through the MATLAB language.

Text books: Lecture notes given by the teacher. Tutorial available on the MATLAB web site.

Exam mode: The course is concluded by a written exam (writing of a MATLAB program), possibly followed by an oral exam.

LABORATORIO DI PROGRAMMAZIONE E INFORMATICA 1

1° anno – 2° semestre

10 CFU – settore INF/01 – 100 ore di lezione in aula – supporti: S, T

Docente: D. Giammarresi (codocente C. H. Lhotka)

Programma: Introduzione ai computer e alla programmazione. Nozione di algoritmo e metodologie di analisi della complessità. Il linguaggio C: variabili e tipi didati fondamentali. Istruzioni di input-output. Controllo del flusso. Operatori aritmetici, logici e relazionali. Le funzioni e il passaggio dei parametri. Le funzioni ricorsive. Gli array: definizioni e applicazioni. Media, mediana, moda. Problemi di ricerca e ordinamento su array. Analisi degli algoritmi e implementazione in C di selectionsort, bubblesort, insertionsort,mergesort e quicksort. Stringhe e algoritmi su analisi del testo. Le strutture. I puntatori e le strutture auto-referenzianti. Strutture dati elementari: liste, pile e code. Definizioni e loro implementazioni con strutture linkate. Alberi: definizioni, notazioni e proprietà. Implementazione con strutture linkate. Visita di alberi. Alberi binari di ricerca: definizione e implementazione in C. Grafi: definizioni e notazioni. Implementazioni con matrici di adiacenza e liste di adiacenza. Visite in ampiezza e in profondità di grafi non diretti.

Obiettivi di apprendimento: Il corso si propone di illustrare alcuni concetti base di fondamenti di programmazione strutturata con riferimento al linguaggio C insieme a nozioni su strutture dati e algoritmi elementari. L'obiettivo è quello di rendere lo studente capace di elaborare tali concetti in maniera critica e di acquisire le conoscenze necessarie per risolvere con rigore i problemi proposti.

Testi consigliati:
H. Deitel, P. Deitel: *Il linguaggio C - Fondamenti e Tecniche di Programmazione*, Pearson Education, 2016
Ulteriori dispense fornite dal docente

Modalità di esame: La prova di laboratorio consiste nel programmare la soluzione di problemi su stringhe e matrici. La prova scritta consiste della risoluzione di esercizi di algoritmi. Chi ha superato la prova scritta è ammessa alla prova orale, principalmente dedicata alla teoria.

Program: Introduction to computers and programming. The notion of algorithm and its complexity analisys. The C programming language: variables and basic data types. Input-output instructions. Flow Control. Arithmetic, logical and relationaloperators. The functions and their parameters. Recursive functions. Arrays: definitions and applications. Analysis and implementation in C of selectionsort, bubblesort, insertionsort, mergesort and quicksort algorithms. Searching algorithms. String algorithms on text analysis. Structures and pointers in C. Elementary data structures: lists, stacks and queues. Definitions and their implementations with linked structures. Trees: definitions, notations and properties and implementation in C. Visit of trees. Search binary trees: definition and implementation in C. Graphs: definitions and notations. Implementations by matrices and lists. Simple algorithms on graphs.

Learning objectives: The course is meant to supply the basic concepts of structured programming, referred to language C, together with notions of data structures and elementary algorithms. The goal is to make the student able to elaborate such concepts critically and have the know how to solve con rigorously the proposed problems.

Text books:
H. Deitel, P. Deitel: *Il linguaggio C - Fondamenti e Tecniche di Programmazione*, Pearson Education, 2016
Further notes given by the teacher

Exam mode: The lab exam consists in programming an exercise using matrices and strings. During the written exam the students should solve various exercises on algorithms and data structures. The students who have passed the lab and the written exams are admitted to the oral exam.

LABORATORIO DI SPERIMENTAZIONE DI FISICA

3° anno – 1° semestre

3 CFU – settore FIS/01 – 24 ore di lezione in aula – ulteriori ore di tutorato

Docente: V. Caracciolo

Programma: Misura di una grandezza fisica: misura diretta e misura indiretta. Grandezze fondamentali e derivate. Sistemi di unità di misura. Caratteristiche degli strumenti di misura. Misure di lunghezza, di tempo e di massa. Incertezze casuali ed incertezze sistematiche. Stima delle incertezze delle misure. Cifre significative. Propagazione delle incertezze. Circuiti elettrici. Elementi passivi, generatori di corrente e di tensione. Principi di Kirchhoff. Strumenti di misura in corrente continua. Il multimetro digitale. Introduzione alle misure di ottica. Introduzione all'analisi statistica dei dati sperimentali. Stime di parametri. Test statistici. Grafici. Argomenti delle esercitazioni: studio del periodo di un pendolo semplice; moto di un proiettile: strumento balistico; moti oscillatori con molle; studio della legge di

Boyle e di Gay Lussac; misura del calore specifico di una sostanza solida; studio della carica e scarica di un condensatore; studio di fenomeni di diffrazione della luce.

Obiettivi di apprendimento: Apprendimento del metodo sperimentale per lo studio dei fenomeni fisici e valutazione delle incertezze nelle misure.

Testi consigliati: Dispense del Corso e Guide alle esperienze di Laboratorio.
V. Canale: *Fisica in laboratorio. Meccanica e Termodinamica*, Aracne, 2007
M. Severi: *Introduzione all'Esperimentazione di Fisica*, Zanichelli, 1986
M. Loreti: *Teoria degli errori e fondamenti di statistica*, Zanichelli, 1998
J. R. Taylor: *Introduzione all' analisi degli errori*, Zanichelli, 1982
R. Cervellati, D. Malosti: *Elettronica. Esercitazioni per il laboratorio di fisica*, Euroma La Goliardica, 1986

Modalità di esame: L'esame sarà verbalizzato insieme al Corso di Fisica Generale 2. Il giudizio che compete il Corso di Sperimentazione di Fisica sarà formulato considerando le relazioni consegnate dagli studenti al termine di ogni esercitazione di Laboratorio.

Program: Measurement of a physical quantity: direct and indirect measurements. Fundamental quantities and derived ones. Changing of measurement unit. Basic characteristics of instruments. Measurement of length, time and mass. Random and systematic uncertainties. Estimation of measurement uncertainties. Propagation of uncertainties. Relative uncertainty. Electrical circuits. Passive elements, current and voltage generators. Kirchhoff's principles. Instrument in DC. Introduction to statistical analysis of experimental data. Parameters estimation. Statistical tests. Graphs. Outline of laboratory experiments: study of the period of a simple oscillator; bullet motion: ballistic instrument; oscillating motions with springs; study of the Boyle and Gay Lussac laws; measurement of the heat capacity of a solid substance; study of the charge and discharge of a capacitor; study of light diffraction phenomena.

Learning objectives: To equip students with a working knowledge of experimental methods required to study physical phenomena.

Text books: Lecture notes and tutorial for laboratory experiments.
V. Canale: *Fisica in laboratorio. Meccanica e Termodinamica*, Aracne, 2007
M. Severi: *Introduzione all'Esperimentazione di Fisica*, Zanichelli, 1986
M. Loreti: *Teoria degli errori e fondamenti di statistica*, Zanichelli, 1998
J. R. Taylor: *Introduzione all' analisi degli errori*, Zanichelli, 1982
R. Cervellati, D. Malosti: *Elettronica. Esercitazioni per il laboratorio di fisica*, Euroma La Goliardica, 1986

Exam mode: The final exam will be based on the reports of the Exepriments and on the course of General Physics Part II.

PROBABILITÀ E FINANZA

3° anno – 2° semestre

6 CFU – settore MAT/06 – 48 ore di lezione in aula – supporti: T

Docente: A. Calzolari

Programma: PARTE I. Probabilità. - Cenni di teoria della misura: algebre e sigma-algebre; spazi misurabili e funzioni misurabili; sigma-algebra generata da una funzione misurabile; misurabilità delle funzioni discrete; le proprietà delle funzioni misurabili. - Spazi di probabilità e variabili aleatorie: definizioni che fanno uso della teoria della misura. - Indipendenza tra eventi e tra sigma-algebre indipendenti. - Variabili aleatorie (v.a.): sigma-algebra generata; v.a. dicrete e continue; richiami (aspettazione; momenti; varianza; disuguaglianze); aspettazione condizionale. - Martingale: filtrazioni, processi adattati a tempo discreto; martingale, supermartingale e submartingale; le proprietà; la decomposizione di Doob ed il compensatore; le martingale trasformate. - Tempi d'arresto: sigma-algebra degli eventi antecendenti; processo arrestati; il teorema d'arresto.

PARTE II. Modelli discreti per la finanza. - Tassi di interesse: interesse composto, semplice, istantaneo. Aspetti dei mercati finanziari: la vendita allo scoperto; l'arbitraggio; le ipotesi di mercato. Prodotti derivati: contratti forward, opzioni. Le opzioni come strumenti finanziari per la gestione dei rischi. Il payoff di un'opzione. Il problema del prezzo e della copertura dell'opzione. - Opzioni europee: il modello discreto per la descrizione dei mercati finanziari; la filtrazione e il processo dei prezzi di mercato; il fattore di sconto ed il processo dei prezzi scontati; strategie di gestione e portafoglio associato; strategie autofinanzianti e ammissibili; il primo teorema fondamentale dell'asset pricing; formula di parità call-put; mancanza di abitraggio nel modello binomale e del modello trinomiale; opzioni replicabili e prezzo “’di non arbitraggio”; la completezza del mercato ed il secondo teorema fondamentale dell’asset pricing. - Il modello CRR (Cox, Ross e Rubinstein): formula esplicita del prezzo di opzioni con payoff dipendente dal sottostante a maturità e calcolo della copertura; formula backward del prezzo; come si usa nella pratica il modello; la volatilità; comportamento asintotico e convergenza alle formule di Black e Scholes; studio empirico della velocità di convergenza. - Opzioni americane nei mercati completi: il processo-payoff; la formulazione backward del prezzo dell’opzione americana; payoff e prezzo scontati: formulazione backward del prezzo scontato dell’opzione americana in termini del processo di payoff scontato; il prezzo scontato dell’opzione americana come l’inviluppo di Snell del processo di payoff scontato; definizione formale di istante di esercizio ottimale e caratterizzazione matematica; opzione europea associata e relazione tra prezzo americano e prezzo europeo; caso dell’opzione call: uguaglianza tra prezzo americano ed europeo; la formula della funzione-prezzo della put americana nel modello CRR (versione backward e formulazione variazionale), le proprietà, comportamento qualitativo. - Problemi numerici: implementazione al calcolatore del principio di programmazione dinamica per il calcolo del prezzo europeo e americano; nel caso della put americana nel modello CRR, si richiede il disegno del grafico della funzione-prezzo.

PARTE III. Metodi numerici per la finanza. - Il metodo Monte Carlo: generalità; l’intervallo di fiducia come output standard; uso in finanza; simulazione del modello CRR. - Problemi numerici da risolvere al calcolatore: stima del prezzo di call/put standard con il metodo Monte Carlo e studio empirico della velocità di convergenza al valore esatto; prezzo di call/put asiatiche con la tecnica Monte Carlo, confronto con il prezzo della call/put standard, formule di parità per la validazione del programma; prezzo di opzioni con barriere, formule di parità per la validazione del programma; copertura dinamica per opzioni europee; put americana: simulazione del tempo ottimale di esercizio e analisi statistiche; copertura dinamica della put americana.

Obiettivi di apprendimento: Comprensione del linguaggio proprio della finanza matematica; conoscenza dei modelli discreti per la finanza, in particolare per la risoluzione dei problemi legati alle opzioni (calcolo del prezzo e della copertura).

Testi consigliati:
P. Baldi, L. Caramellino: *Appunti del corso di Probabilità e Finanza*, dispense disponibili online
D. Lamberton, B. Lapeyre: *Introduction to stochastic calculus applied to finance*, Chapman & Hall, 2008
A. Pascucci, W. J. Runggaldier: *Finanza matematica. Teoria e problemi per modelli multiperiodali*, Springer Universitext, 2009

Modalità di esame: Prova orale, previa consegna e discussione di un progetto con la risoluzione dei problemi numerici proposti (si richiede l’uso di un linguaggio di programmazione, ad esempio C).

Program: PART I. Probability. - Elements of measure theory: algebras and sigma-algebras; measurable spaces and measurable functions; sigma-algebra generated by a measurable function and its characterization; measurable discrete functions; the properties of measurable functions. - Probability spaces and random variables: definitions that make use of the measure theory. - Independence among events and among sigma-algebras. - Random variables (r.v.’s): sigma-algebra generated; dicrete and continuous r.v.’s; recalls on expectation, moments, variance, inequalities; conditional expectation. - Martingale: filtrations, discrete time adapted processes; martingales, supermartingales and submartingales; the Doob’s decomposition and the compensator; transformed martingales.

PART II. Discrete models for finance. - Interest rates: compound, simple, instantaneous interest; aspects of financial markets: short selling, arbitrage, market assumptions; derivatives products: forward contracts, options; options as financial instruments for risk management; the payoff of the call / put option; the problem of pricing and hedging options. - European options: general discrete models for the description of financial markets; the market filtration and the process of market prices; the discount factor and the discounted price process; trading strategies and associated portfolios; self-financing and admissible strategies; the first fundamental theorem of the asset pricing; the call-put parity formula; lack of abitrage in the binomal model and in the trinomial model; replicating options and "non-arbitrage" price; the completeness of the market and the second fundamental theorem of the asset pricing - The CRR (Cox, Ross and Rubinstein) model: explicit pricing formula for options whose payoff depends on the underlying asset at maturity and evaluation of the replicating portfolio; backward formula for the price; how to use the CRR model in practice; volatility; asymptotic behavior and convergence to the Black and Scholes’ formulas; empirical study of the speed of convergence. - American options in complete markets: the payoff process; the backward formulation of the price of the American option (dynamic programming principle); payoff and discounted price: backward formulation of the discounted price of the American option in terms of the discounted payoff process; the discounted price of the American option as the Snell’s envelope of the discounted payoff process; formal definition of "optimal exercise time" and mathematical characterization; associated European option and relationship between American price and European price; case of the call option: equality between American and European price; the formula of the American put price-function in the CRR model (backward version and variational formulation), qualitative properties and behavior. - Numerical problems: computer implementation of the dynamic programming principle for the calculation of European and American prices; in the case of the American put in the CRR model, the draw of the price-function graph is required. PART III. Numerical methods for finance. - The Monte Carlo method: generality; confidence interval as standard output; use in finance; simulation of the CRR model. - Numerical problems to be solved at the computer: estimate of the standard call / put price - Numerical problems to be solved at the computer: estimate of the standard call / put price with the Monte Carlo method and empirical study of the convergence speed at the exact value; price of Asian call / put options with the Monte Carlo technique, comparison with the price of the standard call / put, parity formulas for the validation of the program; price of barrier options, parity formulas for program validation; dynamic hedging for European options; American put: simulation of the optimal exercise time and statistical analysis; dynamic hedging for the American put.

Learning objectives: Understanding of the mathematical finance language; knowledge of discrete models for finance, in particular for solving the most common problems related to options, that is pricing and hedging. Stopping times: sigma-algebra of “previous” events; stopped processes; the optimal stopping theorem.

Text books:
P. Baldi, L. Caramellino: *Appunti del corso di Probabilità e Finanza*, notes available online
D. Lamberton, B. Lapeyre: *Introduction to stochastic calculus applied to finance*, Chapman & Hall, 2008
A. Pascucci, W. J. Runggaldier: *Finanza matematica. Teoria e problemi per modelli multiperiodali*, Springer Universitext, 2009

Exam mode: Oral exam. Candidates can take the exam only after having delivered and discussed the numerical exercises (to be solved by means of a programming language, for example C).

PROBABILITÀ E STATISTICA

2° anno – 2° semestre

9 CFU – settore MAT/06 – 90 ore di lezione in aula – supporti: S, T

Docente: L. Caramellino (codocente S. Vigogna)

Programma: Introduzione e generalità. Spazi di probabilità, assiomi fondamentali, probabilità condizionata, indipendenza, formula di Bayes. Variabili aleatorie: valore atteso, varianza, densità discreta, funzione di ripartizione. Variabili aleatorie discrete: Bernoulli, Binomiale, Poisson, ipergeometrica, geometrica, binomiale negativa. Variabili aleatorie continue: funzione di densità. Variabile aleatoria uniforme, esponenziale, Gamma, Gaussiana. Disuguaglianze fondamentali. Convergenza e teoremi limite: legge dei grandi numeri e teorema del limite centrale. Cenni alle catene di Markov.

Obiettivi di apprendimento: Fornire una introduzione alle nozioni base della probabilità, partendo dalla assiomatizzazione della teoria per arrivare ai teoremi limite e alle catene di Markov.

Testi consigliati:
P. Baldi: *Calcolo delle Probabilità e Statistica*, McGraw Hill, 2011

Modalità di esame: L’esame scritto prevede esercizi sugli argomenti svolti nel corso, l’orale prevede la verifica dei concetti teorici e delle dimostrazioni svolte in aula. Durante il corso saranno proposte due prove in itinere (“esoneri”) che, se superate entrambe, consentono l’accesso diretto all’esame orale.

Program: Introduction and generalities. Probability spaces: basic axioms, conditional probability, Independence, Bayes formula. Random variables: expected value, variance, discrete density, distribution function. Discrete random variables: Bernoulli, binomial, hypergeometric, geometric, Pascal. Continuous random variables: Uniform, Exponential, Gamma, Gaussian. Fundamental inequalities. Convergence and limit theorems: law of large numbers and central limit theorem. Hints on Markov chains.

Learning objectives: To provide an introduction to the basic tools of probability theory, starting from the fundamental axioms till asymptotic theory, limit theorems and Markov chains.

Text books:
P. Baldi: *Calcolo delle Probabilità e Statistica*, McGraw Hill, 2011

Exam mode: The written exam is based on exercises, the oral exams on proofs and understanding of the theoretical background. During the course, two in itinere tests will be proposed which, if passed both, allow direct access to the oral exam

---

STATISTICA

3° anno – 1° semestre

6 CFU – settore MAT/06 – 48 ore di lezione in aula – supporti: R, S, T

Docente: D. Marinucci

Programma: Introduzione - richiami di teoria asintotica. Proprietà degli stimatori: principio di verosimiglianza, sufficienza, non-distorsione, efficienza. Teorema di Cramer-Rao, matrice di informazione di Fisher. Stimatore di massima verosimiglianza, proprietà asintotiche. Statistica Bayesiana. Test delle ipotesi e intervalli di confidenza. Il modello lineare, stimatori OLS e GLS. Statistica nonparametrica.

Obiettivi di apprendimento: Il corso fornisce una introduzione ai temi classici della statistica ed ai suoi fondamenti matematici.

Testi consigliati:
Wasserman: *All of Statistics*, Springer
Documentazione R

Modalità di esame: Prova scritta e orale.

Program: Introduction - asymptotic theory. Estimators and their properties: likelihood principle, sufficiency, unbiasedness, efficiency. Cramer-Rao theorem, Fisher information. Maximum likelihood and its asymptotic properties. Bayesian statistics. Hypothesis testing and confidence intervals. Lienar models, OLS and GLS estimators. Nonparametric statistics.

Text books:
Wasserman: *All of Statistics,*, Springher
Documentazione R

Exam mode: Written and a oral exam.
