



TOR VERGATA
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA

Corso di Laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata

Guida Didattica 2026/27

Informazioni

Segreteria didattica: *Cristiano Di Meo*, tel. 06 72594685

Coordinatrice Corso di Laurea: *Lucia Caramellino*

Sito web: <http://www.mat.uniroma2.it/didattica/>

E-mail: dida@mat.uniroma2.it

Il Corso di Laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata si inquadra nella Classe delle lauree magistrali in Matematica (Classe LM-40 del DM 16 Marzo 2007). Il Corso afferisce al Dipartimento di Matematica e si svolge nella Macroarea di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali. La Coordinatrice del Corso di Studio è la Prof.ssa Lucia Caramellino e il Vicecoordinatore è il Prof. Gerardo Morsella.

Incentivi

Per l'A.A. 2026/27, il Dipartimento di Matematica istituisce **3 premi di laurea magistrale** dell'importo di **2000 euro** ciascuno per gli studenti immatricolati al Corso di Laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata e **3 premi per tesi di laurea magistrale** dell'importo di **2000 euro** ciascuno. Informazioni dettagliate sono reperibili sul sito del corso di laurea.

Dopo la laurea triennale, perché la Magistrale in Matematica a Tor Vergata?

Il Corso di Laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata si propone di sviluppare competenze e conoscenze avanzate in vari settori della matematica, garantendo ampia possibilità di approfondimento sia degli aspetti teorici di questa disciplina che delle sue applicazioni. Grazie alla formazione acquisita, chi consegue la laurea magistrale in Matematica Pura ed Applicata potrà, a seconda dei casi, inserirsi nel mondo del lavoro, sia utilizzando le specifiche competenze acquisite che valorizzando le sue capacità di flessibilità mentale e di collaborazione con altri esperti, oppure proseguire negli studi partecipando a programmi di dottorato in discipline matematiche o affini.

Sono possibili percorsi formativi differenziati, atti ad integrare e completare la propria formazione matematica. Tuttavia, in ogni ambito vengono sottolineati gli aspetti metodologici al fine di assicurare una profonda comprensione della materia e la capacità di aggiornare costantemente le competenze acquisite. Con l'intento di accrescere le capacità di autonomia degli studenti, e per permettere la formulazione di piani di studio che si adattino alle esigenze di una società in rapida evoluzione, si è previsto un elevato grado di libertà nella scelta degli insegnamenti.

Per acquisire un'approfondita conoscenza sia degli aspetti disciplinari sia di quelli metodologici della matematica, il percorso formativo è caratterizzato dalla presenza, all'inizio, di insegnamenti intesi a fornire un quadro ampio e organico di argomenti di carattere avanzato nelle discipline fondamentali (algebra, analisi, geometria, fisica matematica, analisi numerica, probabilità). Successivamente, sono offerti insegnamenti a carattere specialistico, volti ad accogliere specifici interessi sviluppati dagli studenti, nonché a coadiuvare lo svolgimento del lavoro di tesi, cui è attribuita una valenza determinante per il compimento del ciclo di studi.

Il conseguimento della laurea magistrale in Matematica Pura e Applicata porta a sviluppare la capacità di comunicare le conoscenze acquisite in contesti professionali, sia specialistici sia interdisciplinari. Il percorso formativo favorisce inoltre un contatto diretto con la letteratura matematica,

anche in ambito di ricerca, e il potenziamento delle competenze necessarie per orientarsi tra i testi e costruire bibliografie, sia in italiano sia in inglese. La redazione della prova finale costituisce, tra l'altro, una verifica dell'acquisizione di queste competenze e della padronanza delle tecniche usuali della comunicazione scientifica in ambito matematico.

Vita pratica

Gli studenti e le studentesse dei corsi di laurea afferenti al Dipartimento di Matematica dispongono di un'aula studio e di una sala ricreativa dedicate, messe a loro disposizione dal Dipartimento e pensate per favorire lo studio individuale, il confronto, la socializzazione e...memorabili partite di ping-pong! Possono inoltre usufruire degli spazi messi a disposizione dall'Ateneo e, in particolare, dalla Macroarea di Scienze: biblioteca, aule studio e laboratori, nonché due bar per i momenti di relax.

Durante il percorso di studi sarà spesso necessario reperire informazioni di carattere didattico e organizzativo; a tal fine sono disponibili i seguenti riferimenti: il sito web del Corso di Studio e l'indirizzo email dedicato dida@mat.uniroma2.it; alcuni link utili sono segnalati anche in questa guida, a pagina 51. È inoltre possibile rivolgersi alla segreteria didattica (Cristiano Di Meo, tel. 06 72594685, dimeo@mat.uniroma2.it) oppure alla Coordinatrice del Corso di Studio, Lucia Caramellino.

Percorso di Eccellenza

Per il Corso di Laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata è attivo un **Percorso di Eccellenza**, finalizzato a valorizzare la formazione di studentesse e studenti meritevoli interessati ad approfondire tematiche di interesse per la Matematica. Il Percorso di Eccellenza, per un totale di 10 crediti formativi aggiuntivi, prevede la partecipazione ad attività di approfondimento, seminari o corsi esterni, secondo un programma personalizzato concordato con ciascuna studentessa e ciascuno studente. Chi accede al Percorso di Eccellenza viene affidato a un docente tutor che ne segue il percorso e collabora all'organizzazione delle attività aggiuntive. Modalità e requisiti di accesso sono disponibili sulla pagina dedicata.

Roma Math Career Day

Dal 2022 il Dipartimento di Matematica organizza ogni anno, nel mese di settembre, il **Roma Math Career Day**. Si tratta di un evento ideato dal Dipartimento e organizzato congiuntamente dalle tre università romane e dal CNR con l'obiettivo di mettere in contatto studenti e studentesse, persone laureande e neolaureate dei corsi di laurea della classe di Scienze Matematiche con aziende potenzialmente interessate al loro reclutamento. Per maggiori informazioni si rimanda alla pagina dedicata.

Indice

Informazioni generali	5
Obiettivi formativi specifici del corso di laurea magistrale	5
Sbocchi lavorativi	5
Descrittori europei del titolo di studio	5
Ordinamento degli studi	7
Schema del piano di studio	7
Programmazione didattica A.A. 2026/27	8
Insegnamenti erogati ad anni alterni	9
Ripartizione dell'offerta formativa nei settori MATH A.A. 2026/27	9
Ripartizione dell'offerta formativa nei settori non-MATH A.A. 2026/27	10
Calendario 2026/27	11
Esami	11
Valutazione	11
Piani di studio	11
Prova finale	12
Modalità e requisiti di ammissione	12
Trasferimenti	12
Percorsi abilitanti per l'insegnamento	13
Programmi dei corsi/Syllabi	13
Algebra Commutativa/Commutative Algebra	13
Algebra Superiore/Advanced Topics in Algebra	15
Algoritmi Distribuiti e Reti Complesse	16
Algoritmi e Strutture Dati per i Big Data	17
Analisi Armonica	18
Analisi di Reti	18
CAM 1 - Teoria della Misura /Measure Theory	19
CAM 2 - Introduzione all'Analisi Funzionale/Introduction to Functional Analysis	21
CAN 1 - Modellizzazione Geometrica e Simulazione Numerica/Geometric Modeling and Numerical Simulation	22
CAN 2 - Algebra Lineare Numerica con Applicazioni alle PDE e ai Big Data/Numerical Linear Algebra with Applications to PDEs and Big Data	23
Chimica Generale/General Chemistry	24
Complementi di Fisica/Complements of Physics	24
Complementi di Probabilità/Advanced Probability	25
Complementi di Topologia Algebrica e Analisi di Dati/Algebraic Topology and Topological Data Analysis	26
Evoluzione e Controllo/Evolution and Control	26
EAM 1 - Teoria Spettrale/Spectral Theory	27
EAM 2 - Spazi di Sobolev e Soluzioni Deboli/Sobolev Spaces and Weak Solutions	28
Elementi di Analisi Numerica/Elements of Numerical Analysis	29
EP 1 - Calcolo Stocastico/Stochastic Calculus	29
Fisica Computazionale	30
Fisica dei Fluidi Complessi e Turbolenza	31
Fisica Teorica 1	32
Geometria Algebrica/Algebraic Geometry	33
Geometria Complessa	33
Geometria Differenziale/Differential Geometry	34
Introduzione alle Varietà Differenziabili/Introduction to Differentiable Manifolds	35
Laboratorio di Calcolo/Calculus Laboratory	36
Laboratorio di Didattica della Matematica/Mathematics Education Laboratory	36
Lingua Inglese Corso Avanzato	37
Machine Learning	38
Meccanica Analitica e Celeste	39
Meccanica Superiore 2/Advanced Mechanics 2	40
Metodi di Ottimizzazione per Machine Learning/Optimization Methods for Machine Learning	40
Metodi e Modelli dei Mercati Finanziari/Methods and Models for Financial Markets	41

Natural Language Processing	42
Numerical Methods for Computer Graphics in Java	43
Optimization and Statistical Mechanics	44
Processi e Campi Aleatori/Processes and Random Fields	45
Progettazione di Sistemi Informatici	46
Quantum Field Theory	46
Statistical Learning	48
Storia della Scienza/History of Science	48
Storia delle Matematiche/History of Mathematics	49
Superfici di Riemann/Riemann Surfaces	50
Teoria dei Giochi	50
Legenda dei settori scientifico disciplinari	51
Link utili	51

Informazioni generali

Obiettivi formativi specifici del corso di laurea magistrale

Il Corso di Laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata si propone di sviluppare competenze e conoscenze avanzate in vari settori della matematica, garantendo ai suoi iscritti ampia possibilità di approfondimento sia degli aspetti teorici di questa disciplina che delle sue applicazioni.

Chi consegue la laurea magistrale in Matematica Pura e Applicata possiede un'approfondita conoscenza sia degli aspetti disciplinari sia di quelli metodologici della matematica ed è in grado di comunicare in modo efficace le competenze acquisite in contesti professionali, sia specifici sia interdisciplinari. È inoltre in grado di orientarsi nella consultazione della letteratura scientifica e di redigere bibliografie in ambito matematico.

A seconda delle inclinazioni e delle preferenze personali, il percorso può proseguire con la partecipazione a programmi di dottorato in discipline matematiche oppure con l'ingresso nel mondo del lavoro, valorizzando sia le competenze specifiche acquisite sia le capacità di flessibilità mentale e di collaborazione con altre figure esperte.

Sbocchi lavorativi

Grazie alle conoscenze e competenze acquisite, ivi inclusa una mentalità flessibile e l'esperienza maturata nell'analisi e nella risoluzione di problemi, il conseguimento della laurea magistrale in Matematica Pura e Applicata apre a un'ampia gamma di opportunità occupazionali e professionali. I settori più indicati sono quelli in cui la matematica svolge un ruolo centrale sotto il profilo applicativo o teorico, o quantomeno costituisce un ambito chiaramente correlato quanto a importanza. Alcuni esempi:

- l'elaborazione e l'analisi di modelli matematici a supporto dei processi industriali, economico-finanziari e dei servizi, anche attraverso strumenti computazionali avanzati;
- l'analisi statistica dei dati, la scienza dei dati e l'estrazione di informazione da grandi quantità di dati;
- lo sviluppo e l'applicazione di metodi matematici e computazionali per l'intelligenza artificiale e l'apprendimento automatico (machine learning);
- l'insegnamento;
- l'avviamento alla ricerca pura e applicata attraverso un corso di dottorato;
- la diffusione della cultura scientifica;
- l'informatica, lo sviluppo di algoritmi e le tecnologie digitali.

Inoltre, qualora il Corso di Laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata si innesti su un corso di laurea triennale in discipline affini, sarà possibile un pronto inserimento anche in professioni o campi di studio differenti. Tutto questo è ampiamente documentato in una dettagliata analisi dei diversi impieghi ad alto livello di chi possiede una laurea in matematica.

Negli anni più recenti, coloro che hanno conseguito la laurea presso il nostro corso in Matematica Pura e Applicata hanno trovato occupazione in ambiti molto diversi e in numerose realtà di rilievo, tra cui Enel, Poste Italiane, TIM, Banca Nazionale del Lavoro, Banca d'Italia, Accenture, Amazon, Deloitte, Engineering, KPMG Consulting, ACEA, DMBI Consulting, Axa Assicurazioni, Allianz ConTe Assicurazioni, ARPM, BIP Business Integration Partners.

Descrittori europei del titolo di studio

I Descrittori di Dublino di seguito riportati sono enunciazioni generali dei tipici risultati conseguiti dagli studenti che hanno ottenuto il titolo dopo aver completato con successo il ciclo di studio.

Conoscenza e capacità di comprensione.

Chi si laurea in Matematica Pura ed Applicata avrà:

- acquisito una conoscenza ampia e adeguata di tematiche avanzate in più settori della matematica, nonché in alcuni settori affini a questa disciplina;
- potuto acquisire una conoscenza adeguata di tecniche di formalizzazione e modellizzazione, anche complesse, tipiche delle applicazioni della matematica in vari ambiti scientifici e professionali;
- potuto acquisire un livello di comprensione del linguaggio, delle tecniche e dei contenuti dei principali settori della matematica, soprattutto relativi al campo di specializzazione prescelta, tale da metterli in grado di iniziare percorsi di avviamento alla ricerca.

Inoltre, chi consegue la laurea in Matematica Pura ed Applicata dovrà avere facilità di astrazione, incluso lo sviluppo logico di teorie formali e delle loro relazioni. Lo strumento didattico privilegiato per il raggiungimento

di tali obiettivi sono le lezioni, le esercitazioni e le attività di laboratorio e tutorato. La verifica avviene in forma classica attraverso la valutazione di un elaborato scritto e/o un colloquio orale.

Capacità di applicare conoscenza e comprensione.

Chi si laurea in Matematica Pura ed Applicata dovrà essere in grado di elaborare o applicare idee, anche originali, e possedere sicure competenze sia per ideare e sostenere argomentazioni che per risolvere problemi nel proprio campo di studi. In particolare, essi dovranno essere in grado di:

- comprendere approfonditamente problemi matematici anche di livello elevato;
- identificare gli elementi essenziali di un problema e saperlo modellizzare, in termini matematici, identificando metodologie idonee per la sua soluzione;
- produrre dimostrazioni originali e rigorose di semplici proposizioni in diversi campi della matematica.

Inoltre, con riferimento al campo di specializzazione prescelta, essi dovranno essere capaci di:

- estrarre informazioni qualitative da dati quantitativi;
- comprendere, utilizzare e progettare metodi teorici e/o computazionali adeguati alle tematiche affrontate;
- utilizzare in maniera efficace strumenti informatici di supporto.

La verifica del raggiungimento degli obiettivi posti avviene di norma mediante:

- le varie prove svolte durante gli insegnamenti impartiti e alla loro conclusione;
- l'esposizione e la discussione dei risultati conseguiti durante la preparazione della prova finale.

Autonomia di giudizio.

Chi si laurea in Matematica Pura ed Applicata dovrà:

- sapere collegare tra loro i diversi concetti matematici, tenendo presente la struttura logica e gerarchica della matematica;
- essere in grado di analizzare criticamente una dimostrazione, e di produrne una standard ove occorra;
- essere in grado di valutare l'appropriatezza di un modello o di una teoria matematica nella descrizione di un fenomeno concreto;
- essere in grado di fare ricerche bibliografiche autonome utilizzando libri di contenuto matematico, sviluppando anche una familiarità con le riviste scientifiche di settore;
- essere in grado di utilizzare per la ricerca scientifica gli archivi elettronici disponibili sul WEB, operando la necessaria selezione dell'informazione disponibile;
- essere in grado di capire e valutare le difficoltà del processo insegnamento/apprendimento in base all'argomento trattato e alla situazione dei discenti;
- possedere un adeguato livello di consapevolezza delle possibili implicazioni anche etiche e sociali della propria attività.

Queste capacità verranno stimulate in tutti gli insegnamenti, rafforzando il senso critico e assegnando problemi da svolgere anche in modo originale. La verifica del raggiungimento degli obiettivi posti avverrà di norma mediante:

- le varie prove svolte durante gli insegnamenti impartiti e alla loro conclusione;
- l'esposizione e la discussione dei risultati conseguiti durante la preparazione della prova finale.

Abilità comunicative.

Chi si laurea in Matematica Pura ed Applicata dovrà:

- essere in grado di elaborare o applicare idee, anche originali, e di sostenerle con chiarezza e rigore sia di fronte a specialisti del settore che ad un uditorio più vasto;
- sapere sollecitare, stimolare, favorire e guidare all'interesse per il pensiero matematico;
- essere in grado di presentare la propria ricerca, o i risultati di una ricerca bibliografica, e di esporre in maniera compiuta il proprio pensiero su problemi, idee e soluzioni, utilizzando efficacemente, in forma scritta e orale, almeno una lingua dell'Unione Europea oltre l'italiano, nell'ambito specifico di competenza della matematica e per lo scambio di informazioni generali.

Tali abilità potranno essere conseguite alla fine del percorso formativo, come risultato dei contenuti di base dell'offerta formativa. Alcuni corsi prevederanno la presentazione di argomenti di approfondimento attraverso seminari o relazioni scritte, richiedendo a chi partecipa di maturare capacità espositive, sia scritte che orali. La preparazione acquisita in materie affini ed integrative darà la possibilità di interagire con laureati in altri settori, ed eventualmente con esperti in campi non necessariamente accademici, potenziando la capacità di formalizzare matematicamente situazioni complesse di interesse applicativo. La verifica del raggiungimento degli obiettivi posti avverrà:

- mediante le varie prove, anche a carattere seminariale, svolte durante gli insegnamenti impartiti e alla loro conclusione;
- in occasione di attività di tutorato nelle quali gli studenti potranno essere coinvolti;
- durante l'esposizione e la discussione dei risultati conseguiti per la prova finale.

Capacità di apprendimento.

Chi si laurea in Matematica Pura ed Applicata:

- ha una mentalità flessibile, ed è in grado di inserirsi prontamente negli ambienti di lavoro, adattandosi facilmente a nuove problematiche;
- è in grado di acquisire rapidamente le competenze pedagogiche necessarie per gestire il processo insegnamento-apprendimento in base all'argomento trattato e alla situazione dei discenti;
- avendo acquisito autonomia e originalità del pensiero matematico, riesce ad inserirsi con successo in percorsi di avviamento alla ricerca;
- sa consultare materiale bibliografico, banche dati e materiale presente in rete, con particolare riferimento al reperimento di fonti bibliografiche nella ricerca matematica, per l'aggiornamento continuo delle conoscenze.

La verifica dell'acquisizione di tali capacità avviene:

- attraverso la valutazione dell'apprendimento di argomenti proposti per lo studio autonomo, durante le prove di esame;
- in occasione di attività di tutorato nelle quali gli studenti potranno essere coinvolti;
- in occasione della prova finale.

Ordinamento degli studi

Sul sito web del Corso di Laurea si trova il Regolamento che con i suoi articoli disciplina e specifica gli aspetti organizzativi del Corso di Laurea. Per conseguire la laurea magistrale in Matematica Pura ed Applicata occorre acquisire almeno 120 crediti (CFU) nell'ambito delle varie attività formative compreso il lavoro di tesi. Le attività formative prevedono insegnamenti teorici e pratici. I crediti relativi alle attività formative caratterizzanti, affini o integrative sono acquisiti seguendo moduli didattici e superando i relativi esami, secondo il piano delle attività formative ed in base alla programmazione didattica definita dal Consiglio di Dipartimento. I percorsi formativi danno ampio spazio a esercitazioni e ad attività di tutorato e di laboratorio. I crediti relativi alle attività a scelta vengono normalmente acquisiti mediante la formulazione di un piano di studio contenente insegnamenti scelti nell'ambito delle opzioni proposte dal Consiglio del Dipartimento di Matematica. Modalità diverse di acquisizione di tali crediti verranno valutate dal Consiglio di Dipartimento in riferimento agli obiettivi formativi del corso di laurea ed alla valenza culturale complessiva del piano di studio proposto. La ripartizione delle attività formative, con il numero di crediti assegnato ad ognuna, è contenuta nell'Ordinamento del Corso di Laurea, disponibile sul sito del corso di Laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata.

Schema del piano di studio

Attività formative caratterizzanti 44 CFU

Formazione affine ed integrativa 28 CFU

Formazione a scelta 16 CFU

Prova finale 27 CFU

Altre attività formative (ulteriori attività formative art. 10, comma 5, lettera d) 5 CFU

Attività formative caratterizzanti: 44 CFU

(i corsi di questa sezione devono far parte della programmazione didattica del corso di studio)

- CAM 1 (6 CFU)
- CAM 2 (6 CFU)
- Corsi nei settori da MATH-01/A a MATH-03/A per 16 CFU in totale
- Corsi nei settori da MATH-03/B a MATH-06/A per 16 CFU in totale

Formazione affine ed integrativa: 28 CFU

(i corsi di questa sezione devono far parte della programmazione didattica del corso di studio)

- Laboratorio di Calcolo (4 CFU)
- Corsi per 24 CFU nei settori affini (dei quali 16 CFU al massimo nei settori MATH)

Formazione a scelta: Corsi per 16 CFU a libera scelta

Attività formative per prova finale: 27 CFU

È necessario inoltre scegliere almeno 4 settori MATH diversi ed almeno un corso in ciascuna delle seguenti coppie di settori:

- MATH-02/A e MATH-02/B (algebra e geometria),
- MATH-03/A e MATH-04/A (analisi matematica e fisica matematica),
- MATH-03/B e MATH-05/A (probabilità e analisi numerica).

Per ulteriori chiarimenti, la legenda dei settori è disponibile a pagina 51.

Programmazione didattica A.A. 2026/27

L'asterisco segnala i corsi non appartenenti ai settori MATH.

1° SEMESTRE

- **CAM 1 - Teoria della Misura (6 CFU) - attività caratterizzante - obbligatoria**
- **Laboratorio di Calcolo (4 CFU) - attività affine - obbligatoria - erogato in lingua inglese**
- Algebra Commutativa (8 CFU)
- Algebra Superiore (8 CFU)
- *Algoritmi e Strutture Dati per i Big Data (9 CFU) - *mutuato da LM Informatica*
- Analisi Armonica (8 CFU)
- *Analisi di Reti (9 CFU) - *mutuato da LM Informatica*
- CAN 1 - Modellizzazione Geometrica e Simulazione Numerica (8 CFU)
- *Chimica Generale (8 CFU) - *mutuato da Scienza dei Materiali*
- *Complementi di Fisica (8 CFU)
- Complementi di Probabilità (8 CFU)
- Complementi di Topologia Algebrica e Analisi Dati (8 CFU)
- Elementi di Analisi Numerica (8 CFU)
- Elementi di Analisi Numerica (8 CFU)
- Evoluzione e Controllo (8 CFU)
- *Fisica Computazionale (8 CFU) - *mutuato da LM Fisica*
- *Fisica dei Fluidi Complessi e Turbolenza (8 CFU) - *mutuato da LM Fisica*
- Introduzione alle Varietà Differenziabili (8 CFU)
- Laboratorio di Didattica della Matematica (8 CFU)
- *Machine Learning (9 CFU) - *mutuato da LM Informatica*
- *Metodi e Modelli dei Mercati Finanziari (8 CFU)
- *Natural Language Processing (9 CFU) - *mutuato da LM Informatica*
- Numerical Methods for Computer Graphics in Java (8 CFU)
- *Processi e Campi Aleatori (8 CFU)
- Superfici di Riemann (8 CFU)
- Teoria dei Giochi (9 CFU) - *mutuato da LM Ingegneria Informatica*

2° SEMESTRE

- **CAM 2 - Introduzione all'Analisi Funzionale (6 CFU) - attività caratterizzante - obbligatoria**
- **Lingua Inglese Corso Avanzato (5 CFU) - attività caratterizzante - obbligatoria**
- *Algoritmi Distribuiti e Reti Complesse (9 CFU) - *mutuato da LM Informatica*
- CAN 2 - Algebra Lineare Numerica con Applicazioni alle PDE e ai Big Data (8 CFU)
- EAM 1 - Teoria Spettrale (8 CFU)
- EAM 2 - Spazi di Sobolev e Soluzioni Deboli (8 CFU)
- EP 1 - Calcolo Stocastico (8 CFU)
- *Fisica Teorica 1 (8 CFU) - *fruito per 6 CFU da LM Fisica*
- Geometria Algebrica (8 CFU)
- Geometria Complessa (8 CFU)
- Geometria Differenziale (8 CFU)
- Meccanica Analitica e Celeste (FM3) (8 CFU)
- Meccanica Superiore 2 (8 CFU)
- Metodi di Ottimizzazione per Machine Learning (9 CFU) - *mutuato da LM Ingegneria Informatica*
- *Optimization and Statistical Mechanics (8 CFU) - *mutuato da LM Fisica*
- *Progettazione di Sistemi Informatici (8 CFU)
- *Quantum Field Theory (8 CFU) - *mutuato da LM Fisica*
- Statistical Learning (8 CFU)

- Storia della Scienza (8 CFU)
- Storia delle Matematiche (8 CFU)

Insegnamenti erogati ad anni alterni

I seguenti insegnamenti del Corso di Laurea Magistrale sono attivati con cadenza biennale:

- *Algebra*:
Algebra Superiore - Teoria delle Rappresentazioni
- *Analisi Matematica*:
Analisi Armonica - Equazioni Differenziali - Teoria Spettrale
- *Fisica Matematica*:
Meccanica Superiore 1 - Meccanica Superiore 2
- *Probabilità*:
High Dimensional Probability - Processi e Campi Aleatori

Pertanto, per ciascun ambito, gli insegnamenti non presenti nel piano didattico corrente saranno erogati nel successivo anno accademico.

Ripartizione dell'offerta formativa nei settori MATH A.A. 2026/27

Settore MATH-01/B: Didattica e Storia della Matematica

- ▷ 1° semestre:
 - Laboratorio di Didattica della Matematica (8 CFU)
- ▷ 2° semestre:
 - Storia della Scienza (8 CFU)
 - Storia delle Matematiche (8 CFU)

Settore MATH-02/A: Algebra

- ▷ 1° semestre:
 - Algebra Commutativa (8 CFU)
 - Algebra Superiore (8 CFU)

Settore MATH-02/B: Geometria

- ▷ 1° semestre:
 - Complementi di Topologia Algebrica e Analisi Dati (8 CFU)
 - Introduzione alle Varietà Differenziabili (8 CFU)
 - Superfici di Riemann (8 CFU)
- ▷ 2° semestre:
 - Geometria Algebrica (8 CFU)
 - Geometria Complessa (8 CFU)
 - Geometria Differenziale (8 CFU)

Settore MATH-03/A: Analisi Matematica

- ▷ 1° semestre:
 - Analisi Armonica (8 CFU)
 - CAM 1 - Teoria della Misura (6 CFU) - **obbligatorio**
 - Evoluzione e Controllo (8 CFU)
- ▷ 2° semestre:
 - CAM 2 - Introduzione all'Analisi Funzionale (6 CFU) - **obbligatorio**
 - EAM 1 - Teoria Spettrale (8 CFU)
 - EAM 2 - Spazi di Sobolev e Soluzioni Deboli (8 CFU)

Settore MATH-03/B: Probabilità e Statistica Matematica

- ▷ 1° semestre:

- Complementi di Probabilità (8 CFU)
- ▷ 2° semestre:
 - EP 1 - Calcolo Stocastico (8 CFU)
 - Statistical Learning (8 CFU)

Settore MATH-04/A: Fisica Matematica

- ▷ 2° semestre:
 - Meccanica Analitica e Celeste (8 CFU)
 - Meccanica Superiore 2 (8 CFU)

Settore MATH-05/A: Analisi Numerica

- ▷ 1° semestre:
 - CAN 1 - Modellizzazione Geometrica e Simulazione Numerica (8 CFU)
 - Elementi di Analisi Numerica (8 CFU)
 - Numerical Methods for Computer Graphics in Java (8 CFU)
- ▷ 2° semestre:
 - CAN 2 - Algebra Lineare Numerica con Applicazioni alle PDE e ai Big Data (8 CFU)

Settore MATH-06/A: Ricerca Operativa

- ▷ 1° semestre:
 - Teoria dei Giochi (9 CFU) - *mutuato da LM Ingegneria Informatica*
- ▷ 2° semestre:
 - Metodi di Ottimizzazione per Machine Learning (9 CFU) - *mutuato da LM Ingegneria Informatica*

Ripartizione dell'offerta formativa nei settori non-MATH A.A. 2026/27

Eccetto Laboratorio di Calcolo e Lingua Inglese Corso Avanzato (entrambi obbligatori), tutti gli insegnamenti di questa sezione devono essere inseriti nel piano di studio come *attività affini* o *attività a scelta*. La legenda dei settori è disponibile a pagina 51.

Chimica (settore CHEM-03/A)

- ▷ 1° semestre:
 - Chimica Generale (8 CFU) - *mutuato da Scienza dei Materiali*

Finanza e Statistica (settori STAT)

- ▷ 1° semestre:
 - Metodi e Modelli dei Mercati Finanziari (8 CFU)
 - Processi e Campi Aleatori (8 CFU)

Fisica (settori PHYS)

- ▷ 1° semestre:
 - Complementi di Fisica (8 CFU)
 - Fisica Computazionale (8 CFU) - *mutuato da LM Fisica*
 - Fisica dei Fluidi Complessi e Turbolenza (8 CFU) - *mutuato da LM Fisica*
- ▷ 2° semestre:
 - Fisica Teorica 1 (8 CFU) - *fruito per 6 CFU da LM Fisica*
 - Optimization and Statistical Mechanics (8 CFU) - *mutuato da LM Fisica*
 - Quantum Field Theory (8 CFU) - *mutuato da LM Fisica*

Inglese (settore ANGL-01/C)

- ▷ 2° semestre:
 - Lingua Inglese Corso Avanzato (5 CFU) - **obbligatorio**

Informatica (settore INFO-01/A)

- ▷ 1° semestre:
 - Algoritmi e Strutture Dati per Big Data (9 CFU) - *mutuato da LM Informatica*
 - Analisi di Reti (9 CFU) - *mutuato da LM Informatica*
 - Laboratorio di Calcolo (4 CFU) - **obbligatorio** (erogato in lingua inglese)
 - Machine Learning (9 CFU) - *mutuato da LM Informatica*
 - Natural Language Processing (9 CFU) - *mutuato da LM Informatica*
- ▷ 2° semestre:
 - Algoritmi Distribuiti e Reti Complesse (9 CFU) - *mutuato da LM Informatica*
 - Progettazione di Sistemi Informatici (8 CFU)

Si veda anche la pagina della didattica erogata A.A. 2026/27 o la sezione apposita del sito web.

Calendario 2026/27

Gli insegnamenti del primo semestre si terranno dal 28 settembre 2026 al 15 gennaio 2027. Quelli del secondo semestre dal 1 marzo 2027 al 4 giugno 2026. Il 9 settembre 2026 alle ore 10.00, in aula 11, si terrà un incontro con gli studenti nel quale i docenti illustreranno brevemente i programmi dei corsi opzionali.

Esami

Gli insegnamenti del primo semestre prevedono due appelli nella sessione estiva anticipata (gennaio-febbraio), due appelli nella sessione estiva (giugno-luglio) e due in quella autunnale (settembre). I corsi del secondo semestre prevedono due appelli nella sessione estiva, due in quella autunnale e due in quella invernale. Il calendario degli esami è pubblicato nella sezione apposita del sito web del Corso di Studio.

Valutazione

Il punteggio della prova d'esame è attribuito mediante un voto espresso in trentesimi. La prova di esame sarà valutata secondo i seguenti criteri:

- Non idoneo: importanti carenze e/o inaccuratezza nella conoscenza e comprensione degli argomenti; limitate capacità di analisi e sintesi.
- 18-20: conoscenza e comprensione degli argomenti appena sufficiente con possibili imperfezioni; capacità di analisi sintesi e autonomia di giudizio sufficienti.
- 21-23: conoscenza e comprensione degli argomenti routinaria; capacità di analisi e sintesi corrette con argomentazione logica coerente.
- 24-26: discreta conoscenza e comprensione degli argomenti; buone capacità di analisi e sintesi con argomentazioni espresse in modo rigoroso.
- 27-29: conoscenza e comprensione degli argomenti completa; notevoli capacità di analisi, sintesi. buona autonomia di giudizio.
- 30-30 e lode: ottimo livello di conoscenza e comprensione degli argomenti; notevoli capacità di analisi e di sintesi e di autonomia di giudizio. Argomentazioni espresse in modo originale.

Piani di studio

Di norma, entro il mese di novembre del primo anno di corso, viene presentata al Consiglio di Dipartimento una proposta di piano di studio. Il Consiglio valuterà entro il mese di dicembre il piano di studio proposto. Qualora l'iscrizione alla laurea magistrale avvenga in un periodo diverso dell'anno, s'intende che il piano di studio va presentato entro un mese dall'iscrizione e che il Consiglio è tenuto a valutarlo entro il mese successivo. I piani di studio vengono preventivamente valutati dalla Commissione Pratiche Studenti, che verifica la loro coerenza con gli obiettivi formativi. Il piano di studio non può comprendere insegnamenti i cui programmi siano stati già svolti in insegnamenti relativi al conseguimento dei 180 CFU della laurea triennale. A tal proposito si consulti la pagina dedicata alle modalità e alle regole per la presentazione del piano di studio, ove è anche riportata un'ampia scelta di piani di studio consigliati.

Prova finale

La prova finale per il conseguimento della laurea magistrale prevede la stesura di una tesi elaborata in modo originale, comprendente la redazione di un documento scritto (eventualmente anche in lingua inglese) e una prova seminariale conclusiva. L'argomento della tesi viene concordato con un relatore o una relatrice, che guida lo studente o la studentessa nello svolgimento del lavoro. Possono assumere il ruolo di relatore o relatrice i docenti universitari dell'Ateneo Tor Vergata e di tutti gli Atenei italiani, nonché i ricercatori e le ricercatrici di enti di ricerca accreditati.

La tesi dovrà evidenziare nei suoi contenuti la maturità culturale in un'area disciplinare attinente alla sua formazione curriculare. La prova finale verrà valutata in base alla originalità dei risultati, alla padronanza dell'argomento, all'autonomia e alle capacità espositive e di ricerca bibliografica. A tal proposito si consulti la pagina dedicata alle modalità e alle regole della prova finale.

Modalità e requisiti di ammissione

Per essere ammessi al Corso di Laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata occorre essere in possesso della laurea o del diploma universitario di durata triennale, ovvero di un altro titolo di studio conseguito all'estero riconosciuto idoneo. Sono inoltre richiesti specifici requisiti curricolari, caratteristici delle lauree in discipline matematiche. La natura interdisciplinare della matematica rende possibile anche a studenti che abbiano conseguito la laurea in altri settori di accedere alla laurea magistrale in Matematica Pura ed Applicata, purché in possesso dei suddetti requisiti e di un'adeguata preparazione personale.

Per accedere al Corso di Laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata è necessario avere i requisiti curricolari elencati in almeno uno dei due seguenti punti:

- possesso di una laurea nella classe L-35 (DM 270/2004) provenienti da qualsiasi ateneo italiano (o di studenti in possesso di analogo titolo di studio estero);
- almeno 24 CFU conseguiti complessivamente nei settori da MATH-01/A a MATH-06/A.

Chi intende immatricolarsi al Corso di Laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata deve presentare la richiesta secondo le modalità previste dall'Ateneo. Le domande pervenute saranno esaminate dalla Coordinatrice del Corso di Studio, con l'ausilio della Commissione Pratiche Studenti.

La verifica della preparazione personale avviene tramite l'analisi del curriculum, dei programmi degli esami sostenuti e delle votazioni ottenute durante gli studi pregressi e può, eventualmente, richiedere un colloquio. Sono accolte senza ulteriore verifica le domande di tutti i candidati che abbiano conseguito la laurea nella classe L-35, con almeno 6 CFU nel settore MATH-02/A e con una votazione pari o superiore a 80/110.

A seguito della valutazione, potrà essere richiesto di includere nel piano di studi uno o più corsi appositamente organizzati in base al curriculum personale. In particolare, potrà essere richiesto l'inserimento, nel piano di studio della laurea magistrale, di uno o più insegnamenti del Corso di Laurea Triennale in Matematica per un massimo di 24 CFU.

Si invitano gli interessati a richiedere un parere preventivo ed informale da parte della Commissione Pratiche Studenti scrivendo a dida@mat.uniroma2.it e allegando il proprio curriculum studiorum con elenco degli esami sostenuti, completo di crediti formativi, settori disciplinari e programmi relativi. Si veda anche la sezione apposita del sito web del Corso di Studio.

Trasferimenti

Gli studenti che intendono trasferirsi al Corso di Laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata possono richiedere un parere preventivo ed informale da parte della Commissione Pratiche Studenti scrivendo a dida@mat.uniroma2.it e allegando il proprio curriculum studiorum con elenco degli esami sostenuti, completo di crediti formativi, settori disciplinari e programmi relativi. In caso di parere positivo, è necessario seguire le modalità previste dall'Ateneo per i trasferimenti.

Chi si trasferisce al Corso di Laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata provenendo da altri corsi di laurea magistrale, può chiedere il riconoscimento dei crediti relativi ad esami sostenuti nel corso di studi d'origine. Il Consiglio valuterà di volta in volta le singole richieste. Si veda anche la sezione apposita del sito web del Corso di Studio.

Percorsi abilitanti per l'insegnamento

Gli interessati all'insegnamento della matematica nella scuola secondaria di primo e secondo grado possono partecipare ai bandi relativi ai percorsi formativi iniziali per docenti 60 CFU (D.P.C.M. 4 agosto 2023), completando la prova finale della Laurea Magistrale prima della prova finale del percorso. Per maggiori informazioni è possibile consultare il sito dedicato.

Programmi dei corsi/Syllabi

Questa sezione presenta le principali informazioni sugli insegnamenti erogati nell'A.A. 2026/27 dal Corso di Studio. Per eventuali ulteriori richieste di chiarimento o approfondimento sui singoli corsi, si invitano gli studenti e le studentesse a contattare direttamente i docenti responsabili.

Modalità di erogazione della didattica

La didattica si svolge in **presenza e la frequenza è fortemente consigliata**. Come supporto alla didattica, per la larga maggioranza degli insegnamenti, i docenti sono disponibili a utilizzare le classi virtuali Teams per lo scambio di materiali, i contatti, il ricevimento e altre attività. Inoltre, alcuni docenti sono anche disponibili, su richiesta motivata e compatibilmente con la disponibilità di strumenti adeguati ed efficienti, ad effettuare streaming e/o registrazione delle lezioni. Si ribadisce tuttavia che **lo streaming e/o la registrazione delle lezioni possono essere intesi unicamente come supporto collaterale alla didattica svolta in aula e non possono in alcun modo essere considerati come sostituto sistematico per essa**.

ALGEBRA COMMUTATIVA/COMMUTATIVE ALGEBRA

1° semestre

8 CFU – settore MATH-02/A – 64 ore di lezione in aula

Docente: F. Gavarini

Programma: Il programma tratterà i seguenti argomenti:

Saranno possibili alcune variazioni in corso d'opera, anche in funzione degli interessi di coloro che frequenteranno il corso.

FONDAMENTI di TEORIA degli ANELLI (commutativi unitari): - richiami di teoria degli anelli: anelli (commutativi unitari), ideali, quozienti, morfismi, Teorema Fondamentale di Omomorfismo, Teoremi di Isomorfismo, prodotti diretti; - operazioni sugli ideali, ideali massimali, radicale di Jacobson, radicale nilpotente; anelli locali, anelli semilocali; ideali primi, dimensione di Krull di un anello; - estensione e contrazione di ideali tramite un morfismo.

MODULI (su anelli commutativi unitari): - moduli, sottomoduli, quozienti, morfismi; Teorema Fondamentale di Omomorfismo, Teoremi di Isomorfismo; prodotti diretti e somme dirette; successioni esatte, moduli di morfismi, modulo duale; - moduli liberi, basi di un modulo; i moduli su un campo sono tutti liberi, dimensione di un modulo su un campo; rango di un modulo libero; Lemma di Nakayama; - elementi di torsione; sottomodulo di torsione (su un dominio); - prodotto tensoriale tra moduli; cambiamenti di anello di base, restrizione ed estensione di scalari; anelli e moduli di frazioni; algebre su un anello.

NOETHERIANITA' e ARTINIANITA': - condizioni sulle catene per moduli e anelli, noetherianità e artinianità, serie di composizione, lunghezza di un anello; - anelli noetheriani e anelli artiniani, proprietà fondamentali; Teorema della Base di Hilbert, Teorema degli Zeri di Hilbert; decomposizione primaria degli ideali in un anello noetheriano; caratterizzazione degli anelli artiniani; teorema di struttura per gli anelli artiniani.

MODULI su DOMINI a IDEALI PRINCIPALI (=DIP): - moduli liberi su un DIP e loro sottomoduli; - esponenti e ordini per un modulo e i suoi elementi; elementi indipendenti; - p-(sotto)moduli, decomposizione di un modulo finitamente generato (=f.g.) in somma diretta di parte libera e p-sottomoduli; - decomposizione ciclica di un modulo f.g. tramite parte libera e divisori elementari; decomposizione ciclica di un modulo f.g. tramite parte libera e invarianti; relazione tra le due decomposizioni cicliche; - applicazione allo studio dei gruppi abeliani e delle forme canoniche di matrici.

SPETTRO PRIMO di un ANELLO: - lo spettro primo di un anello, topologia di Zariski; funtorialità dello spettro primo; - relazioni tra proprietà algebriche di un anello e proprietà topologiche del suo spettro primo; - spazi topologici noetheriani, caratterizzazione degli anelli il cui spettro primo sia noetheriano.

Obiettivi di apprendimento: Conseguire una buona conoscenza delle strutture fondamentali e dei risultati principali dell'Algebra Commutativa, includendo i seguenti temi: - anelli (commutativi unitari), moduli su anelli, morfismi di anelli e di moduli; - prodotto tensoriale tra moduli; algebre; anelli e moduli di frazioni; - condizioni sulle catene per moduli e anelli, moduli e anelli noetheriani e artiniani; - moduli sui domini a ideali principali; - lo spettro primo di un anello.

Testi consigliati:

M. F. Atiyah, I. G. MacDonald: *Introduction to Commutative Algebra*, Addison-Wesley, 1969

C. A. Finocchiaro: *Lo spettro primo di un anello*, dispense disponibili sul sito del docente.

S. Lang: *Algebra*, 3rd Edition, Graduate Texts in Mathematics 211, Springer-Verlag New York, Inc, 2002.

Modalità di esame: Prova orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

 **Program:** The program will cover the following topics:

Some variations during the course may occur, also depending on the wishes of those attending the course.

RING THEORY: - reminders of basic ring theory: (commutative unital) rings, ideals, quotients, morphisms, Fundamental Theorem of Homomorphism, Isomorphism Theorems, direct products; - operations on ideals, maximal ideals, Jacobson radical, nil-radical; local rings, semilocal rings; prime ideals, Krull dimension of a ring; - extension and contraction of ideals through a morphism.

MODULES (over commutative unital rings): - modules, submodules, quotients, morphisms; Fundamental Theorem of Homomorphism, Isomorphism Theorems; direct products and direct sums; exact sequences, modules of morphisms, dual module; - free modules, basis of a module; all modules over a field are free, dimension of a module over a field; rank of a free module; Nakayama's Lemma; - torsion elements; remarkable properties of modules over a P.I.D.; - tensor product of modules; change ground ring, restriction and extension of scalars; rings and modules of fractions; algebras over a ring.

NOETHERIANITY and ARTINIENITY: - chain conditions for modules and rings, noetherianity and artinianity, composition series, length of a ring; - Noetherian rings and Artinian rings, basic properties; Hilbert's Basis Theorem, Hilbert's Nullstellensatz; primary decomposition of ideal in a Noetherian ring; characterization of Artinian rings; structure theorem for Artinian rings.

MODULES over PRINCIPAL IDEAL DOMAINS (=PID): - free modules over a PID, and their submodules; - exponents and orders a module and its elements; independent elements; - p-(sub)modules, decomposition of a finitely generated (=f.g.) module into direct sum of free part and p-submodules; - cyclic decomposition of a f.g. module by means of free part and elementary divisors; cyclic decomposition of a f.g. module through free part and invariants; relation between the two cyclic decompositions; - application to the study of Abelian groups and of canonical forms of matrices.

PRIME SPECTRUM of a RING: - the prime spectrum of a ring, Zariski topology; funtorialità dello spettro primo; - relations between algebraic properties of a ring and topological properties of its prime spectrum; - Noetherian topological spaces, characterizations of the rings whose prime spectrum is Noetherian.

Learning objectives: Achieve a good knowledge of the main structures and results of Commutative Algebra, including the following topics: - (commutative unital) rings, modules over rings, morphisms of rings and of modules; - tensor product among modules; algebras; rings and modules of fractions; - chain conditions for modules and for rings, Noetherian modules and rings, Artinian modules and rings; - modules over principal ideal domains; - the prime spectrum of a ring.

Text books:

M. F. Atiyah, I. G. MacDonald: *Introduction to Commutative Algebra*, Addison-Wesley, 1969

C. A. Finocchiaro: *Lo spettro primo di un anello*, dispense disponibili sul sito del docente.

S. Lang: *Algebra*, 3rd Edition, Graduate Texts in Mathematics 211, Springer-Verlag New York, Inc, 2002.

Exam mode: Oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

ALGEBRA SUPERIORE/ADVANCED TOPICS IN ALGEBRA

1° semestre

8 CFU – settore MATH-02/A – 64 ore di lezione in aula

Docente: F. Viviani

 **Programma:** Il programma tratterà i seguenti argomenti:

- (1) Introduzione alle rappresentazioni (12 ore): Definizioni fondamentali, sub-rappresentazioni, omomorfismi di rappresentazioni (morfismi di G-moduli). Rappresentazioni regolari, permutazionali e per coniugio. Analisi di esempi concreti su gruppi di piccolo ordine (6 ore teoria, 6 ore esercizi).
- (2) Semisemplice e Teorema di Maschke (10 ore): Sottomoduli e riducibilità. Il Lemma di Schur e le sue conseguenze. Il Teorema di Maschke sulle algebre e sui gruppi finiti (sotto l'ipotesi che la caratteristica del campo non divida l'ordine del gruppo). Rappresentazioni semisemplici (6 ore teoria, 4 ore esercizi).
- (3) Teoria dei caratteri per gruppi finiti (18 ore): Definizione di carattere di una rappresentazione. Relazioni di ortogonalità di Schur. Funzioni di classe. Decomposizione della rappresentazione regolare. Proprietà delle tavole dei caratteri e tecniche per la loro costruzione ed analisi. Esempi espliciti e calcolo dettagliato per gruppi ciclici, diedrali e simmetrici piccoli (10 ore teoria, 8 ore esercitazioni dedicate).
- (4) Algebre associative e moduli (14 ore): Algebre a dimensione finita, ideali, algebre semplici e semisemplici. Struttura delle algebre associative: il Teorema di Wedderburn-Artin. Moduli su algebre. L'algebra di gruppo $K[G]$ e il legame profondo con le rappresentazioni del gruppo G (10 ore teoria, 4 ore esercizi).
- (5) Argomenti avanzati e applicazioni (10 ore): Rappresentazioni indotte e reciprocità di Frobenius. Applicazioni della teoria dei caratteri all'algebra dei gruppi, con particolare attenzione alla dimostrazione del Teorema $p^a q^b$ di Burnside sulla solubilità dei gruppi finiti (6 ore teoria, 4 ore esercizi).

Il corso prevede ulteriori 18 ore di approfondimento, tenute da M. McQuillan.

Obiettivi di apprendimento: L'insegnamento si propone di fornire agli studenti una conoscenza approfondita e rigorosa della teoria delle rappresentazioni dei gruppi finiti e delle algebre associative a dimensione finita. L'obiettivo principale è comprendere come strutture algebriche astratte possano essere studiate attraverso le loro azioni lineari su spazi vettoriali (matrici). Il corso mira a sviluppare elevate capacità di astrazione, rigore logico e a fornire gli strumenti algebrici fondamentali anche in altri ambiti della matematica, per esempio in geometria algebrica.

Testi consigliati:

J.P. Serre: *Linear Representations of Finite Groups*, Springer, 1977

T. Holm: *Algebras and Representation Theory*, Springer, 2019

Modalità di esame: Prova orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

 **Program:** The program will cover the following topics:

- (1) Introduction to representations (12 hours): Foundational definitions, sub-representations, homomorphisms of representations (G-module morphisms). Regular, permutation, and conjugation representations. Analysis of concrete examples on small-order groups (6 hours lecture, 6 hours exercises).
- (2) Semisimplicity and Maschke's Theorem (10 hours): Submodules and reducibility. Schur's Lemma and its consequences. Maschke's Theorem on algebras and finite groups (under the assumption that the characteristic of the field does not divide the group order). Semisimple representations (6 hours lecture, 4 hours exercises).
- (3) Character theory for finite groups (18 hours): Definition of a character. Schur's orthogonality relations. Class functions. Decomposition of the regular representation. Properties of character tables, methods and techniques for their construction. Explicit computation and analysis of character tables for cyclic, dihedral, and small symmetric groups (10 hours lecture, 8 hours dedicated exercises).
- (4) Associative algebras and modules (14 hours): Finite-dimensional algebras, ideals, simple and semisimple algebras. Structure of associative algebras: the Wedderburn-Artin Theorem. Modules over algebras. The group algebra $K[G]$ and its deep connection with the representations of the group G (10 hours lecture, 4 hours exercises).
- (5) Advanced topics and applications (10 hours): Induced representations and Frobenius reciprocity. Applications of character theory to group theory, focusing on the proof of Burnside's $p^a q^b$ Theorem on the solvability of finite groups (6 hours lecture, 4 hours exercises).

The course includes additional 18 hours dedicated to more advanced topics, taught by M. McQuillan.

Learning objectives: The course aims to provide students with a deep and rigorous knowledge of the representation theory of finite groups and finite-dimensional associative algebras. The primary goal is to understand how abstract algebraic structures can be studied through their linear actions on vector spaces (matrices). The course aims to develop high levels of abstraction and logical rigor, providing foundational algebraic tools which can be used in other fields, such as algebraic geometry.

Text books:

J.P. Serre: *Linear Representations of Finite Groups*, Springer, 1977

T. Holm: *Algebras and Representation Theory*, Springer, 2019

Exam mode: Oral exam.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

ALGORITMI DISTRIBUITI E RETI COMPLESSE

2° semestre

9 CFU – settore INFO-01/A – 72 ore di lezione in aula

Docente: A. Clementi

 **Programma:** Il Corso presenta i principi fondamentali del calcolo distribuito sia da un punto di vista dei modelli di comunicazione/computazione più importanti che per quanto riguarda i metodi algoritmici fondamentali per tali modelli.

L'obiettivo formativo è quello di fornire degli strumenti efficienti e rigorosi per il Problem Solving in cui, rispetto ai corsi algoritmici della triennale, per la prima volta le entità computazionali (agenti) sono molteplici ed interagenti. Questo nuovo paradigma offre ottime basi per progettare protocolli efficienti per tasks fondamentali, tra i quali il broadcast, la leader election, il graph-coloring, ed estremamente attuali nel mondo dei moderni sistemi distribuiti.

Si studieranno alcuni protocolli di diffusione di informazioni e di consenso su vari tipi di grafi che sono utilizzati e/o osservati su importanti esempi di sistemi distribuiti sia artificiali (robot swarms) che naturali (colonie di insetti). Verranno analizzati processi epidemici nelle reti sociali e protocolli probabilistici di data mining distribuita. Verranno mostrati alcuni esempi di “comportamento auto-organizzante” e di “intelligenza distribuita” che sono tipici dei sistemi complessi generati da regole locali semplici. Inoltre, verranno analizzati altri modelli e tasks computazionali adatti per l'analisi dei "Big-Data"

Il programma dettagliato sarà aggiornato e reso disponibile sul canale teams del corso:

CLEMENTI-8065531-ALGORITMI_DISTRIBUITI_E_RETI_COMPLESSE | Generale | Microsoft Teams

Obiettivi di apprendimento: Il corso ha come obiettivi l'apprendimento dei principali metodi probabilistici ed algoritmici per l'analisi ed il progetto dei Sistemi Distribuiti (Complex Networks)

Testi consigliati:

Leskovec, Rajaraman, and Ullmann: *Mining of Massive Data Sets*

Mitzenmacher and Upfal: *Probability and Computing*, Cambridge University Press

Nicola Santoro: *Distributed Algorithms*

Dispense e Slides del corso

Modalità di esame: Prova orale e progetto

 **Program:** The course presents the fundamental principles of distributed computing both from the point of view of the most important communication/computation models and with regard to the fundamental algorithmic methods for these models.

The training objective is to provide efficient and rigorous tools for Problem Solving in which, compared to the three-year algorithmic courses, for the first time the computational entities (agents) are multiple and interacting. This new paradigm offers excellent foundations for designing efficient protocols for fundamental tasks, including broadcast, leader election, graph-coloring, and are extremely current in the world of modern distributed systems.

We will study some information dissemination and consensus protocols on various types of graphs that are used and/or observed on important examples of distributed systems, both artificial (robot swarms) and natural (insect colonies). The so-called epidemic processes in social networks will therefore be analysed. We will show some examples of “self-organizing behavior” and “distributed intelligence” which are typical

of complex systems generated by simple local rules. Furthermore, other models and computational tasks suitable for the analysis of "Big-Data" will be analyzed.

The detailed program will be updated and made available on the course teams channel:

CLEMENTI-8065531-ALGORITMI_DISTRIBUITI_E_RETI_COMPLESSE | Generale | Microsoft Teams

Learning objectives: The main learning goal of the course is the study of probabilistic tools and algorithmic techniques for the analysis and the design of Distributed Systems and Complex Networks.

Text books:

Leskovec, Rajaraman, and Ullmann: *Mining of Massive Data Sets*

Mitzenmacher and Upfal: *Probability and Computing*, Cambridge University Press

Nicola Santoro: *Distributed Algorithms*

Dispense e Slides del corso

Exam mode: Oral exam and project

ALGORITMI E STRUTTURE DATI PER I BIG DATA

1° semestre

9 CFU – settore INFO-01/A – 72 ore di lezione in aula

Docente: A. Clementi

 **Programma:** Il programma tratterà i seguenti argomenti:

PARTE A: Probability and Computing: Randomized Algorithms for Big Data.

Basic Notions of Probability - Verifying Polynomial Identities - Verifying Matrix Multiplications - Contention Resolutions - Randomized Quick-Sort - Randomized Algorithms for Computing the Median - Randomized Hash Functions, and Hash Tables

PARTE B: Data Mining

Data Mining: A Short Overview - Finding Similar Items - Applications of Set Similarity - Shingling of Documents - Similarity-preserving Summaries of Sets - Locality Sensing Hashing for Documents - Mining Data Streams - The Stream Data Model - Pattern Matching: Karp-Rabin's Algorithm - Sampling Data in a Stream - Filtering Stream - Counting Distinct Elements in a Stream - Estimating Moments of a Stream - Random Walks & Page Rank - Random Walks - Page Rank Algorithms for the WEB

Obiettivi di apprendimento: Il corso ha come obiettivi l'apprendimento dei principali metodi e strumenti algoritmici per l'analisi e la gestione efficiente di enormi quantità di dati. In particolare, si studiano ed implementano modelli dinamici (streaming, avversariali e gerarchici) per la rappresentazione dei dati e la realizzazione di strutture dati che permettono queries di natura statistica/combinatoria in modo efficiente sia come costi di memoria che come tempo di esecuzione.

Testi consigliati:

J. Leskovec, A. Rajaraman, J. D. Ullman: *Mining of Massive Datasets*, Cambridge University Press, 2020

M. Mitzenmacher, E. Upfal: *Probability and Computing*, Cambridge University Press, 2017

J. Kleinberg, E. Tardos: *Algorithm Design*, Pearson Education Limited, 2013

A. Blum, J. Hopcroft, R. Kannan: *Foundations of Data Science*, Cambridge University Press, 2020

Modalità di esame: Prova orale e progetto

 **Program:** The program will cover the following topics:

PART A: Probability and Computing: Randomized Algorithms for Big Data.

Basic Notions of Probability - Verifying Polynomial Identities - Verifying Matrix Multiplications - Contention Resolutions - Randomized Quick-Sort - Randomized Algorithms for Computing the Median - Randomized Hash Functions, and Hash Tables

PART B: Data Mining

Data Mining: A Short Overview - Finding Similar Items - Applications of Set Similarity - Shingling of Documents - Similarity-preserving Summaries of Sets - Locality Sensing Hashing for Documents - Mining Data Streams - The Stream Data Model - Pattern Matching: Karp-Rabin's Algorithm - Sampling Data in a Stream - Filtering Stream - Counting Distinct Elements in a Stream - Estimating Moments of a Stream - Random Walks & Page Rank - Random Walks - Page Rank Algorithms for the WEB

Learning objectives: The main learning goal of the course is the study of models and algorithmic tools for the management and analysis (mining) of large sets of data (Big Data). In particular, the course focuses on dynamic digital models (streaming, adversarial, hierarchical) for the raw input data and describe advanced data structures that allow space/time efficient combinatorial and statistical queries.

Text books:

J. Leskovec, A. Rajaraman, J. D. Ullman: *Mining of Massive Datasets*, Cambridge University Press, 2020

M. Mitzenmacher, E. Upfal: *Probability and Computing*, Cambridge University Press, 2017

J. Kleinberg, E. Tardos: *Algorithm Design*, Pearson Education Limited, 2013

Exam mode: Oral exam and project

ANALISI ARMONICA

1° semestre

8 CFU – settore MATH-03/A – 64 ore di lezione in aula

Docente: F. Fidaleo

 **Programma:** Il programma tratterà i seguenti argomenti:

Introduzione all'analisi armonica classica: serie di Fourier, Trasformata di Fourier, Distribuzioni, Analisi di Fourier su gruppi, etc...

Applicazioni ed argomenti più avanzati, sulla base degli interessi degli studenti.

Obiettivi di apprendimento: Il corso si propone di illustrare i concetti fondamentali dell'analisi armonica classica e moderna, e le sue diverse applicazioni. L'obiettivo è quello di rendere lo studente capace di elaborare tali concetti in maniera critica e di acquisire le conoscenze necessarie per risolvere con rigore i problemi proposti.

Testi consigliati:

Y. Katznelson: *An introduction to harmonic Analysis*, Cambridge University Press, 2004

M. Picardello: *Analisi armonica: aspetti classici e numerici*, note online

E. Stein, R. Shakarchi: *Fourier Analysis*, Princeton University Press, 2007

Modalità di esame: Prova orale

 **Program:** The program will cover the following topics:

Introduction to classical harmonic analysis: Fourier series, Fourier Transform, Distributions, Fourier Analysis on groups, etc... Applications and more advanced topics, based on the interests of the students.

Learning objectives: The course aims to illustrate the fundamental concepts of classical and modern harmonic analysis, and its various applications. The goal is to enable the student to process these concepts critically and acquire the necessary knowledge to rigorously solve the proposed problems.

Text books:

Y. Katznelson: *An introduction to harmonic Analysis*, Cambridge University Press, 2004

M. Picardello: *Analisi armonica: aspetti classici e numerici*, note online

E. Stein, R. Shakarchi: *Fourier Analysis*, Princeton University Press, 2007

Exam mode: Oral exam

ANALISI DI RETI

1° semestre

9 CFU – settore INFO-01/A – 72 ore di lezione in aula

Docente: M. Di Ianni

 **Programma:** Il programma tratterà i seguenti argomenti:

1) Modelli generativi di grafi aleatori e loro rilevanza nella rappresentazione di reti: modello di Erdos-Renyi, modello basato sul fenomeno rich-get-richer (popolarità come effetto rete), grafi geometrici aleatori, modelli per lo Small-world e ricerca decentralizzata (modelli e analisi).

2) Teoria dei grafi e delle reti sociali: chiusura triadica, collegamenti forti e deboli, comunità, partizionamenti in comunità, indici di centralità e metodo di Girvan-Newman.

3) Dinamiche nelle reti: modelli di diffusione, cascate e cluster, capacità di cascata, herding e cascate informative.

4) Comportamento aggregato e sistemi di voto.

5) Reti di Informazione: il World Wide Web, Link analysis e ricerca nel Web, il problema del Ranking, Hubs e Authorities, il PageRank.

Obiettivi di apprendimento: Acquisizione di competenze relative ad analisi e soluzione di problemi connessi alla progettazione e alla gestione di reti complesse

Testi consigliati:

D. Easley, J. Kleinberg: *Networks, Crowds, and Markets: Reasoning about a Highly Connected World*, Cambridge University Press, 2010

Dispense a cura del docente disponibili sul sito del corso

Modalità di esame: Prova orale

 **Program:** The program will cover the following topics:

1) Random graphs generative models and their relevance in representing networks: Erdos-Renyi model, Rich-get-richer phenomenon based model, geometric random graphs, modelling the Small-world phenomenon.

2) Graph Theory and Social Networks: TriadicClosure, Strong and Weak Ties, Communities, graph partitioning, centrality indeces, betweenness measures Girvan-Newman method.

3) Network Dynamics. diffusion, cascades, clusters, cascade capacity, herding and information Cascades.

4) Aggregate behavior and voting systems.

5) Information networks: the World Wide Web, Link analysis and Web search, the Ranking problem, Hubs and Authorities, PageRank.

Learning objectives: Acquiring competence related to analysis and solution of problems about design and management of complex networks

Text books:

D. Easley, J. Kleinberg: *Networks, Crowds, and Markets: Reasoning about a Highly Connected World*, Cambridge University Press, 2010

Lecture notes by the teacher available on the web page of the course

Exam mode: Oral exam

CAM 1 - TEORIA DELLA MISURA /MEASURE THEORY

1° semestre

6 CFU – settore MATH-03/A – 60 ore di lezione in aula

Docente: F. Radulescu

 **Programma:** Il programma tratterà i seguenti argomenti:

1. Cardinalità. Concetti generali sulla cardinalità. Teorema di Cantor-Bernstein. Cardinalità del continuo. Esempi.
2. Teoria generale della misura. Algebre e σ -algebre. Funzioni additive e σ -additive di insieme. Misura, misure finite e σ -finite, misure complete. Spazi misurabili e spazi di misura. Limite superiore e limite inferiore di insiemi, e relazione con la misura. Classi monotone e teorema di estensione di Halmos. Misure esterne, estensione a una σ -algebra di funzioni σ -additive su un'algebra, teorema di Carathéodory. Misure di Borel e di Radon. Misura di Lebesgue in $\mathbb{R}$ e in $\mathbb{R}^N$. Insiemi boreliani e insiemi Lebesgue-misurabili. Invarianza per traslazione e per rotazione. Cubi diadici e aperti visti come unione di cubi diadici. Insieme di Cantor (a livello di esercizi). Proprietà di regolarità delle misure di Radon.
3. Funzioni misurabili. Funzioni misurabili e funzioni di Borel. Caratterizzazioni delle funzioni misurabili a valori reali o a valori reali estesi. Relazione tra misurabilità e continuità. Lo spazio delle funzioni misurabili è chiuso rispetto a somma, prodotto, massimo, minimo, sup e inf numerabili, massimo e minimo limite. Funzioni semplici. Ogni funzione misurabile nonnegativa è limite crescente di funzioni semplici. Convergenza quasi ovunque, quasi uniforme e in misura, e relazioni tra di loro. Teorema di Lusin.

4. Integrazione. Integrale di funzioni semplici nonnegative. Integrale di funzioni misurabili nonnegative. Integrali di funzioni misurabili. Funzioni integrabili e sommabili. Le funzioni sommabili sono finite quasi ovunque. Principali proprietà dell'integrale: linearità, integrale del modulo e modulo dell'integrale, crescita dell'integrale rispetto alla funzione integranda, integrali di funzioni coincidenti quasi ovunque, una funzione misurabile nonnegativa ha integrale 0 se e solo se è nulla quasi ovunque. Assoluta continuità dell'integrale. Teoremi di passaggio al limite sotto il segno di integrale: Teorema di Beppo Levi, Lemma di Fatou, Teorema della convergenza dominata, e conseguenze. Continuità e derivata della funzione integrale dipendente da un parametro. Esempi.
5. Spazi L^p . Spazi L^p per $1 \leq p < \infty$ e per $p = \infty$. Loro completezza. Teorema di Riesz-Fischer. Disuguaglianze di Hölder e Minkowski e conseguenze. Relazione tra norma L^p e norma L^∞ (senza dimostrazione). La convergenza in L^p implica la convergenza in misura. Separabilità degli spazi L^p e densità delle funzioni continue a supporto compatto in L^p quando $p < \infty$.
6. Misure prodotto. σ -algebra prodotto. Misure prodotto. Misure prodotto e σ -algebre prodotto in $\mathbb{R}^n$. Teoremi di Tonelli e di Fubini.
7. Funzioni assolutamente continue e a variazione limitata. Le funzioni monotone sono misurabili. Le funzioni monotone hanno al massimo un insieme numerabile di punti di discontinuità. Una funzione monotona è derivabile quasi ovunque (dimostrazione facoltativa). Variazione totale di funzioni a valori reali e funzioni a variazione limitata. Principali proprietà della variazione totale e delle funzioni a variazione limitata. Le funzioni a variazione limitata costituiscono uno spazio vettoriale e sono esattamente le funzioni differenza di due funzioni crescenti. Funzioni assolutamente continue. Le funzioni assolutamente continue sono a variazione limitata, ma non vale il viceversa. Le funzioni assolutamente continue costituiscono uno spazio vettoriale. Relazione tra funzioni assolutamente continue e funzioni integrali di funzioni L^1 . Una funzione assolutamente continua con derivata nulla quasi ovunque è costante (senza dimostrazione). Teorema fondamentale e formula fondamentale del calcolo integrale per funzioni assolutamente continue e versione corrispondente per funzioni a variazione limitata.

Il corso prevede ulteriori 18 ore di approfondimento, tenute da M. McQuillan.

Obiettivi di apprendimento: Teoria della misura

Testi consigliati:

P. Cannarsa, T. D'Aprile: *Introduzione alla teoria della misura e all'analisi funzionale*, Springer, 2008

Modalità di esame: Prova scritta e orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese



Program: The program will cover the following topics:

1. Cardinality. General concepts on cardinality. General properties. Cantor-Bernstein theorem. Cardinality of the continuum. Examples.
2. General measure theory. Algebras and σ -algebras. Additive and σ -additive functions of sets. Finite and σ -finite measures, complete measures. Measurable spaces and measure spaces. Upper and lower limit of sets, and relationship with the measure. Monotone classes and Halmos extension theorem. Outer measures, extension to a σ -algebra of σ -additive functions on an algebra, Carathéodory's theorem. Borel and Radon measures. Lebesgue measure on $\mathbb{R}$ and on $\mathbb{R}^N$. Borel sets and Lebesgue measurable sets. Invariance under translation and rotation. Dyadic cubes and open cubes as unions of dyadic cubes. Cantor set (at the level of exercises). Regularity properties of Radon measures.
3. Measurable functions. Measurable functions and Borel functions. Characterizations of measurable real-valued or extended real-valued functions. Relationship between measurability and continuity. The space of measurable functions is closed under sum, product, maximum, minimum, countable sup and inf, limit superior and inferior. Simple functions. Every nonnegative measurable function is the increasing limit of simple functions. Convergence almost everywhere, almost uniformly and in measure, and relations among them. Lusin's theorem.
4. Integration. Integral of nonnegative simple functions. Integral of nonnegative measurable functions. Integrals of measurable functions. Integrable and summable functions. Summable functions are finite almost everywhere. Main properties of the integral: linearity, integral of the modulus and modulus of the integral, monotonicity of the integral with respect to the integrand, integrals of functions coinciding almost everywhere, a nonnegative measurable function has integral 0 if

and only if it is zero almost everywhere. Absolute continuity of the integral. Theorems of passing the limit under the integral sign: Beppo Levi's theorem, Fatou's lemma, dominated convergence theorem, and consequences. Continuity and derivative of the integral function depending on a parameter. Examples.

5. L^p spaces. L^p spaces for $1 \leq p < \infty$ and for $p = \infty$. Their completeness. Riesz-Fischer theorem. Hölder and Minkowski inequalities and consequences. Relation between L^p and L^∞ norms (without proof). Convergence in L^p implies convergence in measure. Separability of L^p spaces and density of continuous functions with compact support in L^p when $p < \infty$.
6. Product measures. Product σ -algebra. Product measures. Product measures and product σ -algebras in $\mathbb{R}^n$. Tonelli's and Fubini's theorems.
7. Absolutely continuous and bounded variation functions. Monotonic functions are measurable. Monotonic functions have at most a countable set of points of discontinuity. A monotonic function is differentiable almost everywhere (optional proof). Total variation of real-valued functions and functions of bounded variation. Main properties of total variation and functions of bounded variation. Functions of bounded variation form a vector space and are exactly the difference of two increasing functions. Absolutely continuous functions. Absolutely continuous functions are of bounded variation, but the converse does not hold. Absolutely continuous functions form a vector space. Relation between absolutely continuous functions and integrals of L^1 functions. An absolutely continuous function with zero derivative almost everywhere is constant (without proof). Fundamental theorem and fundamental formula of integral calculus for absolutely continuous functions and corresponding version for functions of bounded variation.

Learning objectives: Measure Theory

Text books:

P. Cannarsa, T. D'Aprile: *Introduzione alla teoria della misura e all'analisi funzionale*, Springer, 2008

Exam mode: Written and oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

CAM 2 - INTRODUZIONE ALL'ANALISI FUNZIONALE/INTRODUCTION TO FUNCTIONAL ANALYSIS

2° semestre

6 CFU – settore MATH-03/A – 60 ore di lezione in aula

Docente: S. Carpi

 **Programma:** Il programma tratterà i seguenti argomenti:

TEORIA DEGLI INSIEMI. Assioma della scelta e lemma di Zorn.

TOPOLOGIA GENERALE. Spazi topologici. Successioni generalizzate e convergenza. Spazi compatti e localmente compatti.

SPAZI DI BANACH. Definizioni ed esempi. Operatori limitati su uno spazio normato. Spazio duale. Teorema di estensione di Hahn-Banach e conseguenze. Lemma di Baire. Principio dell'uniforme limitatezza. Teorema dell'applicazione aperta, e teorema del grafico chiuso. Operatore aggiunto.

TOPOLOGIE DEBOLI. Spazi vettoriali topologici. Teorema di separazione di Hahn-Banach. Topologia debole e topologia star-debole. Teorema di Banach-Alaoglu. Spazi riflessivi. Esempi.

SPAZI DI HILBERT. Prodotto scalare e identità di polarizzazione. Funzionali lineari limitati sugli spazi di Hilbert. Basi ortonormali. Operatori limitati su uno spazio di Hilbert.

TEORIA SPETTRALE E OPERATORI COMPATTI. Spettro di un operatore. Operatori compatti. Teorema spettrale per operatori compatti autoaggiunti. Alternativa di Fredholm. Applicazioni ed esempi

Obiettivi di apprendimento: Illustrare alcuni concetti di base dell'analisi funzionale. Gli studenti dovranno acquisire le conoscenze necessarie per la comprensione di alcuni risultati generali dell'analisi funzionale e per l'applicazione di alcuni metodi a problemi particolari

Testi consigliati:

G. K. Pedersen: *Analysis Now*, Springer, 1989

Modalità di esame: Prova scritta e orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

 **Program:** The program will cover the following topics:

SET THEORY. The axiom of choice and Zorn's lemma.

GENERAL TOPOLOGY. Topological spaces. Nets and convergence. Compact and locally compact spaces.

BANACH SPACES. Definitions and examples. Bounded Operators on normed spaces. Dual space. The Hahn-Banach extension theorem and its main consequences. Baire's lemma. Uniform boundedness principle, Open mapping theorem and closed graph theorem. Adjoint of an operator.

WEAK TOPOLOGIES. Topological vector spaces. The Hahn-Banach separation theorem. Weak and weak*-topologies, Banach-Alaoglu theorem. Reflexive spaces. Examples.

HILBERT SPACES: Scalar product and polarization identities. Bounded linear functionals on Hilbert spaces. Orthonormal bases. Bounded operators on Hilbert spaces.

SPECTRAL THEORY AND COMPACT OPERATORS: Spectrum of an operator. Compact operators. Spectral theorem for compact self-adjoint operators. Fredholm alternative Applications and examples

Learning objectives: Explain some basic concepts of functional analysis. Students will have to acquire the necessary knowledge for the understanding of some general results of functional analysis and for the application of some methods to particular problems

Text books:

G. K. Pedersen: *Analysis Now*, Springer, 1989

Exam mode: Written and oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

CAN 1 - MODELLIZZAZIONE GEOMETRICA E SIMULAZIONE NUMERICA/GEOMETRIC MODELING AND NUMERICAL SIMULATION

1° semestre

8 CFU – settore MATH-05/A – 64 ore di lezione in aula

Docente: C. Manni (codocente: H. Speleers)

 **Programma:** Il programma tratterà i seguenti argomenti:

Polinomi di Bernstein e curve di Bézier (8 ore).

B-spline: costruzione, proprietà analitiche e geometriche (24 ore).

Curve e superfici B-spline. Curve e superfici NURBS (12 ore).

Proprietà di approssimazione di spazi spline (8 ore).

Trattamento di problemi ellittici multidimensionali: fondamenti del metodo degli elementi finiti e dell'analisi isogeometrica (12 ore)

Obiettivi di apprendimento: L'insegnamento si propone di fornire le conoscenze di base riguardo delle funzioni spline e di alcune loro applicazioni salienti. Al termine dell'insegnamento, lo studente conoscerà le principali proprietà delle funzioni spline, della base B-spline e i principali aspetti delle loro applicazioni nell'ambito del free-form design, dell'approssimazione di funzioni e della soluzione di equazioni alle derivate parziali

Testi consigliati:

C. Manni, H. Speleers: *Standard and Non-Standard CAGD Tools for Isogeometric Analysis: A Tutorial*, Springer Lecture Notes in Mathematics 2161, pp. 1–69, 2016

T. Lyche, C. Manni, H. Speleers (eds.): *Splines and PDEs: from Approximation Theory to Numerical Linear Algebra*, Springer Lecture Notes in Mathematics 2219, 2018

Modalità di esame: Prova orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

 **Program:** The program will cover the following topics:

Bernstein polynomials and Bézier curves (8 hours).

B-spline: construction, analytical and geometric properties (24 hours).

B-spline curves and surfaces. NURBS curves and surfaces (12 hours).

Approximation properties of spline spaces (8 hours).

Numerical treatment of multidimensional elliptic problems: fundamentals of the finite element method and isogeometric analysis (12 hours)

Learning objectives: The course aims to provide basic knowledge about splines and some of their salient applications. At the end of the course, the student will know the main properties of splines functions, of the B-spline basis and the main aspects of their applications to free-form design, approximation of functions, and the numerical solution of partial differential equations

Text books:

C. Manni, H. Speleers: *Standard and Non-Standard CAGD Tools for Isogeometric Analysis: A Tutorial*, Springer Lecture Notes in Mathematics 2161, pp. 1–69, 2016

T. Lyche, C. Manni, H. Speleers (eds.): *Splines and PDEs: from Approximation Theory to Numerical Linear Algebra*, Springer Lecture Notes in Mathematics 2219, 2018

Exam mode: Oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

CAN 2 - ALGEBRA LINEARE NUMERICA CON APPLICAZIONI ALLE PDE E AI BIG DATA/NUMERICAL LINEAR ALGEBRA WITH APPLICATIONS TO PDES AND BIG DATA

2° semestre

8 CFU – settore MATH-05/A – 64 ore di lezione in aula

Docente: D. Bertaccini

 **Programma:** Il programma tratterà i seguenti argomenti:

Nozioni di analisi dell'errore. Matrici sparse, calcolo parallelo e acceleratori hardware. Tecniche di proiezione. Algoritmi di proiezione in sottospazi di Krylov: CG and GMRES. BiCG, CGS, BiCGStab. Flexible GMRES (FGMRES). Precondizionatori a fattorizzazione incompleta. Precondizionatori per alcuni sistemi strutturati. Nozioni di funzioni di matrici. Calcolo efficiente di funzioni di matrici. Applicazione all'integrazione di modelli di PDE e big data. Grafi e matrici nella complex network analysis. Matrici di adiacenza, laplaciana, di incidenza. Misure di centralità e importanza dei dati. Cenni all'evoluzione e alla robustezza di una rete complessa con applicazioni alla social network analysis, reti biologiche, in finanza, nelle reti di comunicazione, internet e trasporti, negli algoritmi di consenso.

Obiettivi di apprendimento: Il corso si propone di sviluppare competenze e conoscenze avanzate di Analisi Numerica, in particolare lo studio di metodi iterativi orientati alla risoluzione di sistemi lineari di grandi dimensioni e applicazioni a problematiche di big data con particolare riguardo ad indici di centralità.

Testi consigliati:

D. Bertaccini, F. Durastante: *Iterative Methods and Preconditioning for Large and Sparse Linear Systems with Applications*, Chapman and Hall/CRC, 2018

Modalità di esame: Prova orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

 **Program:** The program will cover the following topics: Notions of error analysis. Sparse matrices, parallel computing and hardware accelerators. Projection techniques: CG and GMRES. BiCG, CGS, BiCGStab, Flexible GMRES (FGMRES). Incomplete factoring preconditioners. Preconditioners for some structured systems. Notions of functions of matrices. Application to the integration of PDE and big data models. Graphs and matrices in complex network analysis. Adjacency, Laplacian, and incidence matrices. Measurements of centrality and importance of data. Evolution and robustness of a complex network with applications to social network analysis, biological networks, finance, communication networks, internet and transportations, in consensus algorithms.

Learning objectives: The course aims to develop advanced skills and knowledge of Numerical Analysis, in particular the study of iterative methods oriented to the resolution of large-scale linear systems and applications to big data problems with particular attention to centrality indices.

Text books:

D. Bertaccini, F. Durastante: *Iterative Methods and Preconditioning for Large and Sparse Linear Systems with Applications*, Chapman and Hall/CRC, 2018

Exam mode: Oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

CHIMICA GENERALE/GENERAL CHEMISTRY

1° semestre

8 CFU – settore CHEM-03/A – 64 ore di lezione in aula

Docente: S. Piccirillo

 **Programma:** Il programma tratterà i seguenti argomenti:

La struttura dell'atomo. Sistema periodico degli elementi. Legame chimico (ionico, covalente, metallico). Forze intermolecolari e legame a idrogeno. Stato della materia. Rapporti ponderali nelle reazioni chimiche. Numero di ossidazione. Bilanciamento delle reazioni chimiche. Termodinamica. Funzioni di stato. Equilibri tra fasi. Equilibri chimici omogenei ed eterogenei. La costante di equilibrio termodinamico. Equilibri di solubilità. Dissociazione elettrolitica. Soluzioni e proprietà colligative. Equilibri acido-base in soluzione acquosa: pH, idrolisi, soluzioni tampone, indicatori. Sistemi ossidoriduttivi: potenziali elettrodi, pile, equazione di Nernst, elettrolisi, legge di Faraday. Cinetica chimica

Obiettivi di apprendimento: Il corso si propone di fornire allo studente le conoscenze di base della struttura della materia, del legame chimico e delle leggi che regolano le reazioni chimiche. Fornirà inoltre le conoscenze di base relative alle proprietà chimiche dei principali elementi del sistema periodico. Il corso ha quindi l'obiettivo di fornire allo studente gli strumenti per capire la materia e le trasformazioni chimiche che la coinvolgono ed è propedeutico a tutti i corsi di chimica degli anni successivi. Il corso si propone inoltre di introdurre gli studenti alla pratica di laboratorio, mediante la realizzazione di esperimenti per l'applicazione e la verifica dei concetti della chimica generale

Testi consigliati:

I. Bertini, C. Luchinat, F. Mani: *Chimica*, Casa Editrice Ambrosiana, 2011

P. W. Atkins, L. Jones: *Chimica Generale*, Zanichelli, 1998

Modalità di esame: Prova scritta e orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

 **Program:** The program will cover the following topics:

Atomic structure. Periodic table of the elements. Chemical bonding (ionic, covalent, metallic). Intermolecular forces and hydrogen bonding. State of matter. Weight relations in chemical reactions. Oxidation number. Balance of chemical reactions. Thermodynamics. State functions. Equilibrium between phases. Homogeneous and heterogeneous chemical equilibria. The thermodynamic equilibrium constant. Solubility equilibria. Electrolytic dissociation. Solutions and colligative properties. Acid-base equilibria in aqueous solution: pH, hydrolysis, buffer solutions, indicators. Redox systems: electrode potentials, batteries, Nernst equation, electrolysis, Faraday's law. Chemical kinetics

Learning objectives: The course aims to provide the student with the basic knowledge of the structure of matter, of the chemical bond and of the laws that regulate chemical reactions. It will also provide the basic knowledge related to the chemical properties of the main elements of the periodic system. The course therefore aims to provide the student with the tools to understand matter and the chemical transformations and is a prerequisite for all the chemistry courses of the following years. The course also aims to introduce students to laboratory practice, by carrying out experiments for the application and verification of the concepts of general chemistry

Text books:

I. Bertini, C. Luchinat, F. Mani: *Chimica*, Casa Editrice Ambrosiana, 2011

P. W. Atkins, L. Jones: *Chimica Generale*, Zanichelli, 1998

Exam mode: Written and oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

COMPLEMENTI DI FISICA/COMPLEMENTS OF PHYSICS

1° semestre

8 CFU – settore PHYS-02/A – 64 ore di lezione in aula

Docente: G. Dibitetto (codocente: R. Savelli)

 **Programma:** Il programma tratterà i seguenti argomenti:

Fondamenti della meccanica statistica classica. Teoria degli ensemble, funzioni termodinamiche, applicazioni elementari. Postulati della meccanica quantistica. Equazione di Schroedinger, buche e barriere di potenziale, effetto tunnelling. Oscillatore armonico lineare. Momento angolare. Atomo di idrogeno. Spin. Teoria delle perturbazioni. Metodo variazionale. Struttura fine. Particelle identiche. Gas quantistici di Fermi-Dirac e Bose-Einstein e loro proprietà: gas di Fermi degenere, corpo nero, condensazione di Bose

Obiettivi di apprendimento: Acquisizione di conoscenze di base di Fisica Moderna

Testi consigliati: I testi saranno comunicati dal docente all'inizio del corso

Modalità di esame: Prova orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

 **Program:** The program will cover the following topics:

Fundamentals of classical statistical mechanics. Ensemble theory, thermodynamics, elementary examples. The postulates of quantum mechanics. The Schroedinger equation, potential wells and barriers, tunnelling. The linear harmonic oscillator. Angular momentum. The hydrogen atom. Spin. Perturbation theory. The variational principle. Fine structure. Identical particles. Quantum gases, Fermi-Dirac and Bose-Einstein statistics. Degenerate Fermi gas, thermodynamics. Bose gas: black body, Bose condensation

Learning objectives: To acquire a base knowledge of modern physics

Text books: All relevant information to be given at the beginning of the course

Exam mode: Oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

COMPLEMENTI DI PROBABILITÀ/ADVANCED PROBABILITY

1° semestre

8 CFU – settore MATH-03/B – 64 ore di lezione in aula

Docente: L. Caramellino

 **Programma:** Il programma tratterà i seguenti argomenti:

Richiami di teoria della misura. (circa 4 ore)

Spazi di probabilità astratti. Indipendenza. Legge 0-1 di Kolmogorov. Lemmi di Borel-Cantelli e conseguenze. Spazi L^p e disuguaglianze. Cambi di misura. (circa 15 ore)

Convergenza quasi certa, in probabilità e in L^p . Legge dei grandi numeri. (circa 15 ore)

Funzioni caratteristiche. Convergenza in legge. (circa 15 ore)

Aspettazione condizionale. Martingale a tempo discreto. (circa 15 ore)

Obiettivi di apprendimento: Introdurre i fondamenti del Calcolo delle Probabilità tramite gli strumenti forniti dalla Teoria della Misura in modo da comprendere bene gli aspetti matematici della teoria

Testi consigliati:

D. Williams: *Probability with Martingales*, Cambridge University Press, 1991

P. Baldi: *Probability: An Introduction Through Theory and Exercises*, Springer, 2023

Modalità di esame: Prova scritta e orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

 **Program:** The program will cover the following topics:

Measure theory review. (about 4 hours)

Abstract probability spaces. Independence. Kolmogorov's 0-1 law. Borel-Cantelli lemmas and consequences. L^p spaces and inequalities. Changes of measures. (about 15 hours)

Convergence: almost surely, in probability and in L^p . Law of large numbers. (about 15 hours)

Characteristic functions. Convergence in law. (about 15 hours)

Conditional expectation. Discrete-time martingales. (about 15 hours)

Learning objectives: To introduce the fundamentals of Probability Calculus through the tools provided by the Measure Theory in order to better understand the mathematical aspects of the theory

Text books:

D. Williams: *Probability with Martingales*, Cambridge University Press, 1991

P. Baldi: *Probability: An Introduction Through Theory and Exercises*, Springer, 2023

Exam mode: Written and oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

COMPLEMENTI DI TOPOLOGIA ALGEBRICA E ANALISI DI DATI/ALGEBRAIC TOPOLOGY AND TOPOLOGICAL DATA ANALYSIS

1° semestre

8 CFU – settore MATH-02/B – 64 ore di lezione in aula

Docente: P. Salvatore

 **Programma:** Il programma tratterà i seguenti argomenti:

Complessi simpliciali. Complessi di catene. Gruppi di omologia. Sequenze esatte. Omologia persistente. Applicazioni all'analisi dati.

Obiettivi di apprendimento: Apprendimento delle nozioni di base di topologia algebrica e dell'analisi topologica dei dati.

Testi consigliati:

H. Edelsbrunner, J. L. Harer: *Computational Topology: An Introduction*, AMS, 2010

Modalità di esame: Prova orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

 **Program:** The program will cover the following topics:

Simplicial complexes. Chain complexes. Homology groups. Exact sequences. Persistent homology. Applications of topological data analysis.

Learning objectives: Learning basic notions of algebraic topology and topological data analysis.

Text books:

H. Edelsbrunner, J. L. Harer: *Computational Topology: An Introduction*, AMS, 2010

Exam mode: Oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

EVOLUZIONE E CONTROLLO/EVOLUTION AND CONTROL

1° semestre

8 CFU – settore MATH-03/A – 64 ore di lezione in aula

Docente: P. Cannarsa (codocente: M. Caponigro)

 **Programma:** Il programma tratterà i seguenti argomenti:

CONTROLLO DI EQUAZIONI DIFFERENZIALI ORDINARIE. Controllabilità di processi di controllo lineari a coefficienti costanti su spazi euclidei.

EQUAZIONI DI EVOLUZIONE. 1. Semigruppì di operatori lineari e continui su spazi di Banach. Generatore infinitesimale. Teorema di Hille-Yosida. Soluzione del problema di Cauchy-Dirichlet per equazioni paraboliche del secondo ordine. 2. Operatori dissipativi e massimali dissipativi. Teoremi di Lumer-Phillips. Soluzione del problema di Cauchy-Dirichlet per equazioni iperboliche del secondo ordine. 3. Aggiunto di un operatore lineare nel caso Hilbertiano. Operatori simmetrici e auto-aggiunti. Teorema di Stone. Applicazione all'equazione di Schroedinger. 4. Il problema di Cauchy non omogeneo. Il caso degli operatori auto-aggiunti e dissipativi.

CONTROLLO DI EQUAZIONI PARABOLICHE DEL SECONDO ORDINE. 1. Il problema della controllabilità per equazioni di evoluzione. Nozioni di osservabilità. 2. Controllabilità a zero con il metodo dei momenti.

CONTROLLO DI EQUAZIONI IPERBOLICHE DEL SECONDO ORDINE. 1. Osservabilità e controllabilità dell'equazione delle corde vibranti con la formula di d'Alembert. 2. Studio delle equazioni di evoluzione del secondo ordine con il metodo di Fourier. 3. Osservabilità di modelli elastici con il metodo dei moltiplicatori.

Obiettivi di apprendimento: Acquisire metodologie teoriche e competenze computazionali su controllo ottimo per sistemi descritti da equazioni differenziali ordinarie.

Testi consigliati:

P. Cannarsa, F. Gazzola: *Dynamic Optimization for Beginners, with prerequisites and applications*, EMS Publishing House, 2017

Modalità di esame: Prova orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

 **Program:** The program will cover the following topics:

CONTROL OF ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS. Controllability of linear control processes with constant coefficients on Euclidean spaces.

EVOLUTION EQUATIONS. 1. Semigroups of bounded linear operators on Banach spaces. Infinitesimal generator. The Hille-Yosida theorem. Solution of the Cauchy-Dirichlet problem for second order linear parabolic equations. 2. Dissipative and maximal dissipative operators. Lumer-Phillips theorems. Solution of the Cauchy-Dirichlet problem for second order linear hyperbolic equations. 3. Hilbertian adjoint of a linear operator. Symmetric and self-adjoint operators. Stone's theorem. Application to Schrodinger's equation. 4. The nonhomogeneous Cauchy problem.

CONTROL OF SECOND ORDER PARABOLIC EQUATIONS. 1. Notions of controllability and observability for first order evolution equations. 2. Null controllability via the moment method.

CONTROL OF SECOND ORDER HYPERBOLIC EQUATIONS. 1. Observability and controllability of vibrating strings by d'Alembert's formula. 2. Second order evolution equations via Fourier's method. 3. Observability of vibrating bodies via the multiplier method.

Learning objectives: to acquire theoretical methods and computational skills for optimal control of systems described by ordinary differential equations.

Text books:

P. Cannarsa, F. Gazzola: *Dynamic Optimization for Beginners, with prerequisites and applications*, EMS Publishing House, 2017

Exam mode: Oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

EAM 1 - TEORIA SPETTRALE/SPECTRAL THEORY

2° semestre

8 CFU – settore MATH-03/A – 64 ore di lezione in aula

Docente: J. Bassi

 **Programma:** Algebre di Banach complesse e trasformata di Gelfand (circa 7 ore).

C^* -algebre commutative e l'isomorfismo di Gelfand (circa 4 ore).

I casi della C^* -algebra ridotta di $\mathbb{Z}$ e della compattificazione di Stone-Cech di $\mathbb{Z}$ (circa 4 ore).

Stati e rappresentazioni di C^* -algebre: I teoremi GNS, di Krein-Milman e di Gelfand-Naimark (circa 7 ore).

Estensione dell'isomorfismo di Gelfand a funzioni Boreliane e misure spettrali (circa 8 ore).

Algebre di von Neumann: Il teorema del doppio commutante, il teorema di densità di Kaplansky (circa 10 ore).

Applicazione del teorema di Kaplansky: estensione dell'isomorfismo di Gelfand a $L^\infty(m)$, m misura basica. Analisi del caso dell'algebra di gruppo di $\mathbb{Z}$ (circa 5 ore).

Molteplicità di rappresentazioni, rappresentazioni disgiunte, cover centrali, rappresentazioni di tipo I. Teorema di decomposizione di rappresentazioni di tipo I, il caso di C^* -algebre abeliane e algebre di von Neumann abeliane (circa 16 ore).

Introduzione alla teoria analitica dei gruppi: gruppi amenabili e gruppi iperbolici (circa 3 ore).

Obiettivi di apprendimento: lo studente dovrà conoscere gli elementi di base della teoria delle algebre C^* e degli operatori lineari limitati su spazi di Hilbert complessi. Definizione e caratterizzazione delle algebre di von Neumann.

Testi consigliati:

G.K. Pedersen: *Analysis now*, Grad. Texts in Math., Springer-Verlag, 1989

W. Arveson: *An invitation to C^* -algebras*, Grad. Texts in Math., Springer-Verlag, 1976

J. Dixmier: *Les algèbres d'opérateurs dans l'espace hilbertien (algèbres de von Neumann)*, Éditions Jacques Gabay, 1996

N.P. Brown, N. Ozawa: *C^* -algebras and finite-dimensional approximations*, Grad. Stud. Math., AMS, 2008

Modalità di esame: Prova orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese



Program: Complex Banach algebras and the Gelfand transform (approximately 7 hours).

Commutative C^* -algebras and the Gelfand isomorphism (approximately 4 hours).

The cases of the reduced group C^* -algebra of $\mathbb{Z}$ and the Stone-Cech compactification of $\mathbb{Z}$ (approximately 4 hours).

States and representations of C^* -algebras: GNS Theorem, Krein-Milman Theorem and Gelfand-Naimark Theorem (approximately 7 hours).

Extension of the Gelfand isomorphism to Borel functions and spectral measures (approximately 8 hours).

von Neumann algebras: The double commutant Theorem, Kaplansky's density Theorem (approximately 10 hours).

Application of Kaplansky's Theorem: extension of the Gelfand isomorphism to $L^\infty(m)$, m basic measure. Analysis of the case of the group algebra of $\mathbb{Z}$ (approximately 5 hours).

Multiplicity of representations, disjointness, central covers, representations of type I. Decomposition Theorem for representations of type I, the case of abelian C^* -algebras and abelian von Neumann algebras (approximately 16 hours).

Introduction to Analytic Group Theory: amenability and hyperbolicity of groups (approximately 3 hours).

Learning objectives: The student should know the basics of the theory of C^* -algebras and of bounded linear operators on complex Hilbert spaces. Definition and characterizations of von Neumann algebras.

Text books:

G.K. Pedersen: *Analysis now*, Grad. Texts in Math., Springer-Verlag, 1989

W. Arveson: *An invitation to C^* -algebras*, Grad. Texts in Math., Springer-Verlag, 1976

J. Dixmier: *Les algèbres d'opérateurs dans l'espace hilbertien (algèbres de von Neumann)*, Éditions Jacques Gabay, 1996

N.P. Brown, N. Ozawa: *C^* -algebras and finite-dimensional approximations*, Grad. Stud. Math., AMS, 2008

Exam mode: Oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

EAM 2 - SPAZI DI SOBOLEV E SOLUZIONI DEBOLI/SOBOLEV SPACES AND WEAK SOLUTIONS

2° semestre

8 CFU – settore MATH-03/A – 64 ore di lezione in aula

Docente: A. Braides



Programma: Il programma tratterà i seguenti argomenti:

Teoremi di compattezza in spazi di funzioni. Derivate deboli e distribuzioni. Spazi di Sobolev e loro proprietà. Teoremi di immersione. Formulazione debole delle equazioni ellittiche e teoremi di esistenza in spazi di Sobolev. Applicazioni.

Obiettivi di apprendimento: Insegnare i metodi di base della teoria moderna delle equazioni differenziali alle derivate parziali, applicando gli strumenti dell'analisi funzionale e la formulazione debole delle equazioni in spazi di Sobolev.

Testi consigliati:

H. Brezis: *Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations*, Springer, 2010

L. C. Evans: *Partial Differential Equations*, AMS, 2010

Modalità di esame: Prova orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

 **Program:** The program will cover the following topics:

Compactness theorems in function spaces. Weak derivatives and distributions. Sobolev spaces and their basic properties. Embedding theorems. Weak formulation of elliptic equations and existence theorems in Sobolev spaces. Applications.

Learning objectives: Teaching the basic methods of the modern theory of partial differential equations, by using the tools of functional analysis and the weak formulation of the equations in Sobolev spaces.

Text books:

H. Brezis: *Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations*, Springer, 2010

L. C. Evans: *Partial Differential Equations*, AMS, 2010

Exam mode: Oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

ELEMENTI DI ANALISI NUMERICA/ELEMENTS OF NUMERICAL ANALYSIS

1° semestre

8 CFU – settore MATH-05/A – 64 ore di lezione in aula

Docente: C. Di Fiore (codocente: M. Mazza)

 **Programma:** Il programma tratterà i seguenti argomenti:

Polinomi di Bernoulli, formula di Eulero-Maclaurin, metodi numerici per il calcolo degli autovalori e degli autovettori di matrici, metodo delle potenze, teoria di Perron-Frobenius, l'importanza dei nodi nei grafi orientati (page-rank), metodi di tipo differenze finite per la risoluzione di problemi differenziali e/o migliore approssimazione di una matrice in algebre di bassa complessità.

Obiettivi di apprendimento: Approfondire alcuni argomenti specifici della Matematica Numerica.

Testi consigliati: Note del corso

Modalità di esame: Prova scritta e orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

 **Program:** The program will cover the following topics:

Bernoulli polynomials, Eulero-Maclaurin formula, numerical methods for matrix eigenvalues and eigenvectors computation, power method, Perron-Frobenius theory, the authority of the nodes in oriented graphs (page-rank), difference methods for solving differential problems and/or best approximation of a matrix in low complexity algebras.

Learning objectives: Investigate some specific topics of Numerical Mathematics.

Text books: Course notes

Exam mode: Written and oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

EP 1 - CALCOLO STOCASTICO/STOCHASTIC CALCULUS

2° semestre

8 CFU – settore MATH-03/B – 64 ore di lezione in aula

Docente: L. Dello Schiavo

 **Programma:** Il programma tratterà i seguenti argomenti:

S1: richiami di elementi di probabilità e teoria della misura;

S2: processi stocastici: fatti generali, costruzioni, teorema di continuità Kolmogorov;

S3–S5: moto Browniano: misura di Wiener, regolarità, asintotiche, stopping times, Optional Stopping

S6–S7: martingale a tempo discreto e continuo;

S8: integrali stocastici; formula di Itô;

S9–11 equazioni differenziali stocastiche: definizioni, teoria delle soluzioni, esistenza per coefficienti Lipschitz;

S12 processi di Markov diffusivi

Obiettivi di apprendimento: Arrivare alla conoscenza, con il supporto di libri di testo avanzati, di alcuni argomenti di calcolo stocastico.

Testi consigliati:

P. Baldi: *Stochastic Calculus*, Springer, 2017

Modalità di esame: Prova scritta e orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

 **Program:** The program will cover the following topics:

W1: recap on basic probability and measure theory;

W2: stochastic processes: general facts, constructions, Kolmogorov Continuity Theorem;

W3–5: Brownian motion: Wiener measure, regularity, asymptotics, stopping times, Optional Stopping Theorem;

W6–7: discrete and continuous time martingales;

W8: stochastic integrals; Itô formula;

W9–11 stochastic differential equations: definitions, solution theory, existence for Lipschitz coefficients;

W12: diffusive Markov processes.

Learning objectives: To get to the knowledge, with the support of advanced textbooks, of some stochastic calculus topics.

Text books:

P. Baldi: *Stochastic Calculus*, Springer, 2017

Exam mode: Written and oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

FISICA COMPUTAZIONALE

1° semestre

8 CFU – settore PHYS-01/A – 64 ore di lezione in aula

Docente: N. Tantalo (codocente: F. Guglietta)

 **Programma:** Il programma tratterà i seguenti argomenti:

Tecniche di programmazione scientifica; fondamenti di calcolo parallelo su CPU e GPU; i building-blocks dell'analisi numerica: sistemi di equazioni lineari, integrazione di funzioni, minimizzazione, autovalori ed autovettori, trasformata di Fourier e FFT, sistemi di equazioni non lineari; problemi inversi mal-posti: la trasformata di Laplace; inversione di matrici sparse; metodi Monte Carlo per sistemi a molti gradi di libertà: generazione di numeri random, importance sampling e dinamica molecolare, Hybrid Monte Carlo; approccio cinetico alla soluzione numerica delle equazioni di Navier-Stokes.

Obiettivi di apprendimento: Il corso si propone di consolidare la conoscenza degli studenti delle tecniche algoritmiche alla base dell'analisi numerica; fornire agli studenti una conoscenza approfondita delle moderne tecniche di programmazione scientifica e in particolare delle tecniche di calcolo parallelo; fornire agli studenti gli elementi teorici e numerici necessari allo studio numerico dei sistemi a molti gradi di libertà interagenti. Alla fine del corso gli studenti dovranno essere in grado di scrivere codici numerici in C e/o in FORTRAN, corretti e ragionevolmente efficienti, per: invertire matrici sparse e risolvere problemi inversi (Fourier, Laplace, etc.); fare simulazioni Monte Carlo di sistemi con molti gradi di libertà; risolvere equazioni differenziali stocastiche (Langevin, Fokker-Plank).

Testi consigliati:

L. Barone, E. Morinari, G. Organtini, F. Ricci-Tresenghi: *Programmazione Scientifica*, Pearson Education, 2006

W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery: *Numerical Recipes*, Cambridge University Press, 2007

Y. Saad: *Iterative Methods for Sparse Linear Systems*, SIAM, 2003

Modalità di esame: Prova orale e valutazione di progetto

 **Program:** The program will cover the following topics:

Scientific programming techniques; fundamentals of parallel computing on CPU and GPU platforms; the building blocks of numerical analysis: systems of linear equations, integration of functions, minimization, eigenvalues and eigenvectors, Fourier transform and FFT, systems of non-linear equations; ill-posed inverse problems: the Laplace transform; inversion of sparse matrices; Monte Carlo methods for systems with many degrees of freedom: generation of random numbers, importance sampling and molecular dynamics, Hybrid Monte Carlo; kinetic approach to numerically solve the Navier-Stokes equations.

Learning objectives: The course aims to consolidate students' knowledge of the algorithmic techniques underlying numerical analysis; provide students with in-depth knowledge of modern scientific programming techniques and in particular parallel computing techniques; provide students with the theoretical and numerical elements necessary for the numerical study of interacting systems with many degrees of freedom. At the end of the course, students should be able to write correct and reasonably efficient numerical codes in C and/or FORTRAN to invert sparse matrices and solve inverse problems (Fourier, Laplace, etc.); perform Monte Carlo simulations of systems with many degrees of freedom; solve stochastic differential equations (Langevin, Fokker-Plank).

Text books:

L. Barone, E. Morinari, G. Organtini, F. Ricci-Tresenghi: *Programmazione Scientifica*, Pearson Education, 2006

William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling e Brian P. Flannery: *Numerical Recipes*, Cambridge University Press, 2007

Yousef Saad: *Iterative Methods for Sparse Linear Systems*, SIAM, 2003

Exam mode: Oral exam and project evaluation

FISICA DEI FLUIDI COMPLESSI E TURBOLENZA

1° semestre

8 CFU – settore PHYS-02/A – 64 ore di lezione in aula

Docente: M. Buzzicotti (codocente: M. Chinappi)

 **Programma:** Il programma tratterà i seguenti argomenti:

Fluidodinamica

1. Generalità sui fluidi Definizione di fluido, fluidi come sistemi continui, sforzi nei fluidi, viscosità. Grandezze e unità di misura, comprimibilità, equazioni di stato e grandezze termodinamiche. 2. Statica e cinematica dei fluidi Equilibrio di fluidi in quiete comprimibili ed incompressibili, principio di Archimede e legge di Stevino, atmosfera standard (cenni sui misuratori di pressione). Descrizione Lagrangiana ed Euleriana, derivata materiale. Linee di corrente, traiettorie e 'streaklines'. 3. Dinamica dei fluidi ed equazioni di conservazione Concetto di sistema e volume di controllo, teorema del trasporto di Reynolds, equazione di conservazione della massa equazione di bilancio della quantità di moto, equazione di conservazione dell'energia (forme integrali).

Obiettivi di apprendimento: Il corso fornisce un'introduzione su argomenti di base e avanzati di dinamica dei fluidi. Il filo conduttore del corso è la complessità e le metodologie per affrontarla. Gli esempi selezionati saranno scelti in un'ottica di maggiore e maggiore complessità con l'avanzare degli argomenti, verranno trattati i seguenti argomenti: equilibrio idrodinamico, derivazione equazioni del moto, soluzioni laminari e in geometrie semplici, flussi di parete, moti turbolenti per fluidi semplici.

Testi consigliati:

PK. Kundu, I.M. Cohen, D.R. Dowling: *Fluid Mechanics*, 6th edition, Academic Press, 2015

H. Bruus: *Theoretical Microfluidics*, Oxford University Press, 2008

M. San Miguel, R. Toral: *Stochastic Effects in Physical Systems*, arXiv/9707147, 1997

Modalità di esame: Prova orale

 **Program:** The program will cover the following topics:

Fluid Dynamics

1. General information on fluids Definition of fluid, fluids as continuous systems, stresses in fluids, viscosity. Quantities and units of measurement, compressibility, equations of state and thermodynamic

quantities. 2. Statics and kinematics of fluids Equilibrium of fluids at rest, compressible and incompressible, Archimedes' principle and Stevino's law, standard atmosphere (notes on pressure gauges). Lagrangian and Eulerian description, material derivative. Streamlines, trajectories and 'streaklines'. 3. Fluid dynamics and conservation equations Concept of system and control volume, Reynolds transport theorem, mass conservation equation, momentum balance equation, energy conservation equation (integral forms) 4. Exact solutions of the Navier-Stokes equations Plane solutions.

Learning objectives: The course provides an introduction to basic and advanced topics in fluid dynamics. The underlying theme of the course is complexity and the methodologies to address it. The selected examples will be chosen with a view to increasing complexity as the topics advance, the following topics will be covered: hydrodynamic equilibrium, derivation of equations of motion, laminar and simple geometry solutions, wall flows, turbulent flows for simple fluids.

Text books:

P.K. Kundu, I.M. Cohen, D.R. Dowling: *Fluid Mechanics*, 6th edition, Academic Press, 2015

H. Bruus: *Theoretical Microfluidics*, Oxford University Press, 2008

M. San Miguel, R. Toral: *Stochastic Effects in Physical Systems*, arXiv/9707147, 1997

Exam mode: Oral exam

FISICA TEORICA 1

2° semestre

8 CFU – settore PHYS-02/A – 64 ore di lezione in aula

Docente: M. Bianchi

 **Programma:** PARTE I - Postulati della Relatività Speciale (2 ore). Trasformazioni di Lorentz (4 ore). Quadri-vettori (2 ore). Cinematica e dinamica Relativistica (4 ore). Equazioni di Maxwell in forma covariante (2 ore). Principio d'azione (2 ore). Teorema di Noether e correnti conservate (4 ore). Tensore energia-impulso (2 ore). Gruppo di Lorentz e di Poincaré (2 ore). Trasformazioni conformi (2 ore). Onde elettromagnetiche (4 ore). Potenziali ritardati (4 ore). Radiazione di dipolo (2 ore). Espansione in multipoli (2 ore). Radiazione di frenamento (2 ore). Forza d'attrito di Lorentz (2 ore). Approssimazione iconale (2 ore). Ottica geometrica (2 ore). Ottica ondulatoria (2 ore).

PARTE II - Principi di Equivalenza e di Covarianza Generale (2 ore). Metrica, Tensori e Connessioni (2 ore). Geodetiche (2 ore). Curvatura ed Equazioni di Einstein (4 ore). Soluzione di Schwarzschild (2 ore). Onde gravitazionali (2 ore). Modelli cosmologici (2 ore).

(Il numero di ore è indicativo)

Obiettivi di apprendimento: Il corso ha lo scopo di introdurre lo studente ai concetti fondamentali della Relatività Speciale e della Teoria dei Campi Classici ed alle sue applicazioni dell'Elettrodinamica Relativistica, fornendo le basi necessarie per introdurre la Relatività Generale ed accedere eventualmente ai corsi successivi della laurea magistrale.

Testi consigliati:

L.D. Landau, E.M. Lifšits: *Fisica Teorica 2 - Teoria dei campi*, Editori Riuniti

J.D. Jackson: *Classical Electrodynamics*, John Wiley & Sons

S. Weinberg: *Gravitation and Cosmology*, Cambridge University Press

Ulteriore materiale per l'approfondimento degli argomenti trattati verrà fornito durante l'insegnamento, qualora richiesto.

Modalità di esame: Prova orale

 **Program:** PART I - Postulates of Special Relativity (2 hours). Lorentz transformations (4 hours). Four-vectors (2 hours). Relativistic kinematics and dynamics (4 hours). Maxwell's equations in covariant form (2 hours). Principle of action (2 hours). Noether's theorem and conserved currents (4 hours). Energy-momentum tensor (2 hours). Lorentz and Poincaré groups (2 hours). Conformal transformations (2 hours). Electromagnetic waves (4 hours). Retarded potentials (4 hours). Dipole radiation (2 hours). Multipole expansion (2 hours). Braking radiation (2 hours). Lorentz frictional force (2 hours). Iconal approximation (2 hours). Geometric optics (2 hours). Wave optics (2 hours).

PART II Principles of Equivalence and General Covariance (2 hours). Metrics, Tensors, and Connections (2 hours). Geodesics (2 hours). Curvature and Einstein Equations (4 hours). Schwarzschild Solution (2 hours). Gravitational Waves (2 hours). Cosmological Models (2 hours).

(The number of hours is only an estimate)

Learning objectives: The course aims to introduce students to the fundamental concepts of Special Relativity and Classical Field Theory and their applications to Relativistic Electrodynamics, providing the foundation necessary to introduce General Relativity and potentially access subsequent courses in the master's degree.

Text books:

L.D. Landau, E.M. Lifšits: *Fisica Teorica 2 - Teoria dei campi*, Editori Riuniti

J.D. Jackson: *Classical Electrodynamics*, John Wiley & Sons

S. Weinberg: *Gravitation and Cosmology*, Cambridge University Press

Additional materials for further study of the topics covered will be provided during the course, upon request.

Exam mode: Oral exam

GEOMETRIA ALGEBRICA/ALGEBRAIC GEOMETRY

2° semestre

8 CFU – settore MATH-02/B – 64 ore di lezione in aula

Docente: G. Pareschi

 **Programma:** Gli argomenti sono gli stessi per studenti frequentanti e non frequentanti. Il programma tratterà i seguenti argomenti:

- Categorie e funtori (2 ore).
- Categorie di varietà algebriche (10 ore).
- Categorie di schemi. Funtore dei punti (13 ore).
- Attributi degli schemi. Fasci coerenti (15 ore).
- Divisori. Morfismi proiettivi. Differenziali (14 ore).
- Coomologia e applicazioni (solo introduzione, tempo permettendo) (10 ore).

Obiettivi di apprendimento: L'insegnamento si propone di fornire agli/alle studenti/esse di acquisire conoscenze di base e intermedie che permetteranno di comprendere alcuni aspetti geometrici delle forme differenziali e della topologia e geometria di varietà differenziabili.

Testi consigliati:

R. Hartshorne: *Algebraic Geometry*, Springer-Verlag, 1977

D. Mumford: *The Red Book of Varieties and Schemes*, Springer Lecture Notes in Mathematics, 1999

Modalità di esame: Prova orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

 **Program:** The topics are the same for students attending/not attending the classes. The course is an introduction to modern algebraic geometry, focusing on schemes, algebraic coherent sheaves, cohomology. The program will cover the following topics: Preliminaries on categories and functors (2 hours).

Categories of algebraic varieties (10 hours).

Categories of schemes. The functor of points (13 hours).

Attributes of schemes. Coherent sheaves (15 hours).

Divisors. Differentials, Projective morphisms (14 hours).

Cohomology and applications (just introduction, time permitting) (10 hours).

Learning objectives: The course aims to provide students to learn basic and intermediate knowledge allowing to understand geometric aspects of differential forms and of the topology and geometry of smooth manifolds.

Text books:

R. Hartshorne: *Algebraic Geometry*, Springer-Verlag, 1977

D. Mumford: *The Red Book of Varieties and Schemes*, Springer Lecture Notes in Mathematics, 1999

Exam mode: Oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

GEOMETRIA COMPLESSA

2° semestre

8 CFU – settore MATH-02/B – 64 ore di lezione in aula

Docente: A. Rapagnetta

 **Programma:** Il programma tratterà i seguenti argomenti:

Richiami su varietà differenziabili e geometria Riemanniana, varietà complesse, varietà proiettive complesse. Fasci su varietà complesse. Coomologia dei fasci. Deformazioni.

Obiettivi di apprendimento: Introdurre lo studente alla geometria delle varietà Kahleriane.

Testi consigliati:

C. Voisin: *Hodge Theory and Complex Algebraic Geometry*, Cambridge University Press, 2002

Modalità di esame: Prova orale

 **Program:** The program will cover the following topics:

Summary of differentiable manifolds, Riemannian geometry and Complex manifolds. Sheaves and cohomology of sheaves. Deformations.

Learning objectives: Introduce the student to the methods of complex manifolds.

Text books:

C. Voisin: *Hodge Theory and Complex Algebraic Geometry*, Cambridge University Press, 2002

Exam mode: Oral exam

GEOMETRIA DIFFERENZIALE/DIFFERENTIAL GEOMETRY

2° semestre

8 CFU – settore MATH-02/B – 64 ore di lezione in aula

Docente: A. Iannuzzi

 **Programma:** Il programma tratterà i seguenti argomenti:

Gruppi topologici. Elementi della teoria di Lie, mappa esponenziale, rappresentazioni aggiunte. Varietà Riemanniane. Connessioni affini, connessione di Levi Civita. Geodetiche e mappa esponenziale Riemanniana. Nozioni di curvature. Campi di Jacobi. Varietà Riemanniane complete, teoremi di Hopf e di Hadamard. Spazi a curvatura sezionale costante. Teorema di Bonnet-Myers: la topologia dei gruppi di Lie con metrica bi-invariante.

Obiettivi di apprendimento: Acquisire dimestichezza con argomenti di base di geometria riemanniana e teoria dei gruppi di Lie.

Testi consigliati:

M. P. do Carmo: *Riemannian Geometry*, Birkhäuser, 1992

S. Gallot, D. Hulin, J. LaFontaine: *Riemannian Geometry*, Springer, 2004

W. M. Boothby: *An Introduction to Differentiable Manifolds and Riemannian Geometry*, Academic Press, 1975

M. Abate, F. Tovena: *Geometria differenziale*, Springer-Verlag Italia 2011

Note di Mauro Nacinovich

Modalità di esame: Prova orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

 **Program:** The program will cover the following topics:

Topological groups. Elements of Lie theory, exponential map, adjoint representations. Riemannian manifolds. Affine and Levi Civita connections. Geodesic and Riemannian exponential map. Notions of curvature. Jacobi fields. Complete Riemannian manifolds. Hopf and Hadamard's theorems. Spaces of constant sectional curvature. Bonnet-Myers theorem and the topology of Lie groups admitting a bi-invariant metric.

Learning objectives: An introduction to Riemannian geometry and the theory of Lie groups.

Text books:

M. P. do Carmo: *Riemannian Geometry*, Birkhäuser, 1992

S. Gallot, D. Hulin, J. LaFontaine: *Riemannian Geometry*, Springer, 2004

W. M. Boothby: *An Introduction to Differentiable Manifolds and Riemannian Geometry*, Academic Press,

1975

M. Abate, F. Tovena: *Geometria differenziale*, Springer-Verlag Italia 2011

Mauro Nacinovich's notes

Exam mode: Oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

INTRODUZIONE ALLE VARIETÀ DIFFERENZIABILI/INTRODUCTION TO DIFFERENTIABLE MANIFOLDS

1° semestre

8 CFU – settore MATH-02/B – 64 ore di lezione in aula

Docente: M. Fiacchi

 **Programma:** Il programma tratterà i seguenti argomenti:

Settimana 1: Varietà topologiche e differenziabili. Funzioni e mappe lisce su varietà.

Settimana 2: Vettori tangenti, fibrato tangente e differenziale di mappe.

Settimana 3: Sommersioni, immersioni, embedding, sottovarietà.

Settimana 4: Teorema di Whitney (caso compatto).

Settimana 5: Gruppi di Lie, azioni e quozienti, spazi omogenei.

Settimana 6: Campi vettoriali, parentesi di Lie, algebra di Lie.

Settimana 7: Flussi di campi vettoriali, derivate di Lie, campi che commutano.

Settimana 8: Teorema di Frobenius e applicazioni.

Settimana 9: Tensori, forme differenziali, differenziale esterno, orientazione di varietà, integrazione di forme differenziali.

Settimana 10: Teorema di Stokes.

Obiettivi di apprendimento: Alla fine del corso, lo studente dovrà aver acquisito le nozioni di base della geometria differenziale e dovrà essere in grado di applicarle alla risoluzione dei problemi assegnati durante il corso.

Testi consigliati:

J. M. Lee: *Introduction to Smooth Manifolds*, Springer, 2013

M. Abate, F. Tovena: *Geometria Differenziale*, Springer, 2011

Modalità di esame: Prova orale

Bibliografia di riferimento:

W. Boothby: *An Introduction to Differentiable Manifolds and Riemannian Geometry*, Academic Press, 2003

F. Warner: *Foundations of Differentiable Manifolds and Lie Groups*, Springer, 1969

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

 **Program:** The program will cover the following topics:

Week 1: Topological and smooth manifolds. Functions and maps on manifolds. Week 2: Tangent vectors, tangent bundle and differential of maps.

Week 3: Submersion, immersions, embeddings, submanifolds.

Week 4: Whitney's theorem (compact case).

Week 5: Lie groups, actions and quotients, homogeneous spaces.

Week 6: Vector fields, Lie brackets, Lie algebras.

Week 7: Flow of a vector field, Lie derivatives, commuting vector fields.

Week 8: Frobenius theorem and applications.

Week 9: Tensors, differential forms, exterior differentiation, orientation of a manifold, integration of a differential form.

Week 10: Stokes Theorem.

Learning objectives: At the end of the course the student should have acquired the basic notions of differential geometry and be able to apply them to the solution of the problems assigned during the course.

Text books:

J. M. Lee: *Introduction to Smooth Manifolds*, Springer, 2013

M. Abate, F. Tovena: *Geometria Differenziale*, Springer, 2011

Exam mode: Oral exam

Reference bibliography:

W. Boothby: *An Introduction to Differentiable Manifolds and Riemannian Geometry*, Academic Press, 2003

F. Warner: *Foundations of Differentiable Manifolds and Lie Groups*, Springer, 1969

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

LABORATORIO DI CALCOLO/CALCULUS LABORATORY

1° semestre

4 CFU – settore INFO-01/A – 40 ore di lezione in aula

Docente: H. Speleers

 **Programma:** Il corso intende fornire un'introduzione al sistema Python per il calcolo scientifico. Saranno affrontati i seguenti aspetti:

1. Python, un linguaggio di programmazione general purpose; interpretato e scritto dinamicamente quindi molto adatto ad una programmazione interattiva e ad una prototipazione veloce pur essendo sufficientemente potente per affrontare applicazioni di larga scala.
2. NumPy, il package fondamentale per il calcolo.
3. Matplotlib, un package per la grafica in 2D con estensioni per semplici grafici 3D.
4. SciPy, una collezione di algoritmi numerici.
5. SymPy, un package per il calcolo simbolico e la computer algebra.

Obiettivi di apprendimento: L'insegnamento si propone di fornire conoscenze di base per l'uso di software scientifico per lo studio e la risoluzione di problemi di matematica avanzata.

Testi consigliati:

G. Varoquaux, E. Gouillart, O. Vahtras, et al.: *Scientific Python Lectures*

Modalità di esame: Prova orale e valutazione di progetto

L'insegnamento sarà erogato in lingua inglese

 **Program:** The course aims to provide an introduction to the Python ecosystem for scientific computing. The following aspects will be addressed:

1. Python, a general purpose programming language; it is interpreted and dynamically typed and is very suited for interactive work and quick prototyping, while being powerful enough to write large applications in.
2. NumPy, the fundamental package for numerical computation.
3. Matplotlib, a mature package for 2D plotting as well as basic 3D plotting.
4. SciPy, a collection of numerical algorithms.
5. SymPy, a package for symbolic mathematics and computer algebra.

Learning objectives: The course aims at the ability to use scientific software for the analysis and solution of advanced mathematical problems.

Text books:

G. Varoquaux, E. Gouillart, O. Vahtras, et al.: *Scientific Python Lectures*

Exam mode: Oral exam and project evaluation

Lectures will be given in English

LABORATORIO DI DIDATTICA DELLA MATEMATICA/MATHEMATICS EDUCATION LABORATORY

1° semestre

8 CFU – settore MATH-01/B – 64 ore di lezione in aula

Docente: F. Tovena

 **Programma:** Vengono analizzati i principali testi in letteratura che discutono il ruolo della didattica laboratoriale, della relativa progettazione e valutazione, con speciale attenzione alle indicazioni nazionali per la matematica relative alla scuola secondaria di primo e secondo grado e alle informazioni fornite dai recenti studi in neuroscienze. A partire dallo studio di testi di matematica si propongono attività laboratoriali in cui si valorizza il legame tra aritmetica e geometria e si pone l'attenzione sugli aspetti didattici e multidisciplinari. Si trattano, tra l'altro: la nozione di numero, il concetto di commensurabilità e gli insiemi numerici; l'estensione; applicazioni fisico-matematiche.

Gli studenti interessati possono svolgere 3CFU di tirocinio scolastico all'interno dell'insegnamento.

Obiettivi di apprendimento: Delineazione degli aspetti significativi del ruolo del laboratorio all'interno del processo di insegnamento/apprendimento della matematica nella scuola secondaria. Sperimentazione di esempi e discussione sui criteri della loro progettazione. Valorizzazione del legame tra algebra e geometria, della storia della matematica e dei legami interdisciplinari.

Testi consigliati:

Note del corso

L. Russo, G. Pirro, E. Salciccia: *Euclide, il I Libro degli Elementi*, Carocci Editore, 2017

M. Montessori: *Psicogeometria*, Opera Nazionale Montessori, 2012

Modalità di esame: Prova orale e valutazione di progetto

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

 **Program:** The main texts in the literature discussing the role of laboratory teaching, its design and evaluation are analysed, with special attention paid to the national indications for mathematics for primary and secondary schools and the information provided by recent studies in neuroscience. Starting from the study of mathematics texts, laboratory activities are proposed in which the link between arithmetic and geometry is emphasised and the didactic and multidisciplinary aspects are highlighted. The following are dealt with, among others: the notion of number, the concept of commensurability and number sets; extension; physical-mathematical applications.

Interested students can carry out 3CFU of school internship within the teaching.

Learning objectives: Outlining the significant aspects of the role of the laboratory within the teaching/learning process of mathematics in the secondary school. Experimentation with examples and discussion of the criteria for their design. Enhancement of the link between algebra and geometry, the history of mathematics and interdisciplinary links.

Text books:

Course notes

L. Russo, G. Pirro, E. Salciccia: *Euclide, il I Libro degli Elementi*, Carocci Editore, 2017

M. Montessori: *Psicogeometria*, Opera Nazionale Montessori, 2012

Exam mode: Oral exam and project evaluation

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

LINGUA INGLESE CORSO AVANZATO

2° semestre

5 CFU – settore ANGL-01/C – 40 ore di lezione in aula

Docente: CLA (codocente: D. Giammarresi)

 **Programma:** Il programma si compone di due parti: una di inglese e una di introduzione al LaTeX. Per la parte di Inglese (4 CFU): Forme comuni e strutture principali della lingua inglese. Vocabolario necessario per operare in inglese nel settore professionale. Per la parte di LaTeX (1 CFU): Introduzione all'editoria scientifica e al LaTeX. Formule matematiche, stili di testo, ambienti per stili di scrittura, liste, tabelle, matrici, figure. Realizzazione di un documento di classe article. Preambolo, pacchetti da includere, definizioni di ambienti di tipo "theorem". Etichette e riferimenti. Scrivere una tesi di laurea. Uso della classe book e organizzazione dei file necessari. Realizzazione della bibliografia usando BibTeX e il database di MathSciNet.

Obiettivi di apprendimento: Obiettivo del corso è il raggiungimento di competenze e conoscenze linguistiche tali da permettere una padronanza della lingua di livello avanzato in ambito professionale. Relativamente alla parte di LaTeX, l'obiettivo è quello di essere in grado di scrivere un articolo scientifico e la tesi di laurea secondo gli standard dell'editoria scientifica.

Testi consigliati:

P. Dummett, J. Hughes, H. Stephenson: *Life Advanced*, Second Edition, Cengage Learning, 2018

L. Lamport: *LATEX. A Document Preparation System*, Addison-Wesley, 1994

Modalità di esame: Un esame scritto o computer based per la parte di Inglese. Per la parte di LaTeX, allo studente verrà richiesto di scrivere il codice LaTeX per la realizzazione di un breve documento contenente formule matematiche e completo di bibliografia.



Program: The course is composed by two different parts: advanced English and Introduction to LaTeX. English part (4 CFU): Common forms and main structures of the English language. Vocabulary needed to work in English in the professional sectors.

LaTeX part (1 CFU): Introduction to scientific publishing and to LaTeX. Mathematical formulas, text styles, environments for writing styles, lists, tables, matrices, figures. Realization of an article class document. Preamble, packages to be included, definitions of “theorem” type environments. Labels and references. How to write a thesis. Use of the book class and organization of the necessary files. Implementation of the bibliography using BibTeX and the MathSciNet database.

Learning objectives: The aim of the course is the achievement of linguistic skills and knowledge that allow for an advanced level of proficiency in the professional field.

With regard to the LaTeX part, the goal is to be able to write a scientific article and the degree thesis according to the standards of scientific publishing.

Text books:

P. Dummett, J. Hughes, H. Stephenson: *Life Advanced*, Second Edition, Cengage Learning, 2018

L. Lamport: *LATEX. A Document Preparation System*, Addison-Wesley, 1994

Exam mode: A written or computer based exam for the English part. For the LaTeX part, the student will be asked to write the LaTeX code corresponding to a given short document with math formulas and bibliography.

MACHINE LEARNING**1° semestre**

9 CFU – settore INFO-01/A – 72 ore di lezione in aula

Docente: D. Croce (codocente: G. Gambosi)



Programma: Il programma tratterà i seguenti argomenti:

Richiami di statistica bayesiana e apprendimento bayesiano. Modelli grafici e reti bayesiane. Supervised learning: Regressione (lineare e non) e regolarizzazione. Feature selection, cenni. Classificazione lineare: LDA di Fisher, perceptron, Naive bayes. Modelli generativi per la classificazione Modelli discriminativi per la classificazione, regressione logistica. Support vector machines, kernel. Multilayer perceptron. Modelli non parametrici: knn e Parzen windows. Processi gaussiani. Alberi di decisione. Ensemble models: bagging, boosting, random forests, Adaboost, Gradient boosting. Unsupervised learning. Clustering: k-means, mixture models. Dimensionality reduction: Principal component analysis, Probabilistic principal component analysis, Factor analysis. Testo, pair matrices e recommenders. Latent semantic analysis. Deep learning. Convolutional networks. Recurrent e LSTM networks. Autoencoders, the EM algorithm e Variational encoders.

Obiettivi di apprendimento: Acquisizione dei concetti fondamentali dell'apprendimento automatico e dei più comuni e rilevanti modelli/algoritmi applicati in tale ambito. Conoscenza dei relativi fondamenti matematici.

Testi consigliati:

M. Bishop: *Pattern Recognition and Machine Learning*, Springer, 2006

Modalità di esame: Prova orale e valutazione di progetto



Program: The program will cover the following topics:

Recall of bayesian statistics and learning. Graphical models and bayesian networks. Supervised learning: Regression (linear and not linear), regularization. Feature selection. Linear classification: Fisher LDA, perceptron, Naive Bayes. Generative models for classification. Discriminative models for classification, logistic regression. Support vector machines, kernel. Multilayer perceptron Non parametrics models: knn and Parzen windows. Gaussian processes. Decision trees. Ensemble models: bagging, boosting, random

forests, Adaboost, Gradient boosting. Unsupervised learning. Clustering: k-means, mixture models. Dimensionality reduction: Principal component analysis, Probabilistic principal component analysis, Factor analysis. Text, pair matrices and recommenders. Latent semantic analysis. Deep learning. Convolutional networks. Recurrent and LSTM networks. Autoencoders, EM algorithm, variational encoders.

Learning objectives: Acquiring the fundamental concepts of machine learning and the most common and relevant models/algorithms in that framework. Knowledge of the corresponding mathematical foundations.

Text books:

M. Bishop: *Pattern Recognition and Machine Learning*, Springer, 2006

Exam mode: Oral exam and project evaluation

MECCANICA ANALITICA E CELESTE

2° semestre

8 CFU – settore MATH-04/A – 64 ore di lezione in aula

Docente: A. Celletti

 **Programma:** Il programma tratterà i seguenti argomenti:

Settimane 1-3. Meccanica Hamiltoniana, principio di Hamilton, trasformazioni canoniche, metodo di Hamilton-Jacobi, sistemi integrabili e quasi-integrabili, variabili azione-angolo.

Settimana 4. Problema di Keplero, integrale di Laplace-Runge-Lenz.

Settimane 5-6. Problema dei 3 corpi, variabili di Delaunay. Configurazioni centrali, soluzioni di Lagrange triangolari e collineari.

Settimana 7. Teoria delle perturbazioni classica e risonante.

Settimane 8-9. Equazioni del moto di un corpo rigido. Il problema spin-orbita in Meccanica Celeste e attrito mareale.

Settimana 10. Introduzione alla teoria di Kolmogorov-Arnold-Moser (KAM).

Settimana 11. Collisioni nel sistema solare e teoria della regolarizzazione.

Obiettivi di apprendimento: L'obiettivo del corso è di fornire agli studenti un'introduzione alla meccanica analitica e alla meccanica celeste, attraverso il formalismo Hamiltoniano, la teoria delle perturbazioni, l'analisi della stabilità di sistemi dinamici, modelli relativi alle orbite di oggetti celesti, modelli relativi alla dinamica della rotazione di oggetti celesti.

Bibliografia di riferimento:

A. Celletti: *Stability and Chaos in Celestial Mechanics*, Springer-Praxis, 2010

A. Celletti: *Conservative and dissipative models of Celestial Mechanics*, Springer Monographs in Mathematics, 2025

Appunti del corso, forniti dal docente in formato PDF

Modalità di esame: Prova orale

 **Program:** The program will cover the following topics:

Weeks 1-3. Hamiltonian mechanics, Hamilton's principle, canonical transformations, Hamilton-Jacobi method, integrable and quasi-integrable systems, action-angle variables.

Week 4. Kepler problem, Laplace-Runge-Lenz integral.

Weeks 5-6. 3-body problem, Delaunay variables. Central configurations, triangular and collinear Lagrangian solutions.

Week 7. Classical and resonant perturbation theory.

Weeks 8-9. Equations of motion of a rigid body. The spin-orbit problem in Celestial Mechanics and tidal friction.

Week 10. Introduction to Kolmogorov-Arnold-Moser (KAM) theory.

Week 11. Collisions in the Solar system and regularization theory.

Learning objectives: The aim of the course is to provide students with an introduction to analytical mechanics and celestial mechanics, through the Hamiltonian formalism, perturbation theory, analysis of the stability of dynamical systems, models of the orbits of celestial objects, and models of the dynamics of the rotation of celestial objects.

Reference bibliography:

A. Celletti: *Stability and Chaos in Celestial Mechanics*, Springer-Praxis, 2010

A. Celletti: *Conservative and dissipative models of Celestial Mechanics*, Springer Monographs in Mathematics, 2025

Course notes, provided by the lecturer in PDF format

Exam mode: Oral exam

MECCANICA SUPERIORE 2/ADVANCED MECHANICS 2

2° semestre

6 CFU – settore MATH-04/A – 48 ore di lezione in aula

Docente: A. Pizzo

 **Programma:** Il programma tratterà i seguenti argomenti:

Fondamenti della meccanica quantistica. Lo spazio di Hilbert e la formulazione algebrica Le equazioni di Schrodinger e Heisenberg. Analisi di sistemi elementari. Simmetrie in meccanica quantistica. Rappresentazione di $SU(2)$ e lo spin. Teoria spettrale di operatori di Schrodinger. Teoria delle perturbazioni. Applicazioni ad atomi e molecole.

Obiettivi di apprendimento: Il corso mira a fornire le nozioni di base per lo studio matematicamente rigoroso di sistemi quantistici. Il programma potrà variare sulla base delle conoscenze preliminari dell'uditorio.

Testi consigliati:

M. Reed B. Simon: *Methods of Modern Mathematical Physics - Volumi I e IV*, Academic Press, 1972

A. Galindo, P. Pasqual: *Quantum Mechanics I*, Springer, 1925

Modalità di esame: Prova orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

 **Program:** The program will cover the following topics:

Foundations of quantum mechanics. The Hilbert space and operator algebra formulation The Schrodinger and Heisenberg equations. Analysis of simple systems. Symmetry in quantum mechanics. Representations of $SU(2)$ and spin. Spectral theory of Schrodinger operators. Perturbation theory. Applications to atoms and molecules.

Learning objectives: The course aims to providing basic notions for a rigorous mathematical analysis of quantum systems. The program may vary on the basis of the background knowledge of the audience.

Text books:

M. Reed B. Simon: *Methods of Modern Mathematical Physics - Volumi I e IV*, Academic Press, 1972

A. Galindo, P. Pasqual: *Quantum Mechanics I*, Springer, 1925

Exam mode: Oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

METODI DI OTTIMIZZAZIONE PER MACHINE LEARNING/OPTIMIZATION METHODS FOR MACHINE LEARNING

2° semestre

9 CFU – settore MATH-06/A – 72 ore di lezione in aula

Docente: A. Cristofari

 **Programma:** Il programma tratterà i seguenti argomenti:

Introduzione all'ottimizzazione e richiami di analisi matematica (circa 10 ore).

Algoritmi di ottimizzazione non vincolata (circa 55 ore).

Modelli e metodi di machine learning (circa 25 ore).

Obiettivi di apprendimento: L'obiettivo del corso è illustrare i concetti fondamentali e alcuni algoritmi per l'ottimizzazione non lineare, con particolare attenzione all'applicazione nel campo del machine learning.

Testi consigliati:

D. P. Bertsekas: *Nonlinear Programming*, Athena Scientific, 1999
L. Grippo, M. Sciandrone: *Metodi di ottimizzazione non vincolata*, Springer, 2011
G. James, D. Witten, T. Hastie, R. Tibshirani: *An Introduction to Statistical Learning*, Springer, 2021
L. Bottou, F. E. Curtis, J. Nocedal: *Optimization Methods for Large-Scale Machine Learning*, SIAM Review, 2018

Modalità di esame: Prova orale e valutazione di progetto

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese



Program: The program will cover the following topics:

Introduction to optimization and review of calculus (about 10 hours).

Unconstrained optimization algorithms (about 55 hours).

Models and methods for machine learning (about 25 hours).

Learning objectives: The aim of the course is to describe the fundamental concepts and some algorithms for nonlinear optimization, with specific attention to applications in the field of machine learning.

Text books:

D. P. Bertsekas: *Nonlinear Programming*, Athena Scientific, 1999
L. Grippo, M. Sciandrone: *Metodi di ottimizzazione non vincolata*, Springer, 2011
G. James, D. Witten, T. Hastie, R. Tibshirani: *An Introduction to Statistical Learning*, Springer, 2021
L. Bottou, F. E. Curtis, J. Nocedal: *Optimization Methods for Large-Scale Machine Learning*, SIAM Review, 2018

Exam mode: Oral exam and project evaluation

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

METODI E MODELLI DEI MERCATI FINANZIARI/METHODS AND MODELS FOR FINANCIAL MARKETS**1° semestre**

8 CFU – settore STAT-04/A – 64 ore di lezione in aula

Docente: L. Caramellino



Programma: Il corso si propone lo studio dei modelli continui in tempo e in spazio per la descrizione dei mercati finanziari, con particolare riferimento ai due problemi fondamentali in finanza: prezzo e copertura di opzioni. La prima parte del corso (circa 10 ore) è dedicata a richiami ed approfondimenti di calcolo stocastico (processi di Markov, teorema di Girsanov, teoremi di rappresentazione delle martingale browniane, diffusioni e formule di rappresentazione alla Feynman-Kac). Successivamente vengono introdotti i modelli continui (modelli di Itô, processi di diffusione) per la finanza, le strategie di gestione, l'arbitraggio e la completezza del mercato (circa 20 ore). Particolare enfasi è data al modello di Black e Scholes e alla risoluzione di problemi inerenti a questo modello (circa 10 ore). La parte finale del corso è dedicata ai metodi numerici Monte Carlo in finanza (circa 8 ore). L'ultima parte del corso sarà scelta, sulla base degli interessi degli studenti, tra i seguenti argomenti: tassi di interesse, opzioni americane, calcolo di Malliavin e applicazioni in finanza (circa 16 ore).

Obiettivi di apprendimento: Comprensione del linguaggio proprio della finanza matematica; conoscenza dei modelli continui per la finanza, in particolare per la risoluzione dei problemi legati alle opzioni (calcolo del prezzo e della copertura); capacità di istituire collegamenti con materie collegate (analisi, geometria, linguaggi di programmazione etc.) e con problemi provenienti dal mondo reale; risoluzione numerica di problemi reali tramite costruzione di algoritmi, anche Monte Carlo.

Testi consigliati:

P. Baldi: *Stochastic Calculus. An Introduction Through Theory and Exercises*, Springer, 2017
D. Lamberton, B. Lapeyre: *Introduction to Stochastic Calculus Applied to Finance*, Chapman & Hall, 2008
Dispense del Corso sui Metodi Monte Carlo in Finanza

Modalità di esame: Prova orale e valutazione di progetto

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

 **Program:** The course aims to study continuous models in time and space for the description of financial markets, with particular reference to the two fundamental problems in finance: pricing and hedging options. Firstly (about 10 hours), special topics on stochastic calculus are recalled and developed (Markov processes, Girsanov's theorem, representation theorems of Brownian martingales, diffusion processes and Feynman-Kac-style representation formulas). Then (about 20 hours), continuous models in finance are introduced (Itô models, diffusion processes) and trading strategies, arbitrage and market completeness are studied. A special emphasis is given to problems on the Black and Scholes model (about 10 hours). The final part of the course deals with Monte Carlo numerical methods in finance (about 8 hours). The very last part of the course will be chosen, on the basis of the students' interests, among the following topics: interest rates, American options, Malliavin calculus and applications in finance (about 16 hours).

Learning objectives: Understanding of the language of mathematical finance; knowledge of continuous models for finance, in particular for solving options related problems (price and hedging); ability to establish links with related subjects (analysis, geometry, programming languages, etc.) and with problems from the real world; numerical resolution of real problems through the construction of algorithms, including Monte Carlo ones.

Text books:

P. Baldi: *Stochastic Calculus. An Introduction Through Theory and Exercises*, Springer, 2017

D. Lamberton, B. Lapeyre: *Introduction to Stochastic Calculus Applied to Finance*, Chapman & Hall, 2008
Lecture Notes on Monte Carlo Methods in Finance

Exam mode: Oral exam and project evaluation

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

NATURAL LANGUAGE PROCESSING

1° semestre

9 CFU – settore INFO-05/A – 72 ore di lezione in aula

Docente: F. Zanzotto

 **Programma:** Il programma tratterà i seguenti argomenti:

Introduzione e la sfida delle macchine parlanti

Il Linguaggio: modelli e teorie linguistiche

Modelli Linguistici e Sistemi

- Come determinare che un modello è corretto e un sistema è efficace: inter-annotation agreement e statistical significance
- Automi a stati finiti e trasduttori per la morfologia (appunti per la lezione): software Xerox Finite State Transducers
- Elaborazione sintattica con le grammatiche context-free
- - Parsing con le grammatiche context-free
- - Feature Structures e Unificazione
- - Tree Adjoining Grammars
- - Modular and Lexicalized Parsing
- - Probabilistic context-free grammar
- Semantica
- - Rappresentazione semantica simbolica: Introduzione a WordNet e FrameNet
- - Lambda Calcolo per la semantica del linguaggio naturale
- - Rappresentazione semantica distribuzionale
- Textual Entailment Recognition
- Cenni di Rappresentazione Simbolica Distribuita per Reti Neurali

Obiettivi di apprendimento: Il corso si propone di introdurre lo studente agli scopi, alle principali problematiche e ai principali modelli simbolici dell'elaborazione del linguaggio naturale.

Testi consigliati:

D. Jurafsky, J. H. Martin: *Speech and Language Processing: An Introduction to Natural Language Processing, Computational Linguistics, and Speech Recognition*, 3rd Edition

I. Dagan, D. Roth, M. Sammons, F. M. Zanzotto: *Recognizing Textual Entailment: Models and Applications, Synthesis Lectures on Human Language Technologies #23*, Morgan & Claypool Publishers, 2013

Modalità di esame: Prova orale e prova pratica



Program: The program will cover the following topics:

Introduction to NLP and to the challenge of talking machines.

The language: linguistic models and theories

Linguistic models and systems.

- How to determine that a model is correct and a system is effective: inter-annotation agreement and statistical significance
- Morphology: Finite state automaton and transducers
- Syntactic analysis with context-free grammars
- - Parsing with context-free grammars
- - Feature Structures and Unification
- - Tree Adjoining Grammars
- - Modular and Lexicalized Parsing
- - Probabilistic context-free grammar
- Semantics
- - Symbolic Semantic Representation: WordNet and FrameNet
- - Lambda Calculus for natural language semantics
- - Distributional semantics
- Textual Entailment Recognition
- Distributed Representations of Discrete Symbolic Representations for Neural Networks

Learning objectives: The course introduces the common practices and the common models of natural language processing.

Text books:

D. Jurafsky, J. H. Martin: *Speech and Language Processing: An Introduction to Natural Language Processing, Computational Linguistics, and Speech Recognition*, 3rd Edition

I. Dagan, D. Roth, M. Sammons, F. M. Zanzotto: *Recognizing Textual Entailment: Models and Applications, Synthesis Lectures on Human Language Technologies #23*, Morgan & Claypool Publishers, 2013

Exam mode: Oral exam and project evaluation

NUMERICAL METHODS FOR COMPUTER GRAPHICS IN JAVA

1° semestre

8 CFU – settore MATH-05/A – 64 ore di lezione in aula

Docente: H. Speleers



Programma: La computer graphics è largamente utilizzata nell'industria cinematografica e dei video giochi. Il corso ha lo scopo di fornire le tecniche di base della computer graphics ed un'introduzione alla programmazione in Java. Il corso è formato da tre parti.

Parte 1. Introduzione a Java e alla programmazione orientata agli oggetti: elementi di base della programmazione in Java, classi e oggetti, ereditarietà e polimorfismo, contenitori.

Parte 2. Cenni all'analisi di algoritmi: correttezza e complessità.

Parte 3. Principi della computer graphics: fondamenti del rendering pipeline, trasformazioni matematiche per la grafica, illuminazione e ombreggiatura, ray-tracing.

Obiettivi di apprendimento: L'insegnamento si propone di:

- fornire conoscenze di base delle tecniche di computer graphics per le applicazioni nel modelling e nella visualizzazione;
- mettere gli studenti in grado di implementare programmi per problemi di media dimensione in Java seguendo una programmazione orientata agli oggetti.

Testi consigliati:

B. Eckel: *Thinking in JAVA*, 4th Edition, Prentice Hall, 2006

F. S. Hill, S. M. Kelley: *Computer Graphics Using OpenGL*, 3rd Edition, Prentice Hall, 2006

Modalità di esame: Prova scritta e valutazione di progetto

L'insegnamento sarà erogato in lingua inglese



Program: Computer graphics is widely used in the video game and movie industry. The goal of this course is to provide some basic techniques in computer graphics and to give an introduction to the programming language Java. The course consists of three parts.

Part 1. Introduction to Java as an object-oriented programming language: basic Java programming, classes and objects, inheritance and polymorphism, containers.

Part 2. Basic reasoning about algorithms: correctness and complexity.

Part 3. Principles of computer graphics: basic rendering pipeline, transformations in graphics, lightning and shading, ray-tracing.

Learning objectives: The course aims to provide:

- insight in the basic computer graphics techniques for modelling and visualization applications;
- the ability to implement small to medium-sized problems in an object-oriented programming language as Java.

Text books:

B. Eckel: *Thinking in JAVA*, 4th Edition, Prentice Hall, 2006

F. S. Hill, S. M. Kelley: *Computer Graphics Using OpenGL*, 3rd Edition, Prentice Hall, 2006

Exam mode: Written exam and project evaluation

Lectures will be given in English

OPTIMIZATION AND STATISTICAL MECHANICS

2° semestre

8 CFU – settore PHYS-02/A – 64 ore di lezione in aula

Docente: G. Cimini



Programma: - Introduzione ai sistemi complessi: definizioni, tecniche di analisi e simulazione

- Elementi di Teoria dell'Informazione, relazione con la Meccanica Statistica.
- Teoria delle reti, processi di crescita e Master Equations. Funzioni generatrici.
- Ottimizzazione vincolata e massima entropia. Grafi random-esponenziali, modelli nulli e validazione statistica.
- Modelli di percolazione, epidemici e processi di contatto. Campo medio eterogeneo. Disordine quenched e annealed.
- Algoritmi gerarchici di partizione. Algoritmi di ranking.
- Passeggiate casuali. Catene di Markov in tempo discreto e continuo. PageRank e applicazioni. Operatore Laplaciano discreto.
- Equazioni differenziali stocastiche. Equazioni di Fokker-Plank e Kolmogorov Backward e Forward. Formula di Cramer. Analisi in Componenti Principali.
- Simulazioni Monte Carlo e in temperatura. Applicazione al modello di Ising. Ottimizzazione tramite algoritmi genetici.
- Fenomeni critici e gruppo di rinormalizzazione su spazi eterogenei.
- Teoria del trasporto ottimale. Esempi di applicazioni in sociofisica ed econofisica.

Obiettivi di apprendimento: L'insegnamento mira a fornire conoscenze avanzate relative alla meccanica statistica moderna, con particolare riguardo all'ottimizzazione vincolata, i fenomeni critici, la teoria delle reti complesse ed i processi stocastici. Il corso si propone inoltre di sviluppare le capacità di ricerca negli ambiti sopraindicati, dal punto di vista sia teorico che computazionale, attraverso lo svolgimento di progetti individuali (anche su tematiche interdisciplinari) che prevedono la realizzazione di modelli e simulazioni e l'analisi di grandi basi dati.

Testi consigliati:

C. Gardiner: *Stochastic Methods: A Handbook for the Natural and Social Sciences*, Springer (2009)

M. Newman: *Networks*, Oxford University Press (2018)

H.J. Jensen: *Complexity Science: The Study of Emergence*, Cambridge University Press (2022)

Slides, dispense e articoli di ricerca su specifici argomenti saranno condivisi nella classe Teams del corso.

Modalità di esame: Valutazione di progetto.

 **Program:** - Introduction to Complex Systems: definitions, analysis and simulation techniques.

- Elements of Information Theory, relationship with Statistical Mechanics.
- Network theory, growth processes and Master equations. Generating functions.
- Constrained optimization and maximum entropy. Exponential Random Graphs, null models and statistical validation.
- Percolation, epidemic and contact process models. Heterogeneous mean field. Quenched and annealed disorder.
- Hierarchical partition algorithms. Ranking algorithms.
- Random walks. Markov chains in discrete and continuous time. PageRank and applications. Discrete Laplacian operator.
- Stochastic differential equations. Fokker-Plank and Kolmogorov Backward and Forward equations. Cramer's formula. Principal Components Analysis.
- Monte Carlo and simulated annealing simulations. Application to the Ising model. Optimization via genetic algorithms.
- Critical phenomena and renormalization group on heterogeneous spaces.
- Optimal transport theory. Examples of applications in sociophysics and econophysics.

Learning objectives: The course aims to provide advanced knowledge of modern statistical mechanics, with particular attention to constrained optimization, critical phenomena, complex networks theory and stochastic processes. The course also aims to develop research skills in the above-mentioned areas, from both a theoretical and computational point of view, through the development of individual projects (also on interdisciplinary topics) which involve the creation of models and simulations and the analysis of large databases.

Text books:

C. Gardiner: *Stochastic Methods: A Handbook for the Natural and Social Sciences*, Springer (2009)

M. Newman: *Networks*, Oxford University Press (2018)

H.J. Jensen: *Complexity Science: The Study of Emergence*, Cambridge University Press (2022)

Slides, lecture notes and research articles on specific topics will be shared in the Teams class of the course.

Exam mode: Project evaluation.

PROCESSI E CAMPI ALEATORI/PROCESSES AND RANDOM FIELDS

1° semestre

8 CFU – settore STAT-01/A – 64 ore di lezione in aula

Docente: D. Marinucci

 **Programma:** Il programma tratterà i seguenti argomenti:

Introduzione: stazionarietà debole e forte. Richiami di spazi di Hilbert. Processi ARMA - condizioni di esistenza e stazionarietà, proprietà funzioni di covarianza. Teorema di Herglotz-Bochner; densità e distribuzione spettrale. Filtri lineari; densità spettrale processi ARMA. Costruzione degli integrali stocastici; teorema di rappresentazione spettrale. Stima della densità spettrale: il periodogramma e le sue proprietà asintotiche. Whittle likelihood. Processi nonstazionari: convergenza debole in spazi di funzioni, processi a radici unitarie, tests. Campi aleatori isotropi sulla sfera: rappresentazione spettrale

Obiettivi di apprendimento: Il corso fornisce una introduzione all'analisi spettrale dei processi stazionari; vengono affrontati anche argomenti più specialistici, quali i processi a radici unitarie ed i campi aleatori sulla sfera.

Testi consigliati:

P. J. Brockwell, R. A. Davis: *Time Series Models*, Springer, 1991

Modalità di esame: Prova scritta e orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

 **Program:** The program will cover the following topics: Introduction: weak and strong stationarity. Background on Hilbert spaces. ARMA processes, covariance functions, Herglotz-Bochner Theorem, spectral density and distribution function. Linear filters, spectral density of ARMA processes. Stochastic integrals and the spectral representation theorem. Spectral density estimators: the periodogram and its asymptotic properties. Whittle likelihood. Nonstationary processes, weak convergence on function spaces, unit roots, tests. Random fields on the sphere: spectral representations.

Learning objectives: The aim of this course is to provide an introduction to the theory of stationary stochastic processes. Some more advanced material is also addressed, such as unit root processes and spherical random fields.

Text books:

P. J. Brockwell, R. A. Davis: *Time Series Models*, Springer, 1991

Exam mode: Written and oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

PROGETTAZIONE DI SISTEMI INFORMATICI

2° semestre

8 CFU – settore INFO-01/A – 64 ore di lezione in aula

Docente: E. Nardelli

 **Programma:** Test driven design. Statecharts. Basi di dati.

Obiettivi di apprendimento: L'insegnamento si propone di fornire agli studenti gli elementi fondamentali per lo sviluppo di sistemi informatici.

Testi consigliati:

L. Koskela: *Test Driven*, Manning, 2007

D. Harel, M. Politi: *Modeling Reactive Systems with Statecharts: The STATEMATE Approach*, McGraw Hill, 1998

P. Atzeni et al.: *Basi di Dati*, McGraw Hill, 2014

Modalità di esame: Prova scritta e orale e valutazione di progetto

 **Program:** Test driven design. Statecharts. Databases

Learning objectives: This module aims at providing to students the fundamental concepts needed during informatics systems development.

Text books:

L. Koskela: *Test Driven*, Manning, 2007

D. Harel, M. Politi: *Modeling Reactive Systems with Statecharts: The STATEMATE Approach*, McGraw Hill, 1998

P. Atzeni et al.: *Basi di Dati*, McGraw Hill, 2014

Exam mode: Written and oral exam and project evaluation.

QUANTUM FIELD THEORY

2° semestre

8 CFU – settore PHYS-02/A – 64 ore di lezione in aula

Docente: N. Tantalò

Programma:

1. La matrice S
2. I campi
3. Il formalismo canonico
4. Il formalismo funzionale
5. La teoria delle perturbazioni covariante
6. Elementi di matrice S estratti dai correlatori
7. Regolarizzazione e schemi fisici di rinormalizzazione
8. Equazioni di Dyson–Schwinger e Identità di Ward
9. La QED
10. Processi al tree-level
11. Cenni di teoria dei gruppi
12. Teorie di gauge non-abeliane

Obiettivi di apprendimento: Il corso si propone di fornire agli studenti:

- la conoscenza delle moderne tecniche di analisi delle teorie di campo relativistiche;
- la conoscenza approfondita delle teorie di campo scalari;
- la conoscenza approfondita dell'elettrodinamica quantistica;
- una introduzione alle teorie di gauge non-abeliane e al Modello Standard delle interazioni fondamentali.

Testi consigliati:

- S. Weinberg: *The Quantum theory of fields. Vol. 1: Foundations*
S. Weinberg: *The quantum theory of fields. Vol. 2: Modern applications*
J. Zinn-Justin: *Quantum field theory and critical phenomena*

Modalità di esame: Prova orale e valutazione di progetto

Program: 1. The S matrix

2. The fields
3. The canonical formalism
4. The functional formalism
5. Covariant perturbation theory
6. S matrix elements from correlators
7. Regularization and physical renormalization schemes
8. Dyson–Schwinger equations and Ward identities
9. QED
10. Tree-Level processes
11. Introduction to group-theory
12. Non-abelian gauge theories

Learning objectives: The students will master:

- the modern techniques required to analyze relativistic quantum field theories;
- scalar field theories at an advanced level;
- quantum electrodynamics (QED) at an advanced level;
- non-abelian field theories and the Standard Model of fundamental interactions at an introductory level.

Text books:

- S. Weinberg: *The Quantum theory of fields. Vol. 1: Foundations*
S. Weinberg: *The quantum theory of fields. Vol. 2: Modern applications*
J. Zinn-Justin: *Quantum field theory and critical phenomena*

Exam mode: Oral exam and project evaluation

STATISTICAL LEARNING

2° semestre

8 CFU – settore MATH-03/B – 64 ore di lezione in aula

Docente: S. Vigogna

 **Programma:** Il programma tratterà i seguenti argomenti:

Formalizzazione matematica del machine learning, supervised learning, funzioni loss, rischio e stimatore di Bayes, regressione e classificazione, consistenza, generalizzazione, no free lunch theorem, ottimalità minimax, local averaging, empirical risk minimization, regolarizzazione, linear least squares, bias-variance tradeoff, decomposizione del rischio, approximation-estimation tradeoff, covering numbers, Rademacher complexity, modelli lineari, metodi kernel, representer theorem, spazi di Hilbert a nucleo riproducente, translation-invariant kernels, Matern kernels e spazi di Sobolev, bounds di generalizzazione, adattività a regolarità, sparsità, lasso, reti neurali e deep learning, universalità, generalizzazione, adattività a dimensione intrinseca, spazi di Banach a nucleo riproducente, relazioni con metodi kernel, limiti Gaussiani, random features, representer theorem, modelli sovrapparametrizzati, implicit bias del gradient descent, interpolazione e generalizzazione double descent, mean-field limit, neural tangent kernel, statistical-computational tradeoffs.

Obiettivi di apprendimento: Concetti, strumenti, metodi e risultati fondamentali dello statistical learning, con particolare attenzione al caso supervisionato e ai problemi in alta dimensione.

Testi consigliati:

Francis Bach: *Learning Theory from First Principles*, MIT press, 2024

Modalità di esame: Prova orale e valutazione in itinere

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

 **Program:** The program will cover the following topics:

Mathematical formalization of machine learning, supervised learning, loss functions, risk and Bayes estimator, regression and classification, consistency and generalization, no free lunch theorem, minimax optimality, local averaging, empirical risk minimization, regularization, linear least squares, bias-variance tradeoff, risk decomposition, approximation-estimation tradeoff, covering numbers, Rademacher complexity, linear models, kernel methods, representer theorem, reproducing kernel Hilbert spaces, translation-invariant kernels, Matern kernels and Sobolev spaces, generalization bounds, adaptivity to smoothness, sparsity, lasso, neural networks and deep learning, universality, generalization, adaptivity to intrinsic dimension, reproducing kernel Banach spaces, relations with kernel methods, Gaussian limits, random features, representer theorem, overparameterized models, implicit bias of gradient descent, interpolation and generalization, double descent, mean-field limit, neural tangent kernel, statistical-computational trade-offs.

Learning objectives: Concepts, tools, methods and fundamental results of statistical learning, with particular focus on the supervised case and problems in high dimensions.

Text books:

Francis Bach: *Learning Theory from First Principles*, MIT press, 2024

Exam mode: Oral exam and 'in itinere' evaluation

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

STORIA DELLA SCIENZA/HISTORY OF SCIENCE

2° semestre

8 CFU – settore MATH-01/B – 64 ore di lezione in aula

Docente: B. Scoppola

 **Programma:** Ripercorrere l'evoluzione della scienza sottolineando i legami tra la scienza ellenistica e la rinascita della scienza in età moderna. Il programma tratterà i seguenti argomenti:

1. Geometria, 2. Forma e dimensioni della Terra, 3. Geografia matematica, 4. Gravitazione, 5. Scienza e navigazione, 6. Teoria atomico-molecolare, 7. Evoluzione biologica, 8. Studio del sistema nervoso

Obiettivi di apprendimento: Ci si attende che gli studenti comprendano l'evoluzione della scienza a partire dalle caratteristiche delle società in cui la scienza si è sviluppata.

Testi consigliati:

L. Russo: *Stelle, Atomi e Velieri*, Mondadori Università, 2015

Note del corso

Modalità di esame: Prova orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

 **Program:** To revise the evolution of the science outlining the links between ellenistic and modern science. The program will cover the following topics:

1. Geometry, 2. Shape and dimensions of the Earth, 3. Mathematical geography, 4. Gravitation, 5. Science and gravitation, 6. Atomic and molecular theory, 7. Biological evolution, 8. Study of the nervous system

Learning objectives: It is expected that the students understand science evolution starting from the features of the societies in which the science has developed.

Text books:

L. Russo: *Stelle, Atomi e Velieri*, Mondadori Università, 2015

Course notes

Exam mode: Oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

STORIA DELLE MATEMATICHE/HISTORY OF MATHEMATICS

2° semestre

8 CFU – settore MATH-01/B – 64 ore di lezione in aula

Docente: R. Bellé

 **Programma:** Il programma tratterà i seguenti argomenti:

Il recupero della matematica classica nel Rinascimento e la tradizione medievale: il caso dell'Italia. L'esempio di Francesco Maurolico e Federico Commandino (marzo-aprile, 36 ore).

Gli inizi della matematica moderna: l'algebra di Viète e la Géométrie di Descartes. Fermat: il metodo delle tangenti e dei massimi e minimi (maggio-giugno, ore 28).

Obiettivi di apprendimento: Al termine dell'insegnamento si dovrà essere in grado di comprendere le principali linee direttrici dell'evoluzione del pensiero matematico nel passaggio dal periodo medievale al Rinascimento fino alla prima età moderna. In particolare gli obiettivi saranno i seguenti:

- individuare l'influenza dei metodi della matematica greca classica;
- comprendere gli aspetti legati alla matematica sviluppata nel Vicino Oriente;
- sapere come utilizzare in maniera critica vari tipi di fonti per l'indagine storica: lettere, biografie, prefazioni di testi matematici, cataloghi di biblioteche e archivi;
- capire gli aspetti di novità portati dalla matematica rinascimentale, soprattutto in ambito italiano e francese;
- collegare l'evoluzione del pensiero matematico allo sviluppo della civiltà nel suo complesso;
- seguire l'evoluzione del pensiero matematico nel tempo.

Testi consigliati: I testi saranno comunicati dal docente all'inizio del corso

Modalità di esame: Prova orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

 **Program:** The program will cover the following topics:

The recovery of classical mathematics in the Renaissance and the medieval tradition: the case of Italy. Francesco Maurolico and Federico Commandino. The beginnings of modern mathematics: Viète's algebra and Descartes' Géométrie. Fermat: the method of tangents and of maxima and minima

Learning objectives: At the end of the course you should be able to understand the main lines of the evolution of mathematical thought in the transition from the medieval period through the Renaissance to the early modern age. In particular, the objectives will be as follows:

- identify the influence of the methods of classical Greek mathematics;
- understand aspects of mathematics developed in the Near East;
- to know how to critically use various types of sources for historical investigation: letters, biographies,

prefaces of mathematical texts, catalogues of libraries and archives;
- understand the aspects of novelty brought by Renaissance mathematics, especially in the Italian and French context;
- link the evolution of mathematical thought to the development of civilisation as a whole;
- follow the evolution of mathematical thought over time.

Text books: All relevant information to be given at the beginning of the course

Exam mode: Oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

SUPERFICI DI RIEMANN/RIEMANN SURFACES

1° semestre

8 CFU – settore MATH-02/B – 64 ore di lezione in aula

Docente: M. McQuillan

 **Programma:** Il programma tratterà i seguenti argomenti:

Superficie di Riemann e Jacobiani. Teoria analitica di varietà di Shimura: struttura di Hodge; moduli di tori complessi; condizione di Riemann e moduli di varietà abeliani; forme modulari. Teoria algebrica: struttura adelica, modelli canonici, modèle étrange.

Testi consigliati: Travaux de Shimura, Pierre Deligne, Seminaire Bourbaki 389, 1970/71.

Modalità di esame: Prova orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

 **Program:** The program will cover the following topics:

Riemann surfaces and Jacobians. Analytic theory of Shimura varieties: Hodge structures; moduli of complex tori; Riemann's conditions and moduli of abelian varieties; modular forms. Algebraic theory: adelic structure, canonical models, modèle étrange.

Text books: Travaux de Shimura, Pierre Deligne, Seminaire Bourbaki 389, 1970/71.

Exam mode: Oral examination

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

TEORIA DEI GIOCHI

1° semestre

9 CFU – settore MATH-06/A – 72 ore di lezione in aula

Docente: G. Oriolo

 **Programma:** Il programma tratterà i seguenti argomenti:

1. Giochi non cooperativi. Equilibri di Nash. Pareto ottimalità. Strategie dominanti. Strategie conservative. Payoff. Giochi antagonisti e a somma zero. Estensione in strategia mista ed esistenza equilibrio di Nash. Il teorema di von Neumann. Bidding, Bluff e il Poker di Khun.

2. Mechanism design. Aste di primo prezzo e secondo prezzo.

3. Giochi cooperativi. Coalizioni e superadditività. Nucleo di un gioco. Il teorema di Bondareva-Shapley. Mercati con utilità trasferibile. Approcci assiomatici. Valore di Shapley. Giochi semplici. Giochi cooperativi con utilità non trasferibile. Il problema dell'house allocation. Il problema dello stable marriage. Questioni algoritmiche.

4. Cost Sharing e algoritmi primale duale. Facility Location game. Steiner Tree Problem.

5. Randomizzazione Richiami di probabilità. Il potere della randomizzazione. Algoritmi Las Vegas e Monte Carlo. Algoritmi randomizzati: quick sort, 2-Sat, min cut. Algoritmi randomizzati PL-based.

Obiettivi di apprendimento: Lo scopo di questo corso è quello di introdurre la teoria dei giochi. Diversi esempi di giochi, cooperativi e non cooperativi, saranno presentati e risolti per mezzo di strumenti standard della Teoria dei Giochi, che perlopiù poggiano su tecniche di ottimizzazione, programmazione lineare e programmazione lineare intera.

Testi consigliati: Note del corso

Modalità di esame: Prova scritta e orale

 **Program:** The program will cover the following topics:

1. Noncooperative Games. Nash Equilibria. Pareto Optimality. Dominant Strategies. Conservative Strategies. Payoffs Adversarial and Zero-Sum Games. Mixed Strategy Extension and the Existence of a Nash Equilibrium. The Von Neumann Theorem. Bidding, Bluffing, and Khun's Poker.
2. Mechanism Design First-Price Auctions and Second-Price Auctions.
3. Cooperative Games. Coalitions and Superadditivity. The core of a game. The Bondareva-Shapley Theorem. Markets with Transferable Utility. Axiomatic Approaches. Shapley Value. Simple Games. Cooperative Games with Non-Transferable Utility. The House Allocation Problem. The Stable Marriage Problem. Algorithmic Issues.
4. Cost Sharing and Primal Dual Algorithms. Cost Sharing Facility Location Game. Steiner Tree Problem.
5. Randomization Reminders of Probability The Power of Randomization Las Vegas and Monte Carlo Algorithms Randomized Algorithms: Quick Sort, 2-Sat, Min Cut PL-Based Randomized Algorithms.

Learning objectives: The aim of this class is to introduce game theory and network design. Several examples of games, both cooperative and non-cooperative, will be presented and solved by means of standard game theory tools mainly building upon optimization techniques, linear programming and linear integer programming.

Text books: Course notes

Exam mode: Written and oral exam

Legenda dei settori scientifico disciplinari

MATH-01/A (ex MAT/01):	logica;
MATH-01/B (ex MAT/04):	didattica e storia della matematica;
MATH-02/A (ex MAT/02):	algebra;
MATH-02/B (ex MAT/03):	geometria;
MATH-03/A (ex MAT/05):	analisi matematica;
MATH-03/B (ex MAT/06):	probabilità e statistica matematica;
MATH-04/A (ex MAT/07):	fisica matematica;
MATH-05/A (ex MAT/08):	analisi numerica;
MATH-06/A (ex MAT/09):	ricerca operativa;
STAT-01/A (ex SECS-S/01):	statistica;
STAT-04/A (ex SECS-S/06):	metodi matematici dell'economia e delle scienze attuariali e finanziarie;
CHEM-03/A (ex CHIM/03):	chimica generale e inorganica;
INFO-01/A (ex INF/01):	informatica;
PHYS-01/A (ex FIS/01):	fisica sperimentale delle interazioni fondamentali e applicazioni;
PHYS-02/A (ex FIS/02):	fisica teorica delle interazioni fondamentali, modelli, metodi matematici e applicazioni.

Link utili

Informazioni generali

- Università Tor Vergata
- Macroarea di Scienze
- Dipartimento di Matematica
- Corsi di Laurea in Matematica
- Servizi di Ateneo per gli studenti
- Guida dello Studente di Ateneo
- Simulatore calcolo delle tasse e contributi
- Regolamento della Laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata
- Immatricolazioni alla Laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata

Didattica

- Insegnamenti e docenti
- Orario delle lezioni
- Calendario degli esami
- Piani di studio
- Sedute di laurea

Servizi e supporto

- Docenti tutor
- Borse e incentivi
- Trasferimenti
- Corsi singoli
- Contatti
- Segreteria studenti della Macroarea di Scienze
- Biblioteca di Area Scientifico-Tecnologica
- Sportelli dedicati

Orientamento e mondo del lavoro

- Sono Cose Matematiche
- I mestieri dei matematici
- Matematica e mondo del lavoro