TOR VERGATA
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA

Corso di Laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata

Informazioni
Segreteria didattica: *Cristiano Di Meo*, tel. 06 72594685
Coordinatore Corso di Laurea: *Prof.ssa Carla Manni*
Sito web: `http://www.mat.uniroma2.it/didattica/`
E-mail: `dida@mat.uniroma2.it`

Il Corso di laurea magistrale in Matematica Pura ed Applicata si inquadra nella Classe delle lauree magistrali in Matematica (Classe LM-40 del DM 16 Marzo 2007 "Determinazione delle classi di laurea") ed afferisce al Dipartimento di Matematica. La durata del corso di laurea è di due anni.

Incentivi

Per l'AA 2024/25, il Dipartimento di Matematica istituisce **3 premi laurea magistrale** dell'importo di **2000 euro** ciascuno, per gli studenti immatricolati al Corso di laurea magistrale in Matematica Pura ed Applicata e **3 premi per tesi di laurea magistrale** dell'importo di **2000 euro** ciascuno. Informazioni dettagliate sono reperibili sul sito del corso di Laurea.

Il Corso di laurea magistrale in Matematica Pura ed Applicata si propone di sviluppare competenze e conoscenze avanzate in vari settori della matematica, garantendo ampia possibilità di approfondimento sia degli aspetti teorici di questa disciplina che delle sue applicazioni. Grazie alla sua formazione, il laureato magistrale in Matematica Pura ed Applicata potrà, a seconda dei casi, inserirsi nel mondo del lavoro, sia utilizzando le specifiche competenze acquisite che valorizzando le sue capacità di flessibilità mentale e di collaborazione con altri esperti, oppure proseguire negli studi partecipando a programmi di dottorato in discipline matematiche o affini.
Sono possibili percorsi formativi differenziati, atti ad integrare e completare la formazione matematica di ciascuno studente. Tuttavia, in ogni ambito vengono sottolineati gli aspetti metodologici al fine di assicurare una profonda comprensione della materia e la capacità di aggiornare costantemente le competenze acquisite. Con l'intento di accrescere le capacità di autonomia degli studenti, e per permettere la formulazione di piani di studio che si adattino alle esigenze di una società in rapida evoluzione, si è previsto un elevato grado di libertà nella scelta degli insegnamenti.
Al fine di far acquisire un'approfondita conoscenza sia degli aspetti disciplinari sia di quelli metodologici della matematica, il percorso formativo è caratterizzato dalla presenza, all'inizio, di insegnamenti intesi a fornire un quadro ampio e organico di argomenti di carattere avanzato nelle discipline fondamentali (algebra, analisi, geometria, fisica matematica, analisi numerica, probabilità). Successivamente, sono offerti insegnamenti a carattere specialistico, volti ad accogliere specifici interessi sviluppati dagli studenti, nonché a coadiuvare lo svolgimento del lavoro di tesi, cui è attribuita una valenza determinante per il compimento del ciclo di studi.
I laureati magistrali in Matematica Pura ed Applicata devono inoltre essere in grado di esprimere le proprie conoscenze in contesti professionali sia specifici sia interdisciplinari. Lo studente viene altresì sollecitato ad acquisire un contatto diretto con la letteratura matematica, anche a livello di ricerca, e ad affinare le capacità individuali di orientarsi nella consultazione di testi e nella creazione di bibliografie sia in italiano che in inglese. La redazione della prova finale costituisce, tra l'altro, una verifica dell'acquisizione di queste competenze e della padronanza delle tecniche usuali della comunicazione scientifica in ambito matematico.

Indice

Obiettivi formativi specifici del corso di laurea magistrale

Il Corso di laurea magistrale in Matematica Pura ed Applicata si propone di sviluppare competenze e conoscenze avanzate in vari settori della matematica, garantendo ai suoi iscritti ampia possibilità di approfondimento sia degli aspetti teorici di questa disciplina che delle sue applicazioni.
Oltre ad avere un'approfondita conoscenza sia degli aspetti disciplinari sia di quelli metodologici della matematica, i laureati magistrali in Matematica Pura ed Applicata devono essere in grado di esprimere le proprie conoscenze in contesti professionali sia specifici sia interdisciplinari, devono essere capaci di orientarsi nella consultazione della letteratura e di redigere bibliografie in ambito matematico.
I laureati magistrali in Matematica Pura ed Applicata potranno, a seconda delle proprie inclinazioni e preferenze, proseguire negli studi partecipando a programmi di dottorato in discipline matematiche o inserirsi nel mondo del lavoro, sia utilizzando le specifiche competenze acquisite che valorizzando le proprie capacità di flessibilità mentale e di collaborazione con altri esperti.

Sbocchi lavorativi

Grazie alle conoscenze e alle competenze acquisite, ivi inclusa la mentalità flessibile e l'esperienza accumulata nell'analisi e soluzione di problemi, i laureati magistrali in Matematica Pura ed Applicata potranno disporre di un'ampia gamma di sbocchi occupazionali e professionali. I settori più indicati sono quelli in cui la matematica svolge un ruolo centrale sotto il profilo applicativo o teorico, o quantomeno costituisce un ambito chiaramente correlato quanto a importanza. Alcuni esempi:
- l'elaborazione e l'analisi di modelli a supporto dei processi industriali e dei servizi;
- l'analisi statistica dei dati;
- l'insegnamento;
- l'avviamento alla ricerca pura e applicata in un corso di dottorato;
- la diffusione della cultura scientifica;
- l'informatica e la telematica.

Inoltre, qualora il Corso di laurea magistrale in Matematica Pura ed Applicata si innesti su un corso di laurea triennale in discipline affini, sarà possibile un pronto inserimento dei laureati anche in professioni o campi di studio differenti. Tutto questo è ampiamente documentato in una dettagliata analisi dei diversi impieghi ad alto livello dei laureati in Matematica in Italia.
Negli anni più recenti, i nostri laureati hanno trovato posti di lavoro negli ambiti più diversi ed in molte società importanti, tra cui Enel, Poste Italiane, TIM, Banca Nazionale del Lavoro, Accenture, Amazon, Deloitte, Engineering, KPMG consulting, ACEA, DMBI Consulting, AxA Assicurazioni, Allianz ConTe Assicurazioni, ARPM, BIP Business Integration Partners.

Descrittori europei del titolo di studio

I Descrittori di Dublino di seguito riportati sono enunciazioni generali dei tipici risultati conseguiti dagli studenti che hanno ottenuto il titolo dopo aver completato con successo il ciclo di studio.

Conoscenza e capacità di comprensione. I laureati in Matematica Pura ed Applicata avranno:
- acquisito una conoscenza ampia e adeguata di tematiche avanzate in più settori della matematica, nonché in alcuni settori affini a questa disciplina;
- potuto acquisire una conoscenza adeguata di tecniche di formalizzazione e modellizzazione, anche complesse, tipiche delle applicazioni della matematica in vari ambiti scientifici e professionali;
- potuto acquisire un livello di comprensione del linguaggio, delle tecniche e dei contenuti dei principali settori della matematica, soprattutto relativi al campo di specializzazione prescelta, tale da metterli in grado di iniziare percorsi di avviamento alla ricerca.

Inoltre, i laureati in Matematica Pura ed Applicata dovranno avere facilità di astrazione, incluso lo sviluppo logico di teorie formali e delle loro relazioni. Lo strumento didattico privilegiato per il raggiungimento di tali obiettivi sono le lezioni, le esercitazioni e le attività di laboratorio e tutorato.

La verifica avviene in forma classica attraverso la valutazione di un elaborato scritto e/o un colloquio orale.

Capacità di applicare conoscenza e comprensione. I laureati magistrali in Matematica Pura ed Applicata dovranno essere in grado di elaborare o applicare idee, anche originali, e possedere sicure competenze sia per ideare e sostenere argomentazioni che per risolvere problemi nel proprio campo di studi. In particolare, essi dovranno essere in grado di:
- comprendere approfonditamente problemi matematici anche di livello elevato;
- identificare gli elementi essenziali di un problema e saperlo modellizzare, in termini matematici, identificando metodologie idonee per la sua soluzione;
- produrre dimostrazioni originali e rigorose di semplici proposizioni in diversi campi della matematica.

Inoltre, con riferimento al campo di specializzazione prescelta, essi dovranno essere capaci di:
- estrarre informazioni qualitative da dati quantitativi;
- comprendere, utilizzare e progettare metodi teorici e/o computazionali adeguati alle tematiche affrontate;
- utilizzare in maniera efficace strumenti informatici di supporto.

La verifica del raggiungimento degli obiettivi posti avviene di norma mediante:
- le varie prove svolte durante gli insegnamenti impartiti e alla loro conclusione;
- l'esposizione e la discussione dei risultati conseguiti durante la preparazione della prova finale.

Autonomia di giudizio. I laureati magistrali in Matematica Pura ed Applicata dovranno:
- sapere collegare tra loro i diversi concetti matematici, tenendo presente la struttura logica e gerarchica della matematica;
- essere in grado di analizzare criticamente una dimostrazione, e di produrne una standard ove occorra;
- essere in grado di valutare l'appropriatezza di un modello o di una teoria matematica nella descrizione di un fenomeno concreto;
- essere in grado di fare ricerche bibliografiche autonome utilizzando libri di contenuto matematico, sviluppando anche una familiarità con le riviste scientifiche di settore;
- essere in grado di utilizzare per la ricerca scientifica gli archivi elettronici disponibili sul WEB, operando la necessaria selezione dell'informazione disponibile;
- essere in grado di capire e valutare le difficoltà del processo insegnamento/apprendimento in base all'argomento trattato e alla situazione dei discenti;
- possedere un adeguato livello di consapevolezza delle possibili implicazioni anche etiche e sociali della propria attività.

Queste capacità verranno stimolate in tutti gli insegnamenti, rafforzando il senso critico dello studente e assegnando problemi che lo studente deve svolgere anche in modo originale. La verifica del raggiungimento degli obiettivi posti avverrà di norma mediante:
- le varie prove svolte durante gli insegnamenti impartiti e alla loro conclusione;
- l'esposizione e la discussione dei risultati conseguiti durante la preparazione della prova finale.

Abilità comunicative. I laureati magistrali in Matematica Pura ed Applicata dovranno:
- essere in grado di elaborare o applicare idee, anche originali, e di sostenerle con chiarezza e rigore sia di fronte a specialisti del settore che ad un uditorio più vasto;
- sapere sollecitare, stimolare, favorire e guidare all'interesse per il pensiero matematico;
- ssere in grado di presentare la propria ricerca, o i risultati di una ricerca bibliografica, e di esporre in maniera compiuta il proprio pensiero su problemi, idee e soluzioni, utilizzando efficacemente, in forma scritta e orale, almeno una lingua dell'Unione Europea oltre l'italiano, nell'ambito specifico di competenza della matematica e per lo scambio di informazioni generali.

Tali abilità potranno essere conseguite alla fine del percorso formativo, come risultato dei contenuti di base dell'offerta formativa. Alcuni corsi prevederanno la presentazione di argomenti di approfondimento attraverso seminari o relazioni scritte, richiedendo allo studente di maturare capacità espositive, sia scritte che orali. La preparazione acquisita in materie affini ed integrative darà la possibilità di interagire con laureati in altri settori, ed eventualmente con esperti in campi non necessariamente accademici, potenziando la capacità di formalizzare matematicamente situazioni complesse di interesse applicativo. La verifica del raggiungimento degli obiettivi posti avverrà:

- mediante le varie prove, anche a carattere seminariale, svolte durante gli insegnamenti impartiti e alla loro conclusione;
- in occasione di attività di tutorato nelle quali gli studenti potranno essere coinvolti;
- durante l'esposizione e la discussione dei risultati conseguiti per la prova finale.

Capacità di apprendimento. I laureati magistrali in Matematica Pura ed Applicata:

- hanno una mentalità flessibile, e sono in grado di inserirsi prontamente negli ambienti di lavoro, adattandosi facilmente a nuove problematiche;
- sono in grado di acquisire rapidamente le competenze pedagogiche necessarie per gestire il processo insegnamento-apprendimento in base all'argomento trattato e alla situazione dei discenti;
- avendo acquisito autonomia e originalità del pensiero matematico si riescono ad inserire con successo in percorsi di avviamento alla ricerca;
- sanno consultare materiale bibliografico, banche dati e materiale presente in rete, con particolare riferimento al reperimento di fonti bibliografiche nella ricerca matematica, per l'aggiornamento continuo delle conoscenze.

La verifica dell'acquisizione di tali capacità avviene:

- attraverso la valutazione dell'apprendimento di argomenti proposti per lo studio autonomo, durante le prove di esame;
- in occasione di attività di tutorato nelle quali gli studenti potranno essere coinvolti;
- in occasione della prova finale.

Ordinamento degli studi

Sul sito web del Corso di Laurea si trova il Regolamento che con i suoi articoli disciplina e specifica gli aspetti organizzativi del Corso di Laurea. Per conseguire la laurea magistrale in Matematica Pura ed Applicata lo studente deve aver acquisito almeno 120 crediti (CFU) nell'ambito delle varie attività formative compreso il lavoro di tesi. Le attività formative prevedono insegnamenti teorici e pratici. I crediti relativi alle attività formative caratterizzanti, affini o integrative sono acquisiti seguendo moduli didattici e superando i relativi esami, secondo il piano delle attività formative ed in base alla programmazione didattica definita dal Consiglio di Dipartimento. I percorsi formativi danno ampio spazio a esercitazioni e ad attività di tutorato e di laboratorio. I crediti relativi alle attività a scelta dello studente vengono normalmente acquisiti con insegnamenti scelti dallo studente, mediante la formulazione di un piano di studio, nell'ambito delle opzioni proposte dal Consiglio del Dipartimento di Matematica. Modalità diverse di acquisizione di tali crediti, proposte dallo studente, verranno valutate dal Consiglio di Dipartimento in riferimento agli obiettivi formativi del corso di laurea ed alla valenza culturale complessiva del piano di studio proposto. La ripartizione delle attività formative, con il numero di crediti assegnato ad ognuna, è contenuta nell'Ordinamento del Corso di Laurea, disponibile sul sito del corso di Laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata.

Schema del piano di studio

Attività formative caratterizzanti 44 CFU
Formazione affine ed integrativa 28 CFU
Formazione a scelta 16 CFU
Prova finale 27 CFU
Altre attività formative (ulteriori attività formative art. 10, comma 5, lettera d) 5 CFU

Attività formative caratterizzanti: 44 CFU
(i corsi a scelta di questa sezione devono far parte della programmazione didattica del corso di studio)
- CAM 1 (6 CFU)
- CAM 2 (6 CFU)
- Corsi a scelta nel gruppo di settori MAT01/MAT02/MAT03/MAT04/MAT05 per 16 CFU in totale
- Corsi a scelta nel gruppo di settori MAT06/MAT07/MAT08/MAT09 per 16 CFU in totale

Formazione affine ed integrativa: 28 CFU
(i corsi a scelta di questa sezione devono far parte della programmazione didattica del corso di studio)
- Laboratorio di Calcolo (4 CFU)
- Corsi a scelta per 24 CFU nei settori affini (dei quali 16 CFU al massimo di settori MAT)

Formazione a scelta: Corsi per 16 CFU a libera scelta

Attività formative per prova finale: 27 CFU

Lo studente dovrà inoltre scegliere almeno 4 settori MAT diversi ed almeno un corso in ciascuna delle seguenti coppie di settori: MAT02/MAT03, MAT05/MAT07, MAT06/MAT08.

Programmazione didattica A.A. 2024/25

1° SEMESTRE

- **CAM 1 - Teoria della Misura (6 CFU) - *attività caratterizzante - obbligatoria***
- **Laboratorio di Calcolo (4 CFU) - *attività affine - obbligatoria - erogato in lingua inglese***
- Algebra Commutativa (8 CFU)
- Algebre di Operatori (8 CFU)
- Analisi Armonica (8 CFU)
- *Analisi di Reti (9 CFU) - *mutuato da LM Informatica*
- CAN 1 - Modellizzazione Geometrica e Simulazione Numerica (8 CFU)
- *Chimica Generale (8 CFU) - *mutuato da Scienza dei Materiali*
- *Complementi di Fisica (8 CFU)
- Complementi di Probabilità (8 CFU)
- Complementi di Topologia Algebrica e Analisi Dati (8 CFU)
- Controllo Dinamica e Ottimizzazione 2 (8 CFU)
- Elementi di Analisi Numerica (8 CFU)
- *Fisica Computazionale (8 CFU) - *mutuato da LM Fisica*
- *Fisica dei Fluidi Complessi e Turbolenza (8 CFU) - *mutuato da LM Fisica*
- Geometria Differenziale (8 CFU)
- Introduzione alle Varietà Differenziabili (8 CFU)
- Laboratorio di Didattica della Matematica (8 CFU)
- *Meccanica Statistica 2 (6 CFU) - *mutuato da LM Fisica*
- *Metodi e Modelli dei Mercati Finanziari (8 CFU)
- *Natural Language Processing (6 CFU) - *mutuato da LM Informatica*
- Numerical Methods for Computer Graphics in Java (8 CFU)
- Superfici di Riemann (8 CFU)

- Teoria dei Giochi e Progetto di Reti (9 CFU) - *mutuato da Teoria dei Giochi e Business Analytics, LM Ingegneria Informatica*
- Teoria delle Rappresentazioni 2 (8 CFU)

2° SEMESTRE

- **CAM 2 - Introduzione all'Analisi Funzionale (6 CFU) - *attività caratterizzante - obbligatoria***
- CAN 2 - Algebra Lineare Numerica con Applicazioni alle PDE e Big Data (8 CFU)
- EAM 1 - Teoria Spettrale (8 CFU)
- EAM 2 - Spazi di Sobolev e Soluzioni Deboli (8 CFU)
- EP 1: Calcolo Stocastico (8 CFU)
- Geometria Algebrica (8 CFU)
- Geometria Complessa (8 CFU)
- High Dimensional Probability and Statistics (8 CFU)
- *Introduzione ai processi aleatori (8 CFU)
- Lingua inglese (5 CFU)
- *Machine Learning (9 CFU) - *mutuato da LM Informatica*
- Meccanica Analitica e Celeste (FM3) (8 CFU) - *fruito, per 6 CFU, da Celestial Mechanics and Dynamical Systems, LM Fisica*
- Meccanica Superiore 2 (8 CFU)
- Metodi Computazionali per Sistemi Hamiltoniani (8 CFU)
- Metodi di Ottimizzazione per Big Data (9 CFU) - *mutuato da LM Ingegneria Informatica e Ingegneria Automazione*
- *Progettazione di Sistemi Informatici (8 CFU)
- *Relativity and Cosmology (6 CFU) - *mutuato da LM Fisica*
- Statistical Learning and High Dimensional Data (8 CFU)
- Storia della Scienza (8 CFU)
- Storia delle Matematiche (8 CFU)
- *Web Mining and Retrieval (9 CFU) - *mutuato da "Deep Learning" LM Informatica*

(*) *se inserito nel piano di studio il corso deve far parte delle attività affini o a scelta dello studente.*

Ripartizione dell'offerta formativa dei settori MAT

SETTORE MAT/02: ALGEBRA

- Algebra Commutativa
- Teoria delle Rappresentazioni 2

SETTORE MAT/03: GEOMETRIA

- Complementi di Topologia Algebrica e Analisi Dati
- Geometria Algebrica
- Geometria Complessa
- Geometria Differenziale
- Introduzione alle Varietà Differenziabili
- Superfici di Riemann

SETTORE MAT/04: MATEMATICHE COMPLEMENTARI

- Laboratorio di Didattica della Matematica
- Storia della Scienza
- Storia delle Matematiche

SETTORE MAT/05: ANALISI MATEMATICA

- Algebre di Operatori
- Analisi Armonica
- CAM 1 - Teoria della Misura
- CAM 2 - Introduzione all'Analisi Funzionale
- Controllo, Dinamica ed Ottimizzazione 2
- EAM 1 - Teoria Spettrale
- EAM 2 - Spazi di Sobolev e Soluzioni Deboli

SETTORE MAT/06: PROBABILITÀ

- Complementi di Probabilità
- EP 1: Calcolo Stocastico
- High Dimensional Probability and Statistics
- Statistical Learning and High Dimensional Data

SETTORE MAT/07: FISICA MATEMATICA

- Meccanica Analitica e Celeste
- Metodi Computazionali per Sistemi Hamiltoniani
- Meccanica Superiore 2

SETTORE MAT/08: ANALISI NUMERICA

- CAN 1 - Modellizzazione Geometrica e Simulazione Numerica
- CAN 2 - Algebra Lineare Numerica con Applicazioni alle PDE e ai Big Data
- Elementi di Analisi Numerica
- Numerical Methods for Computer Graphics in Java

SETTORE MAT/09: RICERCA OPERATIVA

- Metodi di Ottimizzazione per Big Data
- Teoria dei Giochi e Progetto di Reti

Si veda anche la pagina della didattica erogata A.A. 2024/25.

Calendario 2024/25

Gli insegnamenti del primo semestre si terranno dal 30 settembre 2024 al 18 gennaio 2025. Quelli del secondo semestre dal 3 marzo 2025 al 7 giugno 2025. Il 13 settembre 2024 alle ore 10.00, in aula 11, si terrà un incontro con gli studenti nel quale i docenti illustreranno brevemente i programmi dei corsi opzionali.

Esami

Gli insegnamenti del primo semestre prevedono due appelli nella sessione estiva anticipata (gennaio-febbraio), due appelli nella sessione estiva (giugno-luglio) e due in quella autunnale (settembre). I corsi del secondo semestre prevedono due appelli nella sessione estiva, due in quella autunnale e due in quella invernale. Il calendario degli esami è pubblicato nella sezione apposita del sito web del Corso di Studio.

Valutazione

Il punteggio della prova d'esame è attribuito mediante un voto espresso in trentesimi. La prova di esame sarà valutata secondo i seguenti criteri: Non idoneo: importanti carenze e/o inaccuratezza nella conoscenza e comprensione degli argomenti; limitate capacità di analisi e sintesi.
18-20: conoscenza e comprensione degli argomenti appena sufficiente con possibili imperfezioni; capacità di analisi sintesi e autonomia di giudizio sufficienti.
21-23: conoscenza e comprensione degli argomenti routinaria; capacità di analisi e sintesi corrette con argomentazione logica coerente.
24-26: discreta conoscenza e comprensione degli argomenti; buone capacità di analisi e sintesi con argomentazioni espresse in modo rigoroso.
27-29: conoscenza e comprensione degli argomenti completa; notevoli capacità di analisi, sintesi. buona autonomia di giudizio.
30-30: ottimo livello di conoscenza e comprensione degli argomenti. notevoli capacità di analisi e di sintesi e di autonomia di giudizio. Argomentazioni espresse in modo originale.

Piani di studio

Di norma entro il mese di novembre del primo anno di corso, lo studente presenta al Consiglio di Dipartimento una proposta di piano di studio. Il Consiglio valuterà entro il mese di dicembre il piano di studio proposto. Qualora l'iscrizione alla laurea magistrale avvenga in un periodo diverso dell'anno, s'intende che il piano di studio va presentato entro un mese dall'iscrizione e che il Consiglio è tenuto a valutarlo entro il mese successivo. I piani di studio vengono preventivamente valutati dalla Commissione Pratiche Studenti che verifica la loro coerenza con gli obiettivi formativi. Il piano di studio non può comprendere insegnamenti i cui programmi siano stati già svolti in insegnamenti relativi al conseguimento dei 180 CFU della laurea triennale. A tal proposito si consulti la pagina dedicata alle modalità e alle regole per la presentazione del piano di studio, ove è anche riportata un'ampia scelta di piani di studio consigliati.

Prova finale

La prova finale per il conseguimento della laurea magistrale richiede la stesura di una tesi elaborata in modo originale dallo studente, comprendente la redazione di un documento scritto (eventualmente anche in lingua inglese) e una prova seminariale conclusiva. La scelta dell'argomento della tesi deve essere concordata con un docente scelto dallo studente, che svolge le funzioni di relatore. La tesi dovrà evidenziare nei suoi contenuti la maturità culturale del laureando in un'area disciplinare attinente alla sua formazione curriculare. La prova finale verrà valutata in base alla originalità dei risultati, alla padronanza dell'argomento, all'autonomia e alle capacità espositiva e di ricerca bibliografica mostrate dal candidato. A tal proposito si consulti la pagina dedicata alle modalità e alle regole della prova finale.

Modalità e requisiti di ammissione

Per essere ammessi al Corso di laurea magistrale in Matematica Pura ed Applicata occorre essere in possesso della laurea o del diploma universitario di durata triennale, ovvero di un altro titolo di studio conseguito all'estero riconosciuto idoneo. Sono inoltre richiesti specifici requisiti curriculari, caratteristici delle lauree in discipline matematiche. La natura interdisciplinare della matematica rende possibile anche a studenti che abbiano conseguito la laurea in altri settori di accedere alla laurea magistrale in Matematica Pura ed Applicata, purché in possesso dei suddetti requisiti e di un'adeguata preparazione personale.

Per accedere al Corso di laurea magistrale in Matematica Pura ed Applicata è necessario che i laureati siano in possesso dei requisiti curriculari elencati in almeno uno dei due seguenti punti:

- possesso di una laurea nella classe L-35 (DM 270/2004) provenienti da qualsiasi ateneo italiano (o di studenti in possesso di analogo titolo di studio estero);
- almeno 24 CFU conseguiti complessivamente nei settori da MAT/01 a MAT/09.

Tutti gli studenti che intendano immatricolarsi al Corso di laurea magistrale in Matematica Pura ed Applicata devono presentare la richiesta secondo le modalità previste dall'Ateneo. Le domande pervenute saranno esaminate dal Coordinatore del Corso di Studio, con l'ausilio dalla Commissione Pratiche Studenti.

La verifica della preparazione personale avviene tramite l'analisi del curriculum, dei programmi degli esami sostenuti e delle votazioni ottenute durante gli studi pregressi e può, eventualmente, richiedere un colloquio. Sono accolte senza ulteriore verifica le domande di tutti i candidati che abbiano conseguito la laurea nella classe L-35, con almeno 6 CFU nel settore MAT/02 e con una votazione pari o superiore a 80/110.

A seguito della valutazione, potrà essere richiesto di includere nel piano di studi uno o più corsi appositamente organizzati in base al curriculum personale dello studente. In particolare, potrà essere richiesto l'inserimento, nel piano di studio della laurea magistrale, di uno o più insegnamenti della laurea triennale in matematica per un massimo di 24 CFU.

Si invitano gli interessati a richiedere un parere preventivo ed informale da parte della Commissione Pratiche Studenti scrivendo a `dida@mat.uniroma2.it` e allegando il proprio curriculum studiorum con elenco degli esami sostenuti, completo di crediti formativi, settori disciplinari e programmi relativi. Si veda anche la sezione apposita del sito web del Corso di Studio.

Trasferimenti

Gli studenti che intendono trasferirsi al Corso di laurea magistrale in Matematica Pura ed Applicata possono richiedere un parere preventivo ed informale da parte della Commissione Pratiche Studenti scrivendo a `dida@mat.uniroma2.it` e allegando il proprio curriculum studiorum con elenco degli esami sostenuti, completo di crediti formativi, settori disciplinari e programmi relativi. Se lo studente ottiene un parere positivo dovrà seguire le modalità previste dall'Ateneo per i trasferimenti.
Gli studenti che si trasferiscono al Corso di laurea magistrale in Matematica Pura ed Applicata provenendo da altri corsi di laurea magistrale, possono chiedere il riconoscimento dei crediti relativi ad esami sostenuti nel corso di studi d'origine. Il Consiglio valuterà di volta in volta le singole richieste. Si veda anche la sezione apposita del sito web del Corso di Studio.

Percorso di Eccellenza

Per il Corso di laurea magistrale in Matematica Pura ed Applicata è attivo presso il Dipartimento di Matematica dell'Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" un Percorso di Eccellenza con lo scopo di valorizzare la formazione degli studenti meritevoli ed interessati ad attività di approfondimento su tematiche di interesse per la Matematica Pura ed Applicata. Il Percorso di Eccellenza, per un totale di 10 crediti formativi aggiuntivi, prevede la partecipazione ad attività formative aggiuntive a quelle del corso di studio, costituite da approfondimenti, attività seminariali, o dalla partecipazione a corsi esterni, secondo un programma che verrà personalizzato e concordato con ogni singolo studente. Lo studente che abbia ottenuto l'accesso al Percorso di Eccellenza viene affidato dalla Commissione Pratiche Studenti ad un docente tutor che ne segue il percorso e collabora alla organizzazione delle attività concordate con lo studente. Lo studente può consultare le modalità e i requisiti per l'accesso sulla pagina dedicata.

Percorsi abilitanti per l'insegnamento

Gli studenti interessati all'insegnamento della Matematica possono partecipare ai bandi relativi ai percorsi formativi iniziali per docenti 60 CFU (D.P.C.M. 4 agosto 2023), completando la prova finale della Laurea Magistrale prima della prova finale del percorso. Per maggiori informazioni è possibile consultare il sito dedicato.

Vita pratica

La maggior parte delle informazioni è riportata nel sito web del Corso di Studi. Informazioni si possono anche ottenere per posta elettronica (`dida@mat.uniroma2.it`), oppure rivolgendosi alla segreteria didattica, Cristiano Di Meo, tel. 06 72594685 (`dimeo@mat.uniroma2.it`).

Modalità di erogazione della didattica

La didattica si svolge in **presenza e la frequenza è fortemente consigliata**. Come supporto alla didattica, per la larga maggioranza degli insegnamenti, i docenti sono disponibili ad utilizzare le classi virtuali Teams per scambio di materiale, contatti con gli studenti, ricevimento e altro. Inoltre, alcuni docenti sono anche disponibili, su motivata richiesta degli studenti e subordinatamente alla disponibilità di strumenti adeguati ed efficienti, ad effettuare streaming e/o registrazione delle lezioni. Si ribadisce tuttavia che **lo streaming e/o la registrazione delle lezioni possono essere intesi unicamente come supporto collaterale alla didattica svolta in aula e non possono in alcun modo essere considerati come sostituto sistematico per essa.**

Programmi dei corsi

ALGEBRA COMMUTATIVA

1° semestre

8 CFU – settore MAT/02 – 64 ore di lezione in aula

Docente: F. Viviani

Programma: Anelli Commutativi e Moduli. Ideali primi: spettro, teorema degli zeri di Hilbert, decomposizione primaria. Proprietà di estensioni di anelli: piattezza, completamento, estensioni integrali. Valutazioni: anelli di valutazione discreta, domini di Dedekind e di Krull. Anelli graduati. Teoria della Dimensione. Teoria della profondità: anelli di Cohen-Macaualy e di Gorenstein. Anelli Normali e Regolari. Estensioni piatte: criteri locali, fibre di morfismi piatti, piattezza generica. Liscezza: derivazioni e differenziali. Anelli di Nagata e Eccellenti.

Obiettivi di apprendimento: Approfondire lo studio degli Anelli Commutativi.

Testi consigliati:
M. F. Atiyah, I. G. MacDonald: *Introduction to Commutative Algebra*, Addison-Wesley, 1969
H. Matsumura: *Commutative Algebra*, 2nd Edition, Benjamin, 1980
N. Bourbaki: *Elements of Mathematics: Commutative Algebra*, Chapters 1-7, Springer-Verlag, 1989
A. J. de Jong: *The Stacks Project: Commutative Algebra*, Columbia University, NY

Modalità di esame: Prova orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

Program: Commutative Rings and Modules. Prime ideals: spectrum, Hilbert nullstellensatz, primary decomposition. Propertied of extensions of rings: flatness, completion, integral extensions. Valuation: discrete valuation rings, Dedekind and Krull domains. Graded rings. Dimension Theory. Depth Theory: Cohen-Macaualy and Gorenstein rings. Normal and Regular rings. Flat extensions: local criteria, fibers of flat morphism, generic flatness. Smoothness: derivations and differentials. Nagata and Excellent rings.

Learning objectives: Deepen the study of Commutative Rings.

Text books:
M. F. Atiyah, I. G. MacDonald: *Introduction to Commutative Algebra*, Addison-Wesley, 1969
H. Matsumura: *Commutative Algebra*, 2nd Edition, Benjamin, 1980
N. Bourbaki: *Elements of Mathematics: Commutative Algebra*, Chapters 1-7, Springer-Verlag, 1989
A. J. de Jong: *The Stacks Project: Commutative Algebra*, Columbia University, NY

Exam mode: Oral exam.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

ALGEBRE DI OPERATORI

1° semestre

8 CFU – settore MAT/05 – 64 ore di lezione in aula

Docente: F. Fidaleo

Programma: 1. Algebre di Banach e C^*-algebre. 2. Spettro e Risolvente. 3. Funzionali positivi, rappresentazione di Gelfand-Naimark-Segal, teorema di Gelfand-Naimark. 4. Algebre abeliane, trasformata di Gelfand, teorema di Gelfand. 5. Algebre di von Neumann, teorema di von Neumann. W^*-algebre, teorema di Sakai. 6. Classificazione delle proiezioni, W^*-algebre di tipo I, II e III. 7. Elementi di teoria modulare, teorema di Tomita. 8. Rappresentazione standard. 9. Stati di Kubo-Martin-Schwinger, applicazioni alla meccanica statistica quantistica (cenni).

Obiettivi di apprendimento: Nonostante la vastità e la complessità delle potenziali tematiche, il corso in questione si prefigge di fornire importanti nozioni basilari sulla tematica in rapido sviluppo delle cosiddette “Algebre di Operatori”, materia quest’ultima in rapido sviluppo e suscettibile di svariate applicazioni. Lo scopo primario del corso sarà quindi quello di presentare nella maniera più semplice possibile, senza comunque tralasciare del tutto i risvolti tecnici, le problematiche coinvolte in questa affascinante materia. La parte finale del corso sarà dedicata (tempo permettendo) a descrivere alcune stimolanti applicazioni a campi della matematica e della fisica quantistica.

Testi consigliati:
M. Takesaki: *Theory of Operator Algebras I*, Springer, 1979 (relativamente ai punti 1–5)
S. Stratila, L. Zsido: *Lectures on von Neumann Algebras*, 2nd Edition, Cambridge University Press, 2019 (relativamente ai punti 6–8)
S. Stratila: *Modular Theory in Operator Algebras*, Cambridge University Press, 1981 (relativamente ai punti 7–9)
O. Bratteli, D. W. Robinson: *Operator Algebras and Quantum Statistical Mechanics, I, II*, Springer, 1987 (relativamente ai punti 7 e 9)
Materiale messo a disposizione del docente

Modalità di esame: Esame orale.

In presenza di studenti stranieri l’insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

Program: 1. Banach algebras and C^*-algebras. 2. Spectrum and Resolvent. 3. Positive functionals, Gelfand-Naimark-Segal representation, Gelfand-Naimark theorem. 4. Abelian algebras, Gelfand transformation, Gelfand theorem. 5. von Neumann algebras, von Neuman theorem. W^*-algebras, Sakai theorem. 6. Classification of projections, type I, II and III W^*-algebras. 7. Modular theory, Tomita theorem. 8. The standard representation. 9. Kubo-Martin-Schwinger states, applications to quantum statistical mechanics (outlook).

Learning objectives: Despite wideness and complexity of the topic, the objective of the course under consideration is to provide some relevant argument of the topic “Operator Algebras”. The primary aim of the course is to present the involved tools in the simplest possible way, but without missing the relevant technical details. Time permitting, the final part of the course shall provide some of the stimulating applications to other branches of mathematics, and quantum physics.

Text books:
M. Takesaki: *Theory of Operator Algebras I*, Springer, 1979 (for items 1–5)
S. Stratila, L. Zsido: *Lectures on von Neumann Algebras*, 2nd Edition, Cambridge University Press, 2019 (for items 6–8)
S. Stratila: *Modular Theory in Operator Algebras*, Cambridge University Press, 1981 (for items 7–9)

O. Bratteli, D. W. Robinson: *Operator Algebras and Quantum Statistical Mechanics, I, II*, Springer, 1987 (for items 7 and 9)
Slides provided by the teacher

Exam mode: Oral exam.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

ANALISI ARMONICA

1° semestre

8 CFU – settore MAT/05 – 64 ore di lezione in aula

Docente: F. Radulescu

Programma: Introduzione all'analisi armonica classica: serie di Fourier, trasformata di Fourier, distribuzioni, analisi di Fourier su gruppi, etc. Applicazioni ed argomenti più avanzati, sulla base degli interessi degli studenti.

Obiettivi di apprendimento: Il corso si propone di illustrare i concetti fondamentali dell'analisi armonica classica e moderna, e le sue diverse applicazioni. L'obiettivo è quello di rendere lo studente capace di elaborare tali concetti in maniera critica e di acquisire le conoscenze necessarie per risolvere con rigore i problemi proposti.

Testi consigliati:
Y. Katznelson: *An Introduction to Harmonic Analysis*, Cambridge University Press, 2004
M. Picardello: *Analisi Armonica: Aspetti Classici e Numerici*, dispense disponibili on-line
E. Stein, R. Shakarchi: *Fourier Analysis*, Princeton University Press, 2007

Modalità di esame: L'esame consiste in un prova orale in cui il/la candidato/a dovrà dimostrare di saper esporre con competenza e rigore le nozioni apprese ed, eventualmente, di essere in grado di elaborarle in maniera originale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

Program: Introduction to classical harmonic analysis: Fourier series, Fourier transform, distributions, Fourier analysis on groups, etc. Applications and more advanced topics, based on the interests of the students.

Learning objectives: The course aims to illustrate the fundamental concepts of classical and modern harmonic analysis, and its various applications. The goal is to enable the student to process these concepts critically and acquire the necessary knowledge to rigorously solve the proposed problems.

Text books:
Y. Katznelson: *An Introduction to Harmonic Analysis*, Cambridge University Press, 2004
M. Picardello: *Analisi Armonica: Aspetti Classici e Numerici*, dispense disponibili on-line
E. Stein, R. Shakarchi: *Fourier Analysis*, Princeton University Press, 2007

Exam mode: The exam consists of an oral test in which the candidate must demonstrate his/her ability to present the concepts learned with competence and rigor, and, possibly, to be able to develop them in an original way.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

ANALISI DI RETI

1° semestre

9 CFU – settore INF/01 – 72 ore di lezione in aula

Docente: M. Di Ianni (codocente: L. Gualà)

Programma: 1. Modelli generativi di grafi aleatori e loro rilevanza nella rappresentazione di reti: modello di Erdos-Renyi, modello basato sul fenomeno rich-get-richer (popolarità come effetto rete), grafi geometrici aleatori, modelli per lo Small-world e ricerca decentralizzata (modelli e analisi). 2. Teoria dei grafi e delle reti sociali: chiusura triadica, collegamenti forti e deboli, comunità, partizionamenti in comunità, indici di centralità e metodo di Girvan-Newman. 3. Dinamiche nelle reti: modelli di diffusione, cascate e cluster, capacità di cascata, herding e cascate informative 4. Comportamento aggregato e sistemi di voto. 5. Reti di Informazione: il World Wide Web, Link analysis e ricerca nel Web, il problema del Ranking, Hubs e Authorities, il PageRank.

Obiettivi di apprendimento: Acquisizione di competenze relative ad analisi e soluzione di problemi connessi alla progettazione e alla gestione di reti complesse.

Testi consigliati:
D. Easley, J. Kleinberg: *Networks, Crowds, and Markets: Reasoning about a Highly Connected World*, Cambridge University Press, 2010
Dispense a cura del docente disponibili sul sito del corso.

Modalità di esame: Esame orale. La prova orale, talvolta implementata in forma di seminario, è volta a verificare conoscenze e proprietà di linguaggio dello studente, stimolandone le capacità comunicative.

Program: 1. Random graphs generative models and their relevance in representing networks: Erdos-Renyi model, Rich-get-richer phenomenon based model, geometric random graphs, modelling the Small-world phenomenon. 2. Graph Theory and Social Networks: Triadic Closure, Strong and Weak Ties, Communities, graph partitioning, centrality indices, betweenness measures Girvan-Newman method. 3. Network Dynamics. Diffusion, cascades, clusters, cascade capacity, herding and information Cascades. 4. Aggregate behavior and voting systems. 5. Information networks: the World Wide Web, Link analysis and Web search, the Ranking problem, Hubs and Authorities, PageRank.

Learning objectives: Acquiring competence related to analysis and solution of problems about design and management of complex networks.

Text books:
D. Easley, J. Kleinberg: *Networks, Crowds, and Markets: Reasoning about a Highly Connected World*, Cambridge University Press, 2010
Lecture notes by the teacher available on the web page of the course.

Exam mode: Oral exam. The oral test, sometimes in the form of a seminar, aims to check students' knowledge and language properties stimulating, meanwhile, their communication capabilities.

CAM 1 - TEORIA DELLA MISURA

1° semestre

6 CFU – settore MAT/05 – 60 ore di lezione in aula

Docente: A. Sorrentino

Programma: 1. Cardinalità. Concetti generali sulla cardinalità. Teorema di Cantor-Bernstein. Cardinalità del continuo. Esempi. 2. Teoria generale della misura. Algebre e σ-algebre. Funzioni additive e σ-additive di insieme. Misure, misure finite e σ-finite, misure complete. Spazi misurabili e spazi di misura. Limite superiore e limite inferiore di insiemi, e relazione con la misura. Classi monotone e teorema di estensione di Halmos. Misure esterne, estensione a una σ-algebra di funzioni σ-additive su un'algebra, teorema di Carathéodory. Misure di Borel e di Radon. Misura di Lebesgue in $\mathbb{R}$ e in $\mathbb{R}^N$. Insiemi boreliani e insiemi Lebesgue misurabili. Invarianza per traslazione e per rotazione. Cubi diadici e aperti visti come unione di cubi diadici. Insieme di Cantor (a livello di esercizi). Proprietà di regolarità delle misure di Radon. 3. Funzioni misurabili. Funzioni misurabili e funzioni di Borel. Caratterizzazioni delle funzioni misurabili a valori reali o a valori reali estesi. Relazione tra misurabilità e continuità. Lo spazio delle funzioni misurabili è chiuso rispetto a somma, prodotto, massimo, minimo, sup e inf numerabili, massimo e minimo limite. Funzioni semplici. Ogni funzione misurabile nonnegativa è limite crescente di funzioni semplici. Convergenza quasi ovunque, quasi uniforme e in misura, e relazioni tra di loro. Teorema di Lusin. 4. Integrazione. Integrale di funzioni semplici nonnegative. Integrale di funzioni misurabili nonnegative. Integrali di funzioni misurabili. Funzioni integrabili e sommabili. Le funzioni sommabili sono finite quasi ovunque. Principali proprietà dell'integrale: linearità, integrale del modulo e modulo dell'integrale, crescenza dell'integrale rispetto alla funzione integranda, integrali di funzioni coincidenti quasi ovunque, una funzione misurabile non-negativa ha integrale 0 se e solo se è nulla quasi ovunque. Assoluta continuità dell'integrale. Teoremi di passaggio al limite sotto il segno di integrale: Teorema di Beppo Levi, Lemma di Fatou, Teorema della convergenza dominata, e conseguenze. Continuità e derivata della funzione integrale, dipendente da un parametro. Esempi. 5. Spazi L^p. Spazi L^p per $1 \leq p < \infty$ e per $p = \infty$. Loro completezza. Teorema di Riesz-Fischer. Disuguaglianze di Hölder e Minkowski e conseguenze. Relazione tra norma L^p e norma L^∞ (senza dimostrazione). La convergenza in L^p implica la convergenza in misura. Separabilità degli spazi L^p e densità delle funzioni continue a supporto compatto in L^p quando $p < \infty$. 6. Misure prodotto. σ-algebra prodotto. Misure prodotto e σ-algebre n prodotto in $\mathbb{R}$. Teoremi di Tonelli e di Fubini. 7. Funzioni assolutamente continue e a variazione limitata.

Le funzioni monotone sono misurabili. Le funzioni monotone hanno al massimo un insieme numerabile di punti di discontinuità. Una funzione monotona è derivabile quasi ovunque (dimostrazione facoltativa). Variazione totale di funzioni a valori reali e funzioni a variazione limitata. Principali proprietà della variazione totale e delle funzioni a variazione limitata. Le funzioni a variazione limitata costituiscono uno spazio vettoriale e sono esattamente le funzioni differenza di due funzioni crescenti. Funzioni assolutamente continue. Le funzioni assolutamente continue sono a variazione limitata, ma non vale il viceversa. Le funzioni assolutamente continue costituiscono uno spazio vettoriale. Relazione tra funzioni assolutamente continue e funzioni integrali di funzioni L^1. Una funzione assolutamente continua con derivata nulla quasi ovunque è costante (senza dimostrazione). Teorema fondamentale e formula fondamentale del calcolo integrale per funzioni assolutamente continue e versione corrispondente per funzioni a variazione limitata.

Obiettivi di apprendimento: Teoria della misura.

Testi consigliati:
P. Cannarsa, T. D'Aprile: *Introduzione alla Teoria della Misura e all'Analisi Funzionale*, Springer, 2008

Modalità di esame: Prova scritta e orale.

Bibliografia di riferimento:
G. B. Folland: *Real Analysis*, Wiley, 1999
P. R. Halmos: *Measure Theory*, Springer, 1974
H. Royden: *Real Analysis*, Pearson, 1988
W. Rudin: *Real and Complex Analysis*, McGraw Hill, 1983
T. Tao: *An Introduction to Measure Theory*, AMS, 2010

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

Program: 1. Cardinality. General concepts on cardinality. General properties. Cantor-Bernstein theorem. Cardinality of the continuum. Examples. 2. General measure theory. Algebras and σ-algebras. Additive and σ-additive functions of sets. Measures, finite and σ-finite measures, complete measures. Measurable spaces and spaces of measure. Upper limit and lower limit of sets, and relationship with the measure. Classes monotone and Halmos extension theorem. External measures, extension to a σ-algebra of σ-additive functions on an algebra, Carathéodory theorem. Borel measures and Radon measures. Lebesgue measure in $\mathbb{R}$ and in $\mathbb{R}^N$. Borelian sets and measurable Lebesgue sets. Invariance under translation and under rotation. Dyadic and open cubes seen as union of dyadic cubes. Cantor set (at the level of exercises). Regularity property of Radon measurements. 3. Measurable functions. Measurable functions and Borel functions. Characterizations of measurable real-valued or extended real-valued functions. Relationship between measurability and continuity. The space of measurable functions is closed under sum, product, maximum, minimum, sup and inf countable, maximum and minimum limit. Simple functions. Every nonnegative measurable function is an increasing limit of simple functions. Convergence almost everywhere, almost uniformly and to an extent, and relations between them. Theorem of Lusin. 4. Integration. Integral of simple nonnegative functions. Integral of measurable functions nonnegative. Integrals of measurable functions. Integrable and summable functions. The summable functions ended up almost everywhere. Main properties of the integral: linearity, integral of the modulus and modulus of the integral, growth of the integral with respect to the integrand function, integrals of functions coinciding almost everywhere, a function non-negative measurable has integral 0 if and only if it is zero almost everywhere. Absolute continuity of the integral. Theorems of passage to the limit under the integral sign: Beppo Levi's theorem, Fatou's lemma, dominated convergence theorem, and consequences. Continuity and derivative of the integral function, dependent on a parameter. Examples. 5. L^p spaces. L^p spaces for $1 \leq p < \infty$ and for $p = \infty$. Their completeness. Riesz-Fischer theorem. Hölder and Minkowski inequalities and consequences. Relationship between norm L^p and norm L^∞ (without proof). Convergence in L^p implies convergence in measure. Separability of spaces L^p and density of continuous functions with compact support in L^p when $p < \infty$. 6. Product measurements. σ-algebra product. Product measures. Product measures and σ-algebras n produced in $\mathbb{R}$. Tonelli's and Fubini's theorems. 7. Absolutely continuous and limited variation functions. The monotonic functions are measurable. Monotonic functions have at most one countable set of points of discontinuity. A monotonic function is differentiable almost everywhere (proof optional). Total variation of real-valued functions and functions with limited variation. Main properties of the total variation and of functions with limited variation. Functions with bounded variation constitute a vector space and are exactly the functions difference of two increasing functions. Absolutely continuous functions. Functions absolutely continuous are of limited variation, but the converse is not true. Functions absolutely continuous constitute a vector space. Relationship between functions continuously and integral functions of functions L^1. A function absolutely continuous with zero derivative almost everywhere is constant (without proof). Theorem fundamental and fundamental formula of integral calculus for absolutely continuous functions and corresponding version for functions with limited variation.

Learning objectives: Measure Theory.

Text books:
P. Cannarsa, T. D'Aprile: *Introduzione alla Teoria della Misura e all'Analisi Funzionale*, Springer, 2008

Exam mode: Written and oral exam.

Reference bibliography:
G. B. Folland: *Real Analysis*, Wiley, 1999
P. R. Halmos: *Measure Theory*, Springer, 1974
H. Royden: *Real Analysis*, Pearson, 1988
W. Rudin: *Real and Complex Analysis*, McGraw Hill, 1983
T. Tao: *An Introduction to Measure Theory*, AMS, 2010

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

CAM 2 - INTRODUZIONE ALL'ANALISI FUNZIONALE

2° semestre

6 CFU – settore MAT/05 – 60 ore di lezione in aula

Docente: S. Carpi

Programma: SPAZI DI BANACH. Definizioni ed esempi. Operatori limitati su uno spazio normato. Spazio duale. Teorema di Hahn-Banach e conseguenze. Lemma di Baire. Principio dell'uniforme limitatezza. Teorema dell'applicazione aperta e teorema del grafico chiuso. Operatore aggiunto. TOPOLOGIE DEBOLI. Topologia debole e topologia star-debole. Teorema di Banach-Alaoglu. Spazi riflessivi. Esempi. SPAZI DI HILBERT. Basi ortonormali ed esempi. Sistema trigonometrico e serie di Fourier in $L^2(T)$. Operatori limitati su uno spazio di Hilbert. TEORIA SPETTRALE E OPERATORI COMPATTI. Spettro di un operatore. Operatori compatti e teoria di Fredholm. Applicazioni ed esempi.

Obiettivi di apprendimento: Illustrare alcuni concetti di base dell'analisi funzionale. Gli studenti dovranno acquisire le conoscenze necessarie per la comprensione di alcuni risultati generali dell'analisi funzionale e per l'applicazione di alcuni metodi a problemi particolari.

Testi consigliati:
G. K. Pedersen: *Analysis Now*, Springer, 1989
M. Reed, B. Simon: *Methods of Modern Mathematical Physics. Vol. 1: Functional Analysis*, Academic Press, 1980

Modalità di esame: Risoluzione di esercizi, anche assegnati durante il corso. Esame scritto e orale. L'esame scritto è propedeutico all'esame orale, costituendone una premessa essenziale.

Bibliografia di riferimento:
H. Brezis: *Analisi Funzionale, Teoria e Applicazioni*, Liguori Editore, 1986
H. Brezis: *Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations*, Springer, 2010
W. Rudin: *Functional Analysis*, Mc Graw-Hill, 1991
J. B. Conway: *A Course in Functional Analysis*, Springer, 1990

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

Program: BANACH SPACES. Definitions and examples. Bounded Operators on normed spaces. Dual space. Hahn-Banach theorem and its main consequences. Baire's lemma. Uniform boundedness principle, open mapping theorem and closed graph theorem. Adjoint of an operator. WEAK TOPOLOGIES. Weak and weak*-topologies, Banach-Alaoglu theorem. Reflexive spaces. Examples. HILBERT SPACES. Orthonormal bases, examples, trigonometric system and Fourier series in $L^2(T)$. Bounded operators on Hilbert spaces. SPECTRAL THEORY AND COMPACT OPERATORS. Spectrum of an operator. Compact operators and Fredholm alternative. Spectral theorem for compact self-adjoint operators. Applications and examples.

Learning objectives: Explain some basic concepts of functional analysis. Students will have to acquire the necessary knowledge for the understanding of some general results of functional analysis and for the application of some methods to particular problems.

Text books:
G. K. Pedersen: *Analysis Now*, Springer, 1989
M. Reed, B. Simon: *Methods of Modern Mathematical Physics. Vol. 1: Functional Analysis*, Academic Press, 1980

Exam mode: Solving exercises, also assigned during the course. Written and oral exam. The written exam is an essential premise to the oral exam.

Reference bibliography:
H. Brezis: *Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations*, Springer, 2010
W. Rudin: *Functional Analysis*, Mc Graw-Hill, 1991
J. B. Conway: *A Course in Functional Analysis*, Springer, 1990

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

CAN 1 - MODELLIZZAZIONE GEOMETRICA E SIMULAZIONE NUMERICA

1° semestre

8 CFU – settore MAT/08 – 64 ore di lezione in aula

Docente: C. Manni (codocente: H. Speleers)

Programma: Il corso fornisce un'introduzione alla costruzione ed alle proprietà delle funzioni spline nonché al loro utilizzo nell'ambito della grafica computerizzata, della progettazione e del trattamento numerico di equazioni differenziali alle derivate parziali. Polinomi di Bernstein e curve di Bézier. B-spline: costruzione, proprietà analitiche e geometriche. Curve e superfici B-spline. Curve e superfici NURBS. Proprietà di approssimazione di spazi spline. Trattamento di problemi ellittici multidimensionali: fondamenti del metodo degli elementi finiti e dell'analisi isogeometrica.

Obiettivi di apprendimento: L'insegnamento si propone di fornire le conoscenze di base a riguardo delle funzioni spline e di alcune loro applicazioni salienti. Al termine dell'insegnamento, lo studente conoscerà le principali proprietà delle funzioni splines, della base B-spline e i principali aspetti delle loro applicazioni nell'ambito del free-form design, dell'approssimazione di funzioni e della soluzione di equazioni alle derivate parziali.

Testi consigliati:
C. Manni, H. Speleers: *Standard and Non-Standard CAGD Tools for Isogeometric Analysis: A Tutorial*, Springer Lecture Notes in Mathematics 2161, pp. 1–69, 2016
T. Lyche, C. Manni, H. Speleers (eds.): *Splines and PDEs: from Approximation Theory to Numerical Linear Algebra*, Springer Lecture Notes in Mathematics 2219, 2018

Modalità di esame: Prova orale. Nella prova orale lo studente dovrà dimostrare di saper illustrare, sia in modo sintetico che analitico, e con proprietà di linguaggio i fondamenti matematici dei metodi numerici presentati a lezione. Il punteggio della prova d'esame è attribuito mediante un voto espresso in trentesimi.

Bibliografia di riferimento:
C. de Boor: *A Practical Guide to Splines*, Springer, 2001
A. Quarteroni: *Numerical Models for Differential Problems*, Springer, 2009

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

Program: The course provides an introduction to the construction and properties of spline functions as well as their use in geometric modeling, approximation and numerical treatment of partial differential equations. Bernstein polynomials and Bézier curves. B-spline: construction, analytical and geometric properties. B-spline curves and surfaces. NURBS curves and surfaces. Approximation properties of spline spaces. Numerical treatment of multidimensional elliptic problems: fundamentals of the finite element method and isogeometric analysis.

Learning objectives: The course aims to provide basic knowledge about splines and some of their salient applications. At the end of the course, the student will know the main properties of splines functions, of the B-spline basis and the main aspects of their applications to free-form design, approximation of functions, and the numerical solution of partial differential equations.

Text books:
C. Manni, H. Speleers: *Standard and Non-Standard CAGD Tools for Isogeometric Analysis: A Tutorial*, Springer Lecture Notes in Mathematics 2161, pp. 1–69, 2016

T. Lyche, C. Manni, H. Speleers (eds.): *Splines and PDEs: from Approximation Theory to Numerical Linear Algebra*, Springer Lecture Notes in Mathematics 2219, 2018

Exam mode: Oral exam. In the oral exam the student has to prove to be able to illustrate with a proper language, both synthetically and analytically, the mathematical foundations of the numerical methods presented in class. The exam score is given by a mark expressed in thirtieths.

Reference bibliography:
C. de Boor: *A Practical Guide to Splines*, Springer, 2001
A. Quarteroni: *Numerical Models for Differential Problems*, Springer, 2009

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

CAN 2 - ALGEBRA LINEARE NUMERICA CON APPLICAZIONI ALLE PDE E AI BIG DATA

2° semestre

8 CFU – settore MAT/08 – 64 ore di lezione in aula

Docente: D. Bertaccini

Programma: Nozioni di analisi dell'errore. Matrici sparse, calcolo parallelo e acceleratori hardware. Tecniche di proiezione. Algoritmi di proiezione in sottospazi di Krylov: CG e GMRES. BiCG, CGS, BiCGStab. Flexible GMRES (FGMRES). Precondizionatori a fattorizzazione incompleta. Precondizionatori per alcuni sistemi strutturati. Nozioni di funzioni di matrici. Calcolo efficiente di funzioni di matrici. Applicazione all'integrazione di modelli di PDE e big data. Grafi e matrici nella complex network analysis. Matrici di adiacenza, laplaciana, di incidenza. Misure di centralità e importanza dei dati. Cenni all'evoluzione e alla robustezza di una rete complessa con applicazioni alla social network analysis, reti biologiche, in finanza, nelle reti di comunicazione, internet e trasporti, negli algoritmi di consenso.

Obiettivi di apprendimento: Il corso si propone di sviluppare competenze e conoscenze avanzate di Analisi Numerica, in particolare lo studio di metodi iterativi orientati alla risoluzione di sistemi lineari di grandi dimensioni e applicazioni a problematiche di big data con particolare riguardo ad indici di centralità.

Testi consigliati:
D. Bertaccini, F. Durastante: *Iterative Methods and Preconditioning for Large and Sparse Linear Systems with Applications*, CRC, 2018

Modalità di esame: Seminario su un argomento monografico a scelta dello studente tra quelli del corso.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

Program: Notions of error analysis. Sparse matrices, parallel computing and hardware accelerators. Projection techniques: CG and GMRES. BiCG, CGS, BiCGStab, Flexible GMRES (FGMRES). Incomplete factoring preconditioners. Preconditioners for some structured systems. Notions of functions of matrices. Application to the integration of PDE and big data models. Graphs and matrices in complex network analysis. Adjacency, Laplacian, and incidence matrices. Measurements of centrality and importance of data. Evolution and robustness of a complex network with applications to social network analysis, biological networks, finance, communication networks, internet and transportations, in consensus algorithms.

Learning objectives: The course aims to develop advanced skills and knowledge of Numerical Analysis, in particular the study of iterative methods oriented to the resolution of large-scale linear systems and applications to big data problems with particular attention to centrality indices.

Text books:
D. Bertaccini, F. Durastante: *Iterative Methods and Preconditioning for Large and Sparse Linear Systems with Applications*, CRC, 2018

Exam mode: Seminar on a monographic topic chosen by the student on the topics of the course.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

CHIMICA GENERALE

1° semestre

8 CFU – settore CHIM/03 – 64 ore di lezione in aula

Docente: S. Piccirillo

Programma: La struttura dell'atomo. Sistema periodico degli elementi. Legame chimico (ionico, covalente, metallico). Forze intermolecolari e legame a idrogeno. Stato della materia. Rapporti ponderali nelle reazioni chimiche. Numero di ossidazione. Bilanciamento delle reazioni chimiche. Termodinamica. Funzioni di stato. Equilibri tra fasi. Equilibri chimici omogenei ed eterogenei. La costante di equilibrio termodinamico. Equilibri di solubilità. Dissociazione elettrolitica. Soluzioni e proprietà colligative. Equilibri acido-base in soluzione acquosa: pH, idrolisi, soluzioni tampone, indicatori. Sistemi ossidoriduttivi: potenziali elettrodici, pile, equazione di Nernst, elettrolisi, legge di Faraday.

Obiettivi di apprendimento: Il corso si propone di fornire allo studente le conoscenze di base della struttura della materia, del legame chimico e delle leggi che regolano le reazioni chimiche. Fornirà inoltre le conoscenze di base relative alle proprietà chimiche dei principali elementi del sistema periodico. Il corso ha quindi l'obiettivo di fornire allo studente gli strumenti per capire la materia e le trasformazioni chimiche che la coinvolgono ed è propedeutico a tutti i corsi di chimica degli anni successivi. Il corso si propone inoltre di introdurre gli studenti alla pratica di laboratorio, mediante la realizzazione di esperimenti per l'applicazione e la verifica dei concetti della chimica generale.

Testi consigliati:
I. Bertini, C. Luchinat, F. Mani: *Chimica*, Casa Editrice Ambrosiana, 2011
P. W. Atkins, L. Jones: *Chimica Generale*, Zanichelli, 1998

Modalità di esame: L'esame è articolato in una prova scritta con esercizi numerici e una prova orale. Sono previste anche due prove scritte in itinere facoltative. Se entrambe hanno esito positivo, possono, a discrezione del candidato, essere sostitutive della prova scritta.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

Program: Atomic structure. Periodic table of the elements. Chemical bonding (ionic, covalent, metallic). Intermolecular forces and hydrogen bonding. State of matter. Weight relations in chemical reactions. Oxidation number. Balance of chemical reactions. Thermodynamics. State functions. Equilibrium between phases. Homogeneous and heterogeneous chemical equilibria. The thermodynamic equilibrium constant. Solubility equilibria. Electrolytic dissociation. Solutions and colligative properties. Acid-base equilibria in aqueous solution: pH, hydrolysis, buffer solutions, indicators. Redox systems: electrode potentials, batteries, Nernst equation, electrolysis, Faraday's law.

Learning objectives: The course aims to provide the student with the basic knowledge of the structure of matter, of the chemical bond and of the laws that regulate chemical reactions. It will also provide the basic knowledge related to the chemical properties of the main elements of the periodic system. The course therefore aims to provide the student with the tools to understand matter and the chemical transformations and is a prerequisite for all the chemistry courses of the following years. The course also aims to introduce students to laboratory practice, by carrying out experiments for the application and verification of the concepts of general chemistry.

Text books:
I. Bertini, C. Luchinat, F. Mani: *Chimica*, Casa Editrice Ambrosiana, 2011
P. W. Atkins, L. Jones: *Chimica Generale*, Zanichelli, 1998

Exam mode: The exam is divided into a written test with numerical exercises and an oral test. There are also two optional written tests during the course. If both these tests are successfully passed, the student can choose to take only the oral examination.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

COMPLEMENTI DI FISICA

1° semestre

8 CFU – settore FIS/01 – 64 ore di lezione in aula

Docente: G. Dibitetto (codocente: R. Savelli)

Programma: Fondamenti della meccanica statistica classica. Teoria degli ensemble, funzioni termodinamiche, applicazioni elementari. Postulati della meccanica quantistica. Equazione di Schrödinger, barriere e buche di potenziale, effetto tunnel. Oscillatore armonico lineare. Momento angolare. Atomo di idrogeno. Spin. Teoria delle perturbazioni. Metodo variazionale. Struttura fine. Particelle identiche. Gas quantistici di Fermi-Dirac e Bose-Einstein e loro proprietà: gas di Fermi degenere, corpo nero, condensazione di Bose.

Obiettivi di apprendimento: Acquisizione di conoscenze di base di Fisica Moderna.

Testi consigliati: I testi saranno comunicati dal docente all'inizio del corso.

Modalità di esame: L'esame consiste in una prova orale tradizionale in cui lo studente verrà valutato in base alle risposte fornite a domande inerenti gli argomenti del corso.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

Program: Fundamentals of classical statistical mechanics. Ensemble theory, thermodynamics, elementary examples. The postulates of quantum mechanics. The Schroedinger equation, potential wells and barriers, tunnelling. The linear harmonic oscillator. Angular momentum. The hydrogen atom. Spin. Perturbation theory. The variational principle. Fine structure. Identical particles. Quantum gases, Fermi-Dirac and Bose-Einstein statistics. Degenerate Fermi gas, thermodynamics. Bose gas: black body, Bose condensation.

Learning objectives: To acquire a base knowledge of modern physics.

Text books: All the information will be given at the beginning of the course.

Exam mode: The exam consists of an oral interview, in which the student will be evaluated on the basis of their answers to questions about topics covered during the course.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

COMPLEMENTI DI PROBABILITÀ

1° semestre

8 CFU – settore MAT/06 – 64 ore di lezione in aula

Docente: B. Torti (codocente: A. Calzolari)

Programma: Richiami di teoria della misura. Spazi di probabilità astratti. Indipendenza. Legge 0-1 di Kolmogorov. Lemma di Borel-Cantelli. Convergenza quasi certa e in probabilità. Legge dei grandi numeri. Funzioni caratteristiche. Convergenza in legge. Aspettazione condizionale. Martingale a tempo discreto.

Obiettivi di apprendimento: Introdurre i fondamenti del Calcolo delle Probabilità tramite gli strumenti forniti dalla Teoria della Misura in modo da comprendere bene gli aspetti matematici della teoria.

Testi consigliati:
P. Baldi: *Probability: An Introduction Through Theory and Exercises*, Springer, 2023

Modalità di esame: L' esame finale è articolato in una prova scritta ed una prova orale. La prova scritta consiste nella risoluzione di esercizi e la prova orale verte sulle nozioni, i teoremi e le dimostrazioni visti a lezione.

Bibliografia di riferimento:
D. Williams: *Probability with Martingales*, Cambridge University Press, 1991
P. Billingsley: *Probability and Measure*, Wiley, 1976

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

Program: Hints on measure theory. Probability spaces. Independence. Kolmogorov's 0-1 law. Borel-Cantelli Lemma. Almost sure convergence and convergence in probability. Law of large numbers. Characteristic functions. Convergence in law. Conditional expectation. Martingales in discrete time.

Learning objectives: To introduce the fundamentals of Probability Calculus through the tools provided by the Measure Theory in order to better understand the mathematical aspects of the theory.

Text books:
P. Baldi: *Probability: An Introduction Through Theory and Exercises*, Springer, 2023

Exam mode: The final exam is divided into a written test and an oral test. The written test consists in solving exercises and the oral test focuses on the notions, theorems and proofs taught.

Reference bibliography:
D. Williams: *Probability with Martingales*, Cambridge University Press, 1991
P. Billingsley: *Probability and Measure*, Wiley, 1976

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

COMPLEMENTI DI TOPOLOGIA ALGEBRICA E ANALISI DI DATI

1° semestre

8 CFU – settore MAT/03 – 64 ore di lezione in aula

Docente: P. Salvatore

Programma: Complessi simpliciali. Complessi di catene. Gruppi di omologia. Sequenze esatte. Omologia persistente. Applicazioni all'analisi dati.

Obiettivi di apprendimento: Apprendimento delle nozioni di base di topologia algebrica e dell'analisi topologica dei dati.

Testi consigliati:
H. Edelsbrunner, J. L. Harer: *Computational Topology: An Introduction*, AMS, 2010

Modalità di esame: Esame orale.

Bibliografia di riferimento:
G. Carlsson: *Topology and Data*, Bulletin AMS Volume 46, Number 2, April 2009, pp. 255–308
P. Bubenik: *Pagina web su analisi topologica dei dati*, https://people.clas.ufl.edu/peterbubenik/intro-to-tda/
P. Dlotko: *Computational and Applied Topology, Tutorial*, https://arxiv.org/pdf/1807.08607, 2018

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

Program: Simplicial complexes. Chain complexes. Homology groups. Exact sequences. Persistent homology. Applications of topological data analysis.

Learning objectives: Learning basic notions of algebraic topology and topological data analysis.

Text books:
H. Edelsbrunner, J. L. Harer: *Computational Topology: An Introduction*, AMS, 2010

Exam mode: Oral exam.

Reference bibliography:
G. Carlsson: *Topology and Data*, Bulletin AMS Volume 46, Number 2, April 2009, pp. 255–308
P. Bubenik: *Pagina web su analisi topologica dei dati*, https://people.clas.ufl.edu/peterbubenik/intro-to-tda/
P. Dlotko: *Computational and Applied Topology, Tutorial*, https://arxiv.org/pdf/1807.08607, 2018

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

CONTROLLO, DINAMICA E OTTIMIZZAZIONE 2

1° semestre

8 CFU – settore MAT/05 – 64 ore di lezione in aula

Docente: P. Cannarsa

Programma: CONTROLLO DI EQUAZIONI DIFFERENZIALI ORDINARIE. Osservabilità e controllabilità di processi di controllo lineari a coefficienti costanti su spazi euclidei. EQUAZIONI DI EVOLUZIONE. 1. Semigruppi di operatori lineari e continui su spazi di Banach. Generatore infinitesimale. Teorema di Hille-Yosida. Comportamento asintotico. Soluzione del problema di Cauchy-Dirichlet per equazioni paraboliche del secondo ordine. 2. Operatori dissipativi e massimali dissipativi. Teoremi di Lumer-Phillips. Soluzione del problema di Cauchy-Dirichlet per equazioni iperboliche del secondo ordine. 3. Aggiunto di un operatore lineare nel caso Hilbertiano. Operatori simmetrici e autoaggiunti. Teorema di Stone. Applicazione all'equazione di Schrödinger. 4. Il problema di Cauchy non omogeneo. Il caso degli operatori autoaggiunti e dissipativi. CONTROLLO ADDITIVO DI EQUAZIONI DI EVOLUZIONE. 1. Nozioni di controllabilità e osservabilità per equazioni di evoluzione. 2. Controllabilità a zero con il metodo dei momenti. 3. Stime di Carleman per equazioni ellittiche e paraboliche. 4. Applicazione all'osservabilità. CONTROLLO BILINEARE DI EQUAZIONI DI EVOLUZIONE. 1. Buona positura dei sistemi di controllo bilineari. 2. Il risultato negativo di Ball-Marsden-Slemrod. 3. Controllabilità locale alle autosoluzioni. 4. Applicazione all'equazione di Fokker-Planck. MODELLI DI BILANCIO ENERGETICO IN CLIMATOLOGIA. 1. Il modello di bilancio energetico di Budyko-Ghil-Sellers in climatologia. 2. Buona positura. 3. Ricostruzione dell'irraggiamento solare. Modelli di bilancio energetico con risoluzione verticale: buona positura e comportamento asintotico.

Obiettivi di apprendimento: Acquisire metodologie teoriche e competenze computazionali sul controllo di equazioni ordinarie e a derivate parziali lineari, di tipo evolutivo, con attenzione ai modelli climatologici di bilancio energetico.

Testi consigliati:
P. Cannarsa: *Lecture notes on evolution equations*, dispense disponibili on-line
J. Zabczyk: *Mathematical Control Theory*, Birkhäuser, 1995

Modalità di esame: Prova orale nella quale il candidato dimostra di conoscere definizioni, teoremi, le dimostrazioni fondamentali (comunicate in precedenza), ed è in grado di usare le nozioni apprese combinandole se necessario in modo originale.

Bibliografia di riferimento:
P. Cannarsa, P. Martinez, J. Vancostenoble: *Global Carleman estimates for degenerate parabolic operators with applications*, Memoirs of the AMS, 2015
H. Kaper, H. Engler: *Mathematics & Climate*, SIAM, 2013

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

Program: CONTROL OF ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS. Observability and controllability of linear control processes with constant coefficients on Euclidean spaces. EVOLUTION EQUATIONS. 1. Semigroups of bounded linear operators on Banach spaces. Infinitesimal generator. The Hille-Yosida theorem. Asymptotic behaviour. Solution of the Cauchy-Dirichlet problem for second order linear parabolic equations. 2. Dissipative and maximal dissipative operators. Lumer-Phillips theorems. Solution of the Cauchy-Dirichlet problem for second order linear hyperbolic equations. 3. Hilbertian adjoint of a linear operator. Symmetric and self-adjoint operators. Stone's theorem. Application to Schrödinger's equation. 4. The nonhomogeneous Cauchy problem. ADDITIVE CONTROL OF EVOLUTION EQUATIONS. 1. Notions of controllability and observability for first order evolution equations. 2. Null controllability via the moment method. 3. Carleman estimates for second order elliptic and parabolic equations. 4. Application to observability. BILINEAR CONTROL OF EVOLUTION EQUATIONS. 1. Well-posedness for bilinear control systems. 2. The negative result by Ball-Marsden-Slemrod. 3. Local controllability to eigensolutions. 4. Application to the Fokker-Planck equation. ENERGY BALANCE CLIMATE MODELS. 1. The Budyko-Ghil-Sellers energy balance model in climatology. 2. Well posedness. 3. Reconstruction of the insolation function. 4. Energy balance models with vertical resolution: well-posedness and asymptotic behaviour.

Learning objectives: To acquire theoretical methods and computational skills for control of partial differential equations of evolutionary type.

Text books:
P. Cannarsa: *Lecture notes on evolution equations*, dispense disponibili on-line
J. Zabczyk: *Mathematical Control Theory*, Birkhäuser, 1995

Exam mode: Oral exam, in which the candidate has to show a good control of definitions, major results and some of their proofs.

Reference bibliography:
P. Cannarsa, P. Martinez, J. Vancostenoble: *Global Carleman estimates for degenerate parabolic operators with applications*, Memoirs of the AMS, 2015
H. Kaper, H. Engler: *Mathematics & Climate*, SIAM, 2013

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

EAM 1 - TEORIA SPETTRALE

2° semestre

8 CFU – settore MAT/05 – 64 ore di lezione in aula

Docente: D. Guido

Programma: Algebre di Banach. Ideali massimali. Calcolo funzionale analitico. Algebre di Banach commutative e trasformazione di Gelfand. C^*-algebre. Elementi positivi, e funzionali positivi. C^*-algebre commutative e teorema di Gelfand-Naimark. Calcolo funzionale continuo. Stati e rappresentazioni di una C^*-algebra. Rappresentazione GNS. Algebre di von Neumann. Teoremi di densità di von Neumann e di Kaplanski. Algebre abeliane massimali. Calcolo funzionale Boreliano. Il teorema spettrale per operatori autoaggiunti, limitati e illimitati.

Obiettivi di apprendimento: Apprendere alcune nozioni elementari delle algebre di operatori.

Testi consigliati:
J. B. Conway: *A Course in Functional Analysis*, Springer, 1990
G. K. Pedersen: *Analysis Now*, Springer, 1989
R. V. Kadison, J. R. Ringrose: *Fundamentals of the Theory of Operator Algebras*, Volume 1, AMS, 1997
W. Arveson: *A Short Course on Spectral Theory*, Springer, 2002
M. Reed, B. Simon: *Methods of Modern Mathematical Physics. Vol. 1: Functional Analysis*, Academic Press, 1980

Modalità di esame: Prova orale. Discussione dei principali risultati, e degli esercizi svolti durante il corso.

Bibliografia di riferimento:
M. Takesaki: *Theory of Operator Algebras I*, Springer, 1979
G. J. Murphy: *C^*-Algebras and Operator Theory*, Academic Press, 1990

Program: Banach algebras. Maximal ideals. Holomorphic functional calculus. Commutative Banach algebras and Gelfand transform. C^*-algebras. Positive elements and positive functionals. Commutative C^*-algebras and Gelfand-Naimark theorem. Continuous functional calculus. States and representations of a C^*-algebra. GNS representation. Von Neumann algebras. Von Neumann and Kaplanski density theorems. Maximal abelian von Neumann algebras. Borel functional calculus. Spectral theorem for self-adjoint operators, bounded and unbounded.

Learning objectives: To learn basic notions in the field of operator algebras.

Text books:
J. B. Conway: *A Course in Functional Analysis*, Springer, 1990
G. K. Pedersen: *Analysis Now*, Springer, 1989
R. V. Kadison, J. R. Ringrose: *Fundamentals of the Theory of Operator Algebras*, Volume 1, AMS, 1997
W. Arveson: *A Short Course on Spectral Theory*, Springer, 2002
M. Reed, B. Simon: *Methods of Modern Mathematical Physics. Vol. 1: Functional Analysis*, Academic Press, 1980

Exam mode: Oral exam. Each student will discuss the most important results presented during the lectures, and the exercises handed out along the lectures.

Reference bibliography:
M. Takesaki: *Theory of Operator Algebras I*, Springer, 1979
G. J. Murphy: *C^*-Algebras and Operator Theory*, Academic Press, 1990

EAM 2 - SPAZI DI SOBOLEV E SOLUZIONI DEBOLI

2° semestre

8 CFU – settore MAT/05 – 64 ore di lezione in aula

Docente: A. Braides

Programma: Teoremi di compattezza in spazi di funzioni. Derivate deboli e distribuzioni. Spazi di Sobolev e loro proprietà. Teoremi di immersione. Formulazione debole delle equazioni ellittiche e teoremi di esistenza in spazi di Sobolev. Applicazioni.

Obiettivi di apprendimento: Insegnare i metodi di base della teoria moderna delle equazioni differenziali alle derivate parziali, applicando gli strumenti dell'analisi funzionale e la formulazione debole delle equazioni in spazi di Sobolev.

Testi consigliati:
H. Brezis: *Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations*, Springer, 2010
L. C. Evans: *Partial Differential Equations*, AMS, 2010

Modalità di esame: Prova orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

Program: Compactness theorems in function spaces. Weak derivatives and distributions. Sobolev spaces and their basic properties. Embedding theorems. Weak formulation of elliptic equations and existence theorems in Sobolev spaces. Applications.

Learning objectives: Teaching the basic methods of the modern theory of partial differential equations, by using the tools of functional analysis and the weak formulation of the equations in Sobolev spaces.

Text books:
H. Brezis: *Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations*, Springer, 2010
L. C. Evans: *Partial Differential Equations*, AMS, 2010

Exam mode: Oral exam.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

ELEMENTI DI ANALISI NUMERICA

1° semestre

8 CFU – settore MAT/08 – 64 ore di lezione in aula

Docente: C. Di Fiore

Programma: Polinomi di Bernoulli, formula di Eulero-Maclaurin, metodi numerici per il calcolo degli autovalori e degli autovettori di matrici, metodo delle potenze, teoria di Perron-Frobenius, l'importanza dei nodi nei grafi orientati (page-rank), metodi di tipo differenze finite per la risoluzione di problemi differenziali e/o migliore approssimazione di una matrice in algebre di bassa complessità.

Obiettivi di apprendimento: Approfondire alcuni argomenti specifici della Matematica Numerica.

Testi consigliati: Appunti del docente e di ex-studenti.

Modalità di esame: Prova scritta e orale.

Bibliografia di riferimento:
D. Bertaccini, C. Di Fiore, P. Zellini: *Complessità e Iterazione - Percorsi, Matrici e Algoritmi Veloci nel Calcolo Numerico*, Bollati Boringhieri, 2013
R. S. Varga: *Matrix Iterative Analysis*, Springer, 2000 (per teoria di Perron-Frobenius)
P. Berkhin: *A Survey on PageRank Computing*, Internet Mathematics, Vol. 2, 2005 (per page-rank)
Files sul sito del docente e un qualsiasi buon libro di Matematica Numerica (per gli argomenti rimanenti)

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

Program: Bernoulli polynomials, Eulero-Maclaurin formula, numerical methods for matrix eigenvalues and eigenvectors computation, power method, Perron-Frobenius theory, the authority of the nodes in oriented graphs (page-rank), difference methods for solving differential problems and/or best approximation of a matrix in low complexity algebras.

Learning objectives: Investigate some specific topics of Numerical Mathematics.

Text books: Notes of the teacher and of ex-students.

Exam mode: Written and oral exam.

Reference bibliography:
D. Bertaccini, C. Di Fiore, P. Zellini: *Complessità e Iterazione - Percorsi, Matrici e Algoritmi Veloci nel Calcolo Numerico*, Bollati Boringhieri, 2013
R. S. Varga: *Matrix Iterative Analysis*, Springer, 2000 (for Perron-Frobenius theory)
P. Berkhin: *A Survey on PageRank Computing*, Internet Mathematics, Vol. 2, 2005 (for page-rank)
Files on the teacher web-site and any good book of Numerical Mathematics (for the remaining topics)

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

EP 1: CALCOLO STOCASTICO

2° semestre

8 CFU – settore MAT/06 – 64 ore di lezione in aula

Docente: B. Pacchiarotti

Programma: Si tratta di un corso di calcolo stocastico. In estrema sintesi: moto Browniano; martingale a tempo continuo; integrali stocastici; formula di Itô; equazioni differenziali stocastiche e processi di Markov.

Obiettivi di apprendimento: Arrivare alla conoscenza, con il supporto di libri di testo avanzati, di alcuni argomenti di calcolo stocastico.

Testi consigliati:
P. Baldi: *Stochastic Calculus*, Springer, 2017

Modalità di esame: Le conoscenze degli studenti saranno verificate attraverso una prova scritta strutturata in esercizi, che avranno come argomenti principali: 1) moto Browniano; 2) integrali stocastici; 3) processi di Markov; 4) equazioni differenziali stocastiche. La prova orale sarà sui teoremi e le dimostrazioni visti a lezione.

Program: This is a stochastic calculus course. In a nutshell: Brownian motion; continuous time martingales; stochastic integrals; Itô's formula; stochastic differential equations and Markov processes.

Learning objectives: To get to the knowledge, with the support of advanced textbooks, of some stochastic calculus topics.

Text books:
P. Baldi: *Stochastic Calculus*, Springer, 2017

Exam mode: Learning achievements will be verified by means of a written exam based on questions/exercises, with the following main topics: 1) Brownian motion; 2) stochastic integrals; 3) Markov processes; 4) stochastic differential equations. The oral exam will be on the theorems and proofs seen in class.

FISICA COMPUTAZIONALE

1° semestre

8 CFU – settore FIS/01 – 64 ore di lezione in aula

Docente: N. Tantalo (codocente: F. Guglietta)

Programma: Tecniche di programmazione scientifica; fondamenti di calcolo parallelo su CPU e GPU; i building-blocks dell'analisi numerica: sistemi di equazioni lineari, integrazione di funzioni, minimizzazione, autovalori ed autovettori, trasformata di Fourier e FFT, sistemi di equazioni non lineari; problemi inversi mal-posti: la trasformata di Laplace; inversione di matrici sparse; metodi Monte Carlo per sistemi a molti gradi di libertà: generazione di numeri random, importance sampling e dinamica molecolare, Hybrid Monte Carlo; approccio cinetico alla soluzione numerica delle equazioni di Navier-Stokes.

Obiettivi di apprendimento: Il corso si propone di consolidare la conoscenza degli studenti delle tecniche algoritmiche alla base dell'analisi numerica; fornire agli studenti una conoscenza approfondita delle moderne tecniche di programmazione scientifica e in particolare delle tecniche di calcolo parallelo; fornire agli studenti gli elementi teorici e numerici necessari allo studio numerico dei sistemi a molti gradi di libertà interagenti. Alla fine del corso gli studenti dovranno essere in grado di scrivere codici numerici in C e/o in FORTRAN, corretti e ragionevolmente efficienti, per: invertire matrici sparse e risolvere problemi inversi (Fourier, Laplace, etc.); fare simulazioni Monte Carlo di sistemi con molti gradi di libertà; risolvere equazioni differenziali stocastiche (Langevin, Fokker-Plank).

Testi consigliati:
L. Barone, E. Morinari, G. Organtini, F. Ricci-Tresenghi: *Programmazione Scientifica*, Pearson Education, 2006
W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery: *Numerical Recipes*

Modalità di esame: Alla fine del corso, a ciascun studente sarà assegnato un progetto: un problema di fisica che è possibile risolvere utilizzando i metodi numerici appresi. Allo studente sarà chiesto di scrivere un codice informatico, utilizzando il linguaggio di programmazione che gli è più affine, che lo risolva. Il progetto sarà valutato all'interno della prova orale che, partendo da esso, verterà più in generale sugli argomenti trattati nel corso. Nel valutare il progetto si terrà conto in particolare della correttezza del codice e in seconda istanza della sua efficienza.

Bibliografia di riferimento:
R. H. Landau, M. J. Páez, C. C. Bordeinau: *Computational Physics*, 2nd Edition, WILEY-VCH, 2007
R. Fizpatrik: *Computational Physics*, Univ. Texas Austin, 2015
K. W. Morton, D. F. Mayers: *Numerical Solution of Partial Differential Equations*, Cambridge University Press, 2012
M. Metcald, J. Reid, M. Cohen: *Modern Fortran Explained*, Oxford University Press, 2018

Program: Scientific programming techniques; fundamentals of parallel computing on CPU and GPU platforms; the building blocks of numerical analysis: systems of linear equations, integration of functions, minimization, eigenvalues and eigenvectors, Fourier transform and FFT, systems of non-linear equations; ill-posed inverse problems: the Laplace transform; inversion of sparse matrices; Monte Carlo methods for systems with many degrees of freedom: generation of random numbers, importance sampling and molecular dynamics, Hybrid Monte Carlo; kinetic approach to numerically solve the Navier-Stokes equations.

Learning objectives: The course aims to consolidate students' knowledge of the algorithmic techniques underlying numerical analysis; provide students with in-depth knowledge of modern scientific programming techniques and in particular parallel computing techniques; provide students with the theoretical and numerical elements necessary for the numerical study of interacting systems with many degrees of freedom. At the end of the course, students should be able to write correct and reasonably efficient numerical codes in C and/or FORTRAN to invert sparse matrices and solve inverse problems (Fourier, Laplace, etc.); perform Monte Carlo simulations of systems with many degrees of freedom; solve stochastic differential equations (Langevin, Fokker-Plank).

Text books:
L. Barone, E. Morinari, G. Organtini, F. Ricci-Tresenghi: *Programmazione Scientifica*, Pearson Education, 2006
W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery: *Numerical Recipes*

Exam mode: At the end of the course, to each student will be assigned a project: a physics problem that can be solved using the numerical methods learned. Students will be asked to write a computer code, using the programming language that they prefer, that solves it. The project will be evaluated during the oral exam which, starting from it, will focus more generally on the topics covered in the course. When evaluating the project, particular consideration will be given to the correctness of the code and secondarily to its efficiency.

Reference bibliography:
R. H. Landau, M. J. Páez, C. C. Bordeinau: *Computational Physics*, 2nd Edition, WILEY-VCH, 2007
R. Fizpatrik: *Computational Physics*, Univ. Texas Austin, 2015
K. W. Morton, D. F. Mayers: *Numerical Solution of Partial Differential Equations*, Cambridge University Press, 2012
M. Metcald, J. Reid, M. Cohen: *Modern Fortran Explained*, Oxford University Press, 2018

FISICA DEI FLUIDI COMPLESSI E TURBOLENZA

1° semestre

8 CFU – settore FIS/02 – 64 ore di lezione in aula

Docente: M. Chinappi (codocente: L. Biferale)

Programma: EQUAZIONI FONDAMENTALI. Equazione di conservazione della massa e della quantità di moto. Simmetria tensore degli sforzi. Relazione costitutiva fluidi newtoniani. Equazione di Navier-Stokes per flussi incomprimibili. Condizioni al bordo. Condizione di Navier e lunghezza di scorrimento. Forma adimensionale equazioni di Navier-Stokes. Numero di Reynolds. Equazione di Stokes, linearità e simmetrie. Cenni al teorema di Purcell sul nuoto dei microorganismi. Flusso di Poiseuille. MOTO BROWNIANO. Diffusione di particelle in un fluido. Equazione di conservazione. Equazione di Langevin per il moto di un singolo colloide. Teorema di fluttuazione dissipazione. Metodi numerici per equazioni differenziali stocastiche. ELETTROIDRODINAMICA. Sistema completo di equazioni per trasporto specie cariche. Equazione di Poisson-Boltzmann. Lunghezza di Debye. Flusso elettroosmotico ideale in un canale piano. Flussi elettroosmotici in nanopori. Applicazioni per biosensori e blue energy. TENSIONE SUPERFICIALE E DINAMICA DELLE INTERFACCE. Definizione di tensione superficiale. Equazione di Laplace. Equazione di Young e angolo di contatto. Stati di Cassie e di Wenzel. Legge di Jurin. Lunghezza di capillarità. Instabilità Taylor-Rayley. Cenno ai modelli continui per flussi bifase (Continuum force model). Cenni su tecniche di simulazione atomistica. TURBOLENZA. Descrizione in spazio di Fourier. Produzione, trasferimento e dissipazione di energia cinetica turbolenta. Teoria di Kolmogorov per turbolenza omogenea e isotropa. Scala di Kolmogorov. Equazioni mediate alla Reynold e problema della chiusura.

Obiettivi di apprendimento: Il corso fornisce un'introduzione su argomenti avanzati di dinamica dei fluidi. Il filo conduttore del corso è la complessità e le metodologie per affrontarla. Gli esempi selezionati saranno scelti in un'ottica multiscala (diverse scale spaziali e temporali rilevanti per l'analisi del fenomeno) e multifisica (diversi effetti contribuiscono alla fenomenologia). In particolare, verranno trattati i seguenti argomenti: moti turbolenti per fluidi semplici, soluzioni colloidali di particelle micrometriche (moto Browniano), flussi bifase ed elettroidrodinamica. Nel corso vengono forniti gli strumenti concettuali e analitici per descrivere fluidi e flussi complessi.

Testi consigliati:
U. Frisch: *Turbulence: The Legacy of A. N. Kolmogorov*, Cambridge University Press, 1995
S. B. Pope: *Turbulent Flows*, Cambridge University Press, 2000
M. San Miguel, R. Toral: *Stochastic Effects in Physical Systems*, In "Instabilities and Nonequilibrium Structures VI", Springer, 2000, pp. 35–127

Modalità di esame: Prova orale.

Program: FUNDAMENTAL EQUATIONS. Conservation of mass and momentum. Stress tensor symmetry. Newtonian fluids constitutive relation. Navier-Stokes equation for incompressible flows. Boundary conditions. Navier condition and slip length. Dimensionless form of the Navier-Stokes equations. Reynolds number. Stokes equation, linearity and symmetries. Notes on Purcell's theorem concerning the swimming of microorganisms. Poiseuille flow. BROWNIAN MOTION. Diffusion of particles in a fluid. Conservation equation. Langevin equation for the motion of a single colloid. Fluctuation-dissipation theorem. Numerical methods for stochastic differential equations. ELECTROHYDRODYNAMICS. Complete system of equations for transporting charged species. Poisson-Boltzmann equation. Debye length. Ideal electroosmotic flow in a plane channel. Electroosmotic flows in nanopores. Applications for biosensors and blue energy. SURFACE AND DYNAMIC TENSION OF THE INTERFACES. Definition of surface tension. Laplace equation. Young's equation and contact angle. Cassie and Wenzel states. Jurin's law. Capillary length. Taylor-Rayley instability. Overview on continuous models for two-phase flows (Continuum force model). Atomistic simulation techniques. TURBULENCE. Description in Fourier space. Production, transfer and dissipation of turbulent kinetic energy. Kolmogorov theory for homogeneous and isotropic turbulence. Kolmogorov scale. Reynold-averages equations.

Learning objectives: The course provides an introduction to advanced topics in fluid dynamics. The common thread of the course is the complexity and the methodologies to face it. The selected examples will be chosen from a multiscale perspective (different spatial and temporal scales relevant to the analysis of the phenomenon) and multi-physics (different effects contribute to the phenomenology). In particular, the following topics will be covered: turbulent motions for simple fluids, colloidal solutions of micrometric particles (Brownian motion), two-phase and electro-dynamic flows. The course provides conceptual and analytical tools to describe complex fluids and flows.

Text books:
U. Frisch: *Turbulence: The Legacy of A. N. Kolmogorov*, Cambridge University Press, 1995
S. B. Pope: *Turbulent Flows*, Cambridge University Press, 2000
M. San Miguel, R. Toral: *Stochastic Effects in Physical Systems*, In "Instabilities and Nonequilibrium Structures VI", Springer, 2000, pp. 35–127

Exam mode: Oral exam.

GEOMETRIA ALGEBRICA

2° semestre

8 CFU – settore MAT/03 – 64 ore di lezione in aula

Docente: F. Flamini

Programma: Si tratta di un corso introduttivo alla Geometria Algebrica, basato sullo studio delle varietà algebriche; precisamente il corso consiste di:

Premesse algebriche: anelli noetheriani, nozioni di finitezza di IK-algebre, moduli e localizzazione, prefasci e fasci su uno spazio topologico.

Spazio affine: insiemi algebrici affini e topologia di Zariski. Ideali radicali. Teorema degli zeri di Hilbert (Hilbert Nullstellensatz): forma debole e forma forte. Irriducibilità e Noetherianità topologica. Varietà affini. Anello delle coordinate di una varietà affine.

Anelli ed ideali omogenei. Spazio proiettivo: Insiemi algebrici proiettivi. Teorema degli zeri di Hilbert omogeneo. Varietà proiettive e varietà quasi-proiettive. Anello delle coordinate omogenee di una varietà proiettiva.

Varietà algebriche: funzioni regolari e funzioni razionali su una varietà algebrica. Fascio strutturale di una varietà algebrica. Morfismi tra varietà algebriche. Isomorfismi di varietà algebriche. Invarianti algebrici per classi di isomorfismo. Morfismi dominanti. Morfismo di Veronese: conseguenze geometriche.

Varietà algebriche: applicazioni razionali e birazionali tra varietà algebriche. Esempi: sistemi lineari di ipersuperficie di uno spazio proiettivo, proiezioni stereografiche, scoppiamenti. Scioglimento di singolarità di curve piane mediante scoppiamenti.

Prodotti di varietà algebriche. Varietà di Segre. Grafico di un morfismo. Completezza delle varietà proiettive.

Semicontinuità della dimensione delle fibre di un morfismo dominante.

Spazio tangente di Zariski e non-singolarità di una varietà algebrica.

Obiettivi di apprendimento: Il corso fornisce un'introduzione a concetti basilari in Geometria Algebrica, in particolare alle varietà algebriche, alle funzioni regolari, funzioni razionali, morfismi ed applicazioni razionali definite su esse.

Testi consigliati:
F. Flamini: *A First Course in Algebraic Geometry and Algebraic Varieties*, World Scientific, 2023

Modalità di esame: Prova orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

Program: This is an introductory course in Algebraic Geometry, based on the study of algebraic varieties; specifically, the course consists of:

Algebraic preliminaries: noetherian rings, notions of finiteness of IK-algebras, modules and localization, pre-sheaves and sheaves on a topological space.

Affine space: affine algebraic sets and Zariski topology. Radical ideals. Hilbert Nullstellensatz: weak form and strong form. Irreducibility and topological Noetherianity. Affine varieties. Coordinate ring of an affine variety.

Rings and homogeneous ideals. Projective space: Projective algebraic sets. Homogeneous Hilbert Nullstellensatz. Projective varieties and quasi-projective varieties. Homogeneous coordinate ring of a projective variety.

Algebraic varieties: regular functions and rational functions on an algebraic variety. Structural sheaf of an algebraic variety. Morphisms between algebraic varieties. Isomorphisms of algebraic varieties. Algebraic invariants for isomorphism classes. Dominant morphisms. Veronese morphisms: geometric consequences.

Algebraic varieties: rational and birational maps between algebraic varieties. Examples: linear systems of hypersurfaces in a projective space, stereographic projections, blow-ups. Resolution of singularities of plane curves by blow-ups.

Products of algebraic varieties. Segre varieties. Graph of a morphism. Completeness of projective varieties.

Semicontinuity of the fiber dimension of a dominant morphism.

Zariski tangent space and non-singularity of an algebraic variety.

Learning objectives: The course provides an introduction to basic concepts in Algebraic Geometry, particularly algebraic varieties, regular functions, rational functions, morphisms and rational maps defined on them.

Text books:
F. Flamini: *A First Course in Algebraic Geometry and Algebraic Varieties*, World Scientific, 2023

Exam mode: Oral exam.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

GEOMETRIA COMPLESSA

2° semestre

8 CFU – settore MAT/03 – 64 ore di lezione in aula

Docente: A. Rapagnetta

Programma: Richiami su varietà differenziabili e geometria Riemanniana, varietà complesse, varietà proiettive complesse. Fasci su varietà complesse. Coomologia dei fasci. Deformazioni.

Obiettivi di apprendimento: Introdurre lo studente alla geometria delle varietà Kahleriane.

Testi consigliati:
C. Voisin: *Hodge Theory and Complex Algebraic Geometry*, Cambridge University Press, 2002

Modalità di esame: Prova orale.

Bibliografia di riferimento:
R. Wells: *Differential Analysis on Complex Manifolds*, Springer, 2008

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

Program: Summary of differentialble manifolds, Riemannian geometry and Complex manifolds. Sheaves and cohomology of sheaves. Deformations.

Learning objectives: Introduce the student to the methods of complex manifolds.

Text books:
C. Voisin: *Hodge Theory and Complex Algebraic Geometry*, Cambridge University Press, 2002

Exam mode: Oral exam.

Reference bibliography:
R. Wells: *Differential Analysis on Complex Manifolds*, Springer, 2008

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

GEOMETRIA DIFFERENZIALE

1° semestre

8 CFU – settore MAT/03 – 64 ore di lezione in aula

Docente: A. Iannuzzi

Programma: Gruppi topologici. Elementi della teoria di Lie, mappa esponenziale, rappresentazioni aggiunte. Varietà Riemanniane. Connessioni affini, connessione di Levi Civita. Geodetiche e mappa esponenziale Riemanniana. Nozioni di curvature. Campi di Jacobi. Varietà Riemanniane complete, teoremi di Hopf e di Hadamard. Spazi a curvatura sezionale costante. Teorema di Bonnet-Myers: la topologia dei gruppi di Lie con metrica bi-invariante.

Obiettivi di apprendimento: Acquisire dimestichezza con argomenti di base di geometria riemanniana e teoria dei gruppi di Lie.

Testi consigliati:
M. P. do Carmo: *Riemannian Geometry*, Birkhäuser, 1992
S. Gallot, D. Hulin, J. LaFontaine: *Riemannian Geometry*, Springer, 2004
W. M. Boothby: *An Introduction to Differentiable Manifolds and Riemannian Geometry*, Academic Press, 1975
M. Abate, F. Tovena: *Geometria differenziale*, Springer-Verlag Italia 2011
Note di Mauro Nacinovich

Modalità di esame: Prova orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

Program: Topological groups. Elements of Lie theory, exponential map, adjoint representations. Riemannian manifolds. Affine and Levi Civita connections. Geodesic and Riemannian exponential map. Notions of curvature. Jacobi fields. Complete Riemannian manifolds. Hopf and Hadamard's theorems. Spaces of constant sectional curvature. Bonnet-Myers theorem and the topology of Lie groups admitting a bi-invariant metric.

Learning objectives: An introduction to Riemannian geometry and the theory of Lie groups.

Text books:
M. P. do Carmo: *Riemannian Geometry*, Birkhäuser, 1992
S. Gallot, D. Hulin, J. LaFontaine: *Riemannian Geometry*, Springer, 2004
W. M. Boothby: *An Introduction to Differentiable Manifolds and Riemannian Geometry*, Academic Press, 1975
M. Abate, F. Tovena: *Geometria differenziale*, Springer-Verlag Italia 2011
Mauro Nacinovich's notes

Exam mode: Oral exam.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

HIGH DIMENSIONAL PROBABILITY AND STATISTICS

2° semestre

8 CFU – settore MAT/06 – 64 ore di lezione in aula

Docente: M. Salvi

Programma: Verranno trattati argomenti scelti di probabilità e statistica in alta dimensione. Verrà dato particolare risalto all'applicazione di tecniche avanzate a problemi applicati in diversi campi. Gli argomenti principali del corso includono: disuguglianze di concentrazione; vettori aleatori in alta dimensione; applicazioni ai grafi aleatori; matrici aleatorie; applicazioni a problemi in computer e data science; processi stocastici gaussiani e subgaussiani; chaining; applicazioni allo statistical learning; metric entropy; principal component analysis in alta dimensione.

Obiettivi di apprendimento: Il corso si prefigge di fornire agli studenti strumenti avanzati della moderna teoria delle probabilità e della statistica in alta dimensione e di illustrarne numerose applicazioni (tra cui machine learning, statistical learning e data science). L'obiettivo è quello di rendere gli studenti indipendenti nell'utilizzo di tali tecniche in modo che possano a loro volta adattarle a problemi ed a contesti differenti.

Testi consigliati:
R. Vershynin: *High-Dimensional Probability: An Introduction with Applications in Data Science*, Cambridge University Press, 2018
M. J. Wainwright: *High-Dimensional Statistics: A Non-Asymptotic Viewpoint*, Cambridge University Press, 2019

Modalità di esame: Le conoscenze apprese verranno verificate attraverso un colloquio orale ed alla presentazione di un progetto.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

Program: We will treat a selection of topics in high dimensional probability and statistics. We will put a particular emphasis on the application of advanced techniques to problems arising from different fields. The main arguments of the course include: concentration inequalities; random vectors in high dimension; applications to random graphs; random matrices; applications in computer science and data science; gaussian and sub-gaussian stochastic processes; chaining; applications to statistical learning; metric entropy; principal component analysis in high dimension.

Learning objectives: In this course we will learn advanced tools from modern probability theory and statistics in high dimension and apply them to problems in a number of fields (such as machine learning, statistical learning and data science). The final goal is to make the student able to master those tools in order to flexibly apply them in different contexts.

Text books:
R. Vershynin: *High-Dimensional Probability: An Introduction with Applications in Data Science*, Cambridge University Press, 2018
M. J. Wainwright: *High-Dimensional Statistics: A Non-Asymptotic Viewpoint*, Cambridge University Press, 2019

Exam mode: The evaluation will consist of an oral examination and the presentation of a project.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

INTRODUZIONE AI PROCESSI ALEATORI

2° semestre

8 CFU – settore SECS-S/01 – 64 ore di lezione in aula

Docente: D. Marinucci

Programma: Introduzione: stazionarietà debole e forte. Richiami di spazi di Hilbert. Processi ARMA - condizioni di esistenza e stazionarietà, proprietà funzioni di covarianza. Teorema di Herglotz-Bochner; densità e distribuzione spettrale. Filtri lineari; densità spettrale processi ARMA. Costruzione degli integrali stocastici; teorema di rappresentazione spettrale. Stima della densità spettrale: il periodogramma e le sue proprietà asintotiche. Whittle likelihood. Processi nonstazionari: convergenza debole in spazi di funzioni, processi a radici unitarie, tests. Campi aleatori isotropi sulla sfera: rappresentazione spettrale.

Obiettivi di apprendimento: Il corso fornisce una introduzione all'analisi spettrale dei processi stazionari; vengono affrontati anche argomenti più specialistici, quali i processi a radici unitarie ed i campi aleatori sulla sfera.

Testi consigliati:
P. J. Brockwell, R. A. Davis: *Time Series Models*, Springer, 1991

Modalità di esame: Prova scritta e orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

Program: Introduction: weak and strong stationarity. Background on Hilbert spaces. ARMA processes, covariance functions, Herglotz-Bochner Theorem, spectral density and distribution function. Linear filters, spectral density of ARMA processes. Stochastic integrals and the spectral representation theorem. Spectral density estimators: the periodogram and its asymptotic properties. Whittle likelihood. Nonstationary processes, weak convergence on function spaces, unit roots, tests. Random fields on the sphere: spectral representations.

Learning objectives: The aim of this course is to provide an introduction to the theory of stationary stochastic processes. Some more advanced material is also addressed, such as unit root processes and spherical random fields.

Text books:
P. J. Brockwell, R. A. Davis: *Time Series Models*, Springer, 1991

Exam mode: Written and oral exam.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

INTRODUZIONE ALLE VARIETÀ DIFFERENZIABILI

1° semestre

8 CFU – settore MAT/03 – 64 ore di lezione in aula

Docente: G. Pareschi

Programma: Varietà topologiche e differenziabili. Funzioni e mappe lisce su varietà. Vettori tangenti, fibrato tangente e differenziale di mappe. Sommersioni, immersioni, embedding, sottovarietà. Teorema di Whitney (caso compatto). Gruppi di Lie, azioni e quozienti, spazi omogenei. Campi vettoriali, parentesi di Lie, algebre di Lie. Flussi di campi vettoriali, derivate di Lie, campi che commutano. Teorema di Frobenius e applicazioni. Tensori, forme differenziali, differenziale esterno, orientazione di varietà, integrazione di forme differenziali, Teorema di Stokes. Fanno parte integrante del programma anche gli esercizi assegnati settimanalmente.

Obiettivi di apprendimento: Alla fine del corso, lo studente dovrà aver acquisito le nozioni di base della geometria differenziale e dovrà essere in grado di applicarle alla risoluzione dei problemi assegnati durante il corso.

Testi consigliati:
J. M. Lee: *Introduction to Smooth Manifolds*, Springer, 2013
M. Abate, F. Tovena: *Geometria Differenziale*, Springer, 2011

Modalità di esame: Prova orale. Lo studente deve essere in grado di esporre in modo rigoroso i risultati discussi durante il corso. Deve anche saperli applicare agli esempi e ai problemi assegnati settimanalmente.

Bibliografia di riferimento:
W. Boothby: *An Introduction to Differentiable Manifolds and Riemannian Geometry*, Academic Press, 2003
F. Warner: *Foundations of Differentiable Manifolds and Lie Groups*, Springer, 1969

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

Program: Topological and smooth manifolds. Functions and maps on manifolds. Tangent vectors, tangent bundle and differential of maps. Submersion, immersions, embeddings, submanifolds. Whitney's theorem (compact case). Lie groups, actions and quotients, homogeneous spaces. Vector fields, Lie brackets, Lie algebras. Flow of a vector field, Lie derivatives, commuting vector fields. Frobenius theorem and applications. Tensors, differential forms, exterior differentiation, orientation of a manifold, integration of a differential form, Stokes Theorem. The program also includes the exercises assigned weekly.

Learning objectives: At the end of the course the student should have acquired the basic notions of differential geometry and be able to apply them to the solution of the problems assigned during the course.

Text books:
J. M. Lee: *Introduction to Smooth Manifolds*, Springer, 2013
M. Abate, F. Tovena: *Geometria Differenziale*, Springer, 2011

Exam mode: Oral exam. The student must be able to rigorously expose the results discussed during the course. The student should also be able to apply them to the examples and to the problems assigned weekly.

Reference bibliography:
W. Boothby: *An Introduction to Differentiable Manifolds and Riemannian Geometry*, Academic Press, 2003
F. Warner: *Foundations of Differentiable Manifolds and Lie Groups*, Springer, 1969

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

LABORATORIO DI CALCOLO

1° semestre

4 CFU – settore INF/01 – 40 ore di lezione in aula

Docente: H. Speleers

Programma: Il corso intende fornire un'introduzione al sistema Python per il calcolo scientifico. In particolare saranno presentati:

- Python, un linguaggio di programmazione general purpose; interpretato e scritto dinamicamente quindi molto adatto ad una programmazione interattiva e ad una prototipazione veloce pur essendo sufficientemente potente per affrontare applicazioni di larga scala.
- NumPy, il package fondamentale per il calcolo.
- Matplotlib, un package per la grafica in 2D con estensioni per semplici grafici 3D.
- SciPy, una collezione di algoritmi numerici.
- SymPy, un package per il calcolo simbolico e la computer algebra.

Obiettivi di apprendimento: L'insegnamento si propone di fornire conoscenze di base per l'uso di software scientifico per lo studio e la risoluzione di problemi di matematica avanzata.

Testi consigliati:
G. Varoquaux, E. Gouillart, O. Vahtras, et al.: *Scientific Python Lectures*, disponibile on-line

Modalità di esame: Prova orale e valutazione di progetto. Nella prova orale lo studente deve discutere il progetto realizzato. Il punteggio della prova d'esame è attribuito mediante un voto espresso in trentesimi.

L'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.

Program: The course aims to provide an introduction to the Python ecosystem for scientific computing. In particular, the following packages are addressed:

- Python, a general purpose programming language; it is interpreted and dynamically typed and is very suited for interactive work and quick prototyping, while being powerful enough to write large applications in.
- NumPy, the fundamental package for numerical computation.
- Matplotlib, a mature package for 2D plotting as well as basic 3D plotting.
- SciPy, a collection of numerical algorithms.
- SymPy, a package for symbolic mathematics and computer algebra.

Learning objectives: The course aims at the ability to use scientific software for the analysis and solution of advanced mathematical problems.

Text books:
G. Varoquaux, E. Gouillart, O. Vahtras, et al.: *Scientific Python Lectures*, notes available on-line

Exam mode: Oral exam and project evaluation. In the oral exam the student has to discuss the project. The exam score is given by a mark expressed in thirtieths.

Lectures will be given in English.

LABORATORIO DI DIDATTICA DELLA MATEMATICA

1° semestre

8 CFU – settore MAT/04 – 64 ore di lezione in aula

Docente: F. Tovena

Programma: Vengono analizzati i principali testi in letteratura che discutono il ruolo della didattica laboratoriale, della relativa progettazione e valutazione, con speciale attenzione alle indicazioni nazionali per la matematica relative alla scuola secondaria di primo e secondo grado e alle informazioni fornite dai recenti studi in neuroscienze. A partire dallo studio di testi di matematica si propongono attività laboratoriali in cui si valorizza il legame tra aritmetica e geometria e si pone l'attenzione sugli aspetti didattici e multidisciplinari. Si trattano, tra l'altro: la nozione di numero, il concetto di commensurabilità e gli insiemi numerici; l'estensione; applicazioni fisico-matematiche. Gli studenti interessati possono svolgere 3CFU di tirocinio scolastico all'interno dell'insegnamento.

Obiettivi di apprendimento: Delineazione degli aspetti significativi del ruolo del laboratorio all'interno del processo di insegnamento/apprendimento della matematica nella scuola secondaria. Sperimentazione di esempi e discussione sui criteri della loro progettazione. Valorizzazione del legame tra algebra e geometria, della storia della matematica e dei legami interdisciplinari.

Testi consigliati:
Dispense messe a disposizione dal docente
L. Russo, G. Pirro, E. Salciccia: *Euclide, il I Libro degli Elementi*, Carocci Editore, 2017
M. Montessori: *Psicogeometria*, Opera Nazionale Montessori, 2012

Modalità di esame: Nella prova orale, lo studente discute gli argomenti svolti nel corso delle lezioni, presenta e motiva una propria proposta didattica su argomenti correlati a quelli discussi nel corso delle lezioni, illustrandone le motivazioni didattiche e corredandola con i relativi materiali. Nell'esposizione, sono verificate il livello di padronanza delle nozioni introdotte nel corso dell'insegnamento, l'autonomia e la consapevolezza nell'individuazione delle modalità didattiche in funzione dei destinatari e dei nodi cognitivi nell'argomento trattato, la completezza e la chiarezza espositiva, la capacità di sintesi e di analisi critica, la coerenza e l'efficacia delle argomentazioni prodotte, la rilevanza degli argomenti trattati e la puntualità nell'individuazione degli obiettivi didattici e della loro valutazione.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

Program: The main texts in the literature discussing the role of laboratory teaching, its design and evaluation are analysed, with special attention paid to the national indications for mathematics for primary and secondary schools and the information provided by recent studies in neuroscience. Starting from the study of mathematics texts, laboratory activities are proposed in which the link between arithmetic and geometry is emphasised and the didactic and multidisciplinary aspects are highlighted. The following are dealt with, among others: the notion of number, the concept of commensurability and number sets; extension; physical-mathematical applications. Interested students can carry out 3CFU of school internship within the teaching.

Learning objectives: Outlining the significant aspects of the role of the laboratory within the teaching/learning process of mathematics in the secondary school. Experimentation with examples and discussion of the criteria for their design. Enhancement of the link between algebra and geometry, the history of mathematics and interdisciplinary links.

Text books:
Lecture notes made available by the teacher
L. Russo, G. Pirro, E. Salciccia: *Euclide, il I Libro degli Elementi*, Carocci Editore, 2017
M. Montessori: *Psicogeometria*, Opera Nazionale Montessori, 2012

Exam mode: In the oral test, the student discusses the topics developed in the course of the lectures, presents and justifies his/her own teaching proposal on topics related to those developed in the course of the lectures, illustrating the didactic motivations and accompanying it with the relevant materials. In the presentation, the level of mastery of the notions introduced during the course of the course, autonomy and awareness in identifying the didactic methods according to the recipients and the cognitive nodes in the subject matter, completeness and clarity of presentation, the ability to summarise and critically analyse, the coherence and effectiveness of the arguments produced, the relevance of the topics dealt with and the punctuality in identifying the teaching objectives and their evaluation are all verified.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

LINGUA INGLESE CORSO AVANZATO

2° semestre

5 CFU – settore L-LIN/12 – 40 ore di lezione in aula

Docente: CLA (codocente: D. Giammarresi)

Programma: Il programma si compone di due parti: una di inglese e una di introduzione al LaTeX.
Per la parte di Inglese (4 CFU): Forme comuni e strutture principali della lingua inglese. Vocabolario necessario per operare in inglese nel settore professionale.
Per la parte di LaTeX (1 CFU): Introduzione all'editoria scientifica e al LaTeX. Formule matematiche, stili di testo, ambienti per stili di scrittura, liste, tabelle, matrici, figure. Realizzazione di un documento di classe article. Preambolo, pacchetti da includere, definizioni di ambienti di tipo "theorem". Etichette e riferimenti. Scrivere una tesi di laurea. Uso della classe book e organizzazione dei file necessari. Realizzazione della bibliografia usando BibTeX e il database di MatSciNet.

Obiettivi di apprendimento: Obiettivo del corso è il raggiungimento di competenze e conoscenze linguistiche tali da permettere una padronanza della lingua di livello avanzato in ambito professionale.
Relativamente alla parte di LaTeX, l'obiettivo è quello di essere in grado di scrivere un articolo scientifico e la tesi di laurea secondo gli stardard dell'editoria scientifica.

Testi consigliati:
P. Dummett, J. Hughes, H. Stephenson: *Life Advanced*, Second Edition, Cengage Learning, 2018
L. Lamport: *LATEX. A Document Preparation System*, Addison-Wesley, 1994

Modalità di esame: Un esame scritto o computer based per la parte di Inglese. Per la parte di LaTeX, allo studente verrà richiesto di scrivere il codice LaTex per la realizzazione di un breve documento contenente formule matematiche e completo di bibiliografia.

Program: The course is composed by two different parts: advanced English and Introduction to LaTeX.
English part (4 CFU): Common forms and main structures of the English language. Vocabulary needed to work in English in the professional sectors.
LaTeX part (1 CFU): Introduction to scientific publishing and to LaTeX. Mathematical formulas, text styles, environments for writing styles, lists, tables, matrices, figures. Realization of an article class document. Preamble, packages to be included, definitions of "theorem" type environments. Labels and references. How to write a thesis. Use of the book class and organization of the necessary files. Implementation of the bibliography using BibTeX and the MatSciNet database.

Learning objectives: The aim of the course is the achievement of linguistic skills and knowledge that allow for an advanced level of proficiency in the professional field.
With regard to the LaTeX part, the goal is to be able to write a scientific article and the degree thesis according to the stardards of scientific publishing.

Text books:
P. Dummett, J. Hughes, H. Stephenson: *Life Advanced*, Second Edition, Cengage Learning, 2018
L. Lamport: *LATEX. A Document Preparation System*, Addison-Wesley, 1994

Exam mode: A written or computer based exam for the English part. For the LaTeX part, the student will be asked to write the LaTeX code corresponding to a given short document with math formulas and bibliography.

MACHINE LEARNING

2° semestre

9 CFU – settore INF/01 – 72 ore di lezione in aula

Docente: G. Gambosi

Programma: Pattern recognition e machine learning. Schema generale di un sistema di ML. Inferenza. Apprendimento supervisionato e non supervisionato. Regressione lineare. Funzioni base e regressione. Overfitting e funzioni di penalizzazione. Model selection. Introduzione alla teoria delle decisioni. Classificazione: approcci (funzioni di discriminazione, modelli probabilistici discriminativi, modelli probabilistici generativi). Riduzione di dimensionalità e feature selection. Il modello connessionistico. Reti neurali a più strati. Apprendimento di reti neurali. Optimal margin classifiers e support vector machines. Funzioni kernel. Metodi non parametrici per la stima di probabilità: applicazione alla classificazione.

Apprendimento non supervisionato. Clustering. Algoritmo k-means. Modelli di mistura di distribuzioni. Modelli a variabili latenti e algoritmo EM. Modello probabilistico di PCA. Factor analysis. Ensemble methods. Modelli statistici del testo. LSA, PLSA, Topic models. Utilizzo di strumenti in ambiente Python per l'analisi e l'apprendimento da dataset reali.

Obiettivi di apprendimento: Esporre i concetti e i principali metodi di apprendimento automatico e di pattern recognition, insieme ai relativi fondamenti matematici. Introdurre all'utilizzo e allo sviluppo di codice software di machine learning per l'analisi su insiemi di dati di dimensioni limitate.

Testi consigliati:
C. M. Bishop: *Pattern Recognition and Machine Learning*, Springer, 2006

Modalità di esame: Prova orale.

Program: Pattern recognition and machine learning. General scheme of a ML process. Inference. Supervised and unsupervised learning. Linear regression. Base function and regression. Overfitting and penalty functions. Model selection. Introduction to decision theory. Classification: discrimination functions, discriminative probabilistic models, generative probabilistic models. Dimensionality reduction and feature selection. Neural networks. Learning in neural networks. Optimal margin classifiers and support vector machines. Kernel functions. Non parametric methods for probability estimation. Application to classification. Unsupervised learning. Clustering. K-means algorithm. Mixture models. Latent variable models and the EM algorithm. Probabilistic PCA. Factor analysis. Ensemble methods. Statistical models of text. LSA, PLSA, topic models. Use of tools in the framework of the Python language for analysis and learning on real datasets.

Learning objectives: Presenting the underlying concepts and the main methods for machine learning and pattern recognition, together with their mathematical foundations. Introducing to the use and the development of software programs for machine learning on datasets of limited size.

Text books:
C. M. Bishop: *Pattern Recognition and Machine Learning*, Springer, 2006

Exam mode: Oral exam.

MECCANICA ANALITICA E CELESTE

2° semestre

8 CFU – settore MAT/07 – 64 ore di lezione in aula

Docente: G. Pucacco

Programma: Richiami di Meccanica Hamiltoniana. Integrabilità, integrali primi, simmetrie. Non integrabilità, instabilità, caos. Metodi analitici e numerici per lo studio di sistemi dinamici Hamiltoniani. Problema dei due corpi. Problema dei tre corpi. Problema degli N corpi. Moto in potenziali assegnati.

Obiettivi di apprendimento: L'insegnamento è volto a fornire una introduzione al problema degli N corpi autogravitanti. Sono inoltre sviluppate applicazioni in Meccanica Celeste e Dinamica Galattica.

Bibliografia di riferimento:
D. Boccaletti, G. Pucacco: *Theory of Orbits*, Springer, 1999
L. D. Landau, E. M. Lifshitz: *Mechanics*, Butterworth-Heinemann, Oxford, 1976

Modalità di esame: Prova scritta e orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

Program: Review of Hamiltonian mechanics. Integrability, first integrals, simmetries. Non-integrability, instability, chaos. Analytical and numerical methods for the study of Hamiltonian dynamical systems. Two-body problem. Three-body problem. N-body problem. Motion in assigned potentials.

Learning objectives: The course aims at providing the students with an introduction to the problem of N self-gravitating bodies. Applications in Celestial Mechanics and Galactic Dynamics are shown.

Reference bibliography:
D. Boccaletti, G. Pucacco: *Theory of Orbits*, Springer, 1999
L. D. Landau, E. M. Lifshitz: *Mechanics*, Butterworth-Heinemann, Oxford, 1976

Exam mode: Written and oral exam.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

MECCANICA STATISTICA 2

1° semestre

6 CFU – settore FIS/03 – 48 ore di lezione in aula

Docente: L. Biferale (codocente: F. Guglietta)

Programma: Equazioni di Navier-Stokes. Teoria cinetica. Equazione di Boltzmann: teoria continua e discreta. Entropia e teorema H. Limite idrodinamico. Algoritmi numerici per la risoluzione dell'equazione di Boltzmann e delle equazioni di Navier-Stokes. Elementi di meccanica statistica fuori dall'equilibrio per fluidi turbolenti. Equazioni di Burgers.

Obiettivi di apprendimento: Il corso è volto a fornire una preparazione avanzata nel campo della Meccanica Statistica di equilibrio e di non-equilibrio, con conoscenze di argomenti specialistici della recente ricerca nel settore. Gli obiettivi formativi prevedono la conoscenza avanzata della fisica delle transizioni di fase e dell'equazione di Boltzmann, e dei metodi matematici e numerici per il loro studio. Capacità di risolvere problemi generali nel settore.

Testi consigliati: Dispense, disponibili on-line sul sito del docente.

Modalità di esame: Prova orale.

Bibliografia di riferimento:
C. Cercignani: *The Boltzmann Equation and Its Applications*, Springer, 1988
G. Gallavotti: *Meccanica Statistica*, Quaderni del CNR n. 50, 1995
K. Huang: *Statistical Mechanics*, Wiley, 1963
S. K. Ma: *Statistical Mechanics*, Wspc, 1985
A. Alexakis, L. Biferale: *Cascades and Transitions in Turbulent Flows*, Phys. Rep. 767, 2018, pp. 1–101
T. Krüger et al.: *The Lattice Boltzmann Methods: Principles and Practice*, Springer, 2016
S. Succi: *The Lattice Boltzmann Equation: For Fluid Dynamics and Beyond*, Oxford University Press, 2001

Program: Navier-Stokes equations. Kinetic theory. Boltzmann equation: continuum and discrete theory. Entropy and H-theorem. Hydrodynamic limit. Numerical algorithms for solving Boltzmann and Navier-Stokes equations. Elements of out-of-equilibrium statistical mechanics for turbulent fluids. Burgers equations.

Learning objectives: The course is aimed at providing advanced preparation in the field of Statistical Mechanics of equilibrium and non-equilibrium, with knowledge of specialized topics of recent research in the field. The educational objectives include advanced knowledge of the physics of phase transitions and the Boltzmann equation, and mathematical and numerical methods for their study. Ability to solve general problems in the field.

Text books: Lecture notes are available on the teacher web page.

Exam mode: Oral exam.

Reference bibliography:
C. Cercignani: *The Boltzmann Equation and Its Applications*, Springer, 1988
G. Gallavotti: *Meccanica Statistica*, Quaderni del CNR n. 50, 1995
K. Huang: *Statistical Mechanics*, Wiley, 1963
S. K. Ma: *Statistical Mechanics*, Wspc, 1985
A. Alexakis, L. Biferale: *Cascades and Transitions in Turbulent Flows*, Phys. Rep. 767, 2018, pp. 1–101
T. Krüger et al.: *The Lattice Boltzmann Methods: Principles and Practice*, Springer, 2016
S. Succi: *The Lattice Boltzmann Equation: For Fluid Dynamics and Beyond*, Oxford University Press, 2001

MECCANICA SUPERIORE 2

2° semestre

8 CFU – settore MAT/07 – 64 ore di lezione in aula

Docente: A. Pizzo

Programma: Fondamenti della meccanica quantistica. Lo spazio di Hilbert e la formulazione algebrica. Le equazioni di Schrodinger e Heisenberg. Analisi di sistemi elementari. Simmetrie in meccanica quantistica. Rappresentazione di SU(2) e lo spin. Teoria spettrale di operatori di Schrodinger. Teoria delle perturbazioni. Applicazioni ad atomi e molecole.

Obiettivi di apprendimento: Il corso mira a fornire le nozioni di base per lo studio matematicamente rigoroso di sistemi quantistici. Il programma potrà variare sulla base delle conoscenze preliminari dell'uditorio.

Testi consigliati:
M. Reed, B. Simon: *Methods of Modern Mathematical Physics. Volumes I and IV*, Academic Press
A. Galindo, P. Pasqual: *Quantum Mechanics I*, Springer, 1990

Modalità di esame: Esame orale nel quale lo studente presenta una tesina su un argomento collegato al corso e dimostra di avere una conoscenza generale del programma.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

Program: Foundations of quantum mechanics. The Hilbert space and operator algebra formulation. The Schrodinger and Heisenberg equations. Analysis of simple systems. Symmetry in quantum mechanics. Representations of SU(2) and spin. Spectral theory of Schrodinger operators. Perturbation theory. Applications to atoms and molecules.

Learning objectives: The course aims to providing basic notions for a rigorous mathematical analysis of quantum systems. The program may vary on the basis of the background knowledge of the audience.

Text books:
M. Reed, B. Simon: *Methods of Modern Mathematical Physics. Volumes I and IV*, Academic Press
A. Galindo, P. Pasqual: *Quantum Mechanics I*, Springer, 1990

Exam mode: Oral exam where the student presents a talk on a topic related to the course and shows a general knowledge of the course contents.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

METODI COMPUTAZIONALI PER SISTEMI HAMILTONIANI

2° semestre

8 CFU – settore MAT/07 – 64 ore di lezione in aula

Docente: U. Locatelli

Programma: Richiami di formalismo Hamiltoniano: parentesi di Poisson e trasformazioni canoniche. I sistemi integrabili: teorema di Liouville; cenni al teorema di Arnold-Jost. Trasformazioni canoniche prossime all'identità: serie di Lie. Introduzione ai metodi simplettici di integrazione numerica dei sistemi Hamiltoniani [*]. I sistemi quasi integrabili: la dinamica nell'intorno di un punto di equilibrio. Studio di alcuni esempi fondamentali: problema ristretto dei 3 corpi nei pressi dei punti Lagrangiani equilateri [*], modello di Henon-Heiles [*]. Forma normale di Birkhoff [*] e stabilità effettiva alla Nekhoroshev. Cenni al teorema KAM sulla persistenza dei moti quasi periodici. A seconda del tempo a disposizione, l'ultima parte del corso tratterà uno dei due seguenti argomenti oppure entrambi.
(1) Il teorema della varietà stabile. Visualizzazione grafica delle varietà stabili/instabili [*]. Origine del caos e esponenti di Lyapunov [*].
(2) Studio della dinamica Hamiltoniana quasi-integrabile con il metodo dell'analisi in frequenza [*].

[*] = argomento che sarà trattato anche durante alcune speciali sessioni di attività laboratoriali ad esso dedicate.

Obiettivi di apprendimento: Miglioramento delle capacità di comprensione della teoria dei sistemi Hamiltoniani grazie allo sviluppo delle applicazioni computazionali.

Testi consigliati:
A. Giorgilli: *Notes on Hamiltonian Dynamical Systems*, London Mathematical Society Student Texts, 2022
U. Locatelli: *Metodi Numerici di Studio dei Sistemi Dinamici Hamiltoniani*

Modalità di esame: L'esame è costituito da tre prove e tutte contribuiscono (approssimativamente in parti uguali) alla valutazione finale: una dissertazione scritta su uno degli argomenti principali del corso, la preparazione di un programma di calcolo per la soluzione di un problema simile a uno di quelli trattati nelle sessioni laboratoriali, una prova orale su uno degli argomenti del corso.

Program: Introduction to the Hamiltonian formalism: Poisson brackets and canonical transformations. Integrable systems: the Liouville theorem; sketch of the Arnold-Jost theorem. Canonical transformations close to the identity: Lie series. Introduction to symplectic methods for the numerical integration of Hamiltonian systems [*]. Quasi-integrable systems: the dynamics around a point of equilibrium. Study of some fundamental examples: restricted three-body problem near the equilateral Lagrangian points [*], Henon-Heiles model [*]. Birkhoff normal form [*] and effective stability in the spirit of the estimates à la Nekhoroshev. Outline of the KAM theorem on the persistence of quasi-periodic motions. The last part of the course covers one of the following two topics or both.
(1) The theorem of the stable manifold. Visualization techniques for stable / unstable manifolds [*]. Origin of chaos and Lyapunov exponents [*].
(2) Study of the Hamiltonian dynamics for quasi-integrable systems by using the frequency analysis method [*].

[*] = this topic will be described during some special work sessions in a computer lab.

Learning objectives: Enhancement of the understanding about Hamiltonian systems theory, also because of the development of some computational applications.

Text books:
A. Giorgilli: *Notes on Hamiltonian Dynamical Systems*, London Mathematical Society Student Texts, 2022
U. Locatelli: *Metodi Numerici di Studio dei Sistemi Dinamici Hamiltoniani*

Exam mode: The exam consists of three tests and all of them contribute (in nearly equal parts) to the final evaluation: a written dissertation on one of the main topics of the course, the preparation of a computational code solving a problem similar to one of those discussed in the work sessions in a computer lab, one oral exam on one of the main topics of the course.

METODI DI OTTIMIZZAZIONE PER BIG DATA

2° semestre

9 CFU – settore MAT/09 – 72 ore di lezione in aula

Docente: A. Cristofari

Programma: Introduzione all'ottimizzazione e richiami di analisi matematica (circa 10 ore). Algoritmi di ottimizzazione non vincolata (circa 35 ore). Modelli e metodi di machine learning (circa 25 ore). Algoritmi di ottimizzazione vincolata (circa 20 ore).

Obiettivi di apprendimento: L'obiettivo del corso è introdurre i concetti fondamentali e illustrare alcuni algoritmi di ottimizzazione non lineare, sia non vincolata, sia vincolata, con particolare attenzione all'applicazione nel campo del machine learning.

Testi consigliati:
D. P. Bertsekas: *Nonlinear Programming*, Athena Scientific, 1999
L. Bottou, F.E. Curtis, J. Nocedal: *Optimization Methods for Large-Scale Machine Learning*, SIAM Review 60(2), 2018, pp. 223–311
L. Grippo, M. Sciandrone: *Metodi di Ottimizzazione Non Vincolata*, Springer, 2011
G. James, D. Witten, T. Hastie, R. Tibshirani: *An Introduction to Statistical Learning*, Springer, 2021
Appunti tratti dalle lezioni. Copia materiale didattico usato per le lezioni

Modalità di esame: L'esame si compone di una prova scritta e di un progetto che possono essere svolti indipendentemente (quindi nell'ordine che preferisce il candidato) purché entro un anno l'uno dall'altro. La prova scritta si compone di domande teoriche da svolgere in un tempo di approssimativamente 3 ore. Il progetto riguarda l'implementazione di un metodo di ottimizzazione per l'addestramento di un modello di machine learning su dataset della letteratura. Il progetto è valutato sia sulla base del modello e dell'algoritmo di ottimizzazione scelti, sia sulla base della correttezza e del rigore. Il voto finale è la media delle valutazioni delle due prove.

Program: Introduction to optimization and review of calculus (about 10 hours). Unconstrained optimization algorithms (about 35 hours). Models and methods for machine learning (about 25 hours). Constrained optimization algorithms (about 20 hours).

Learning objectives: The aim of the course is to introduce fundamental concepts and describe some algorithms for nonlinear optimization, both in unconstrained and constrained setting, with specific attention to applications in the field of machine learning.

Text books:
D. P. Bertsekas: *Nonlinear Programming*, Athena Scientific, 1999
L. Bottou, F.E. Curtis, J. Nocedal: *Optimization Methods for Large-Scale Machine Learning*, SIAM Review 60(2), 2018, pp. 223–311
L. Grippo, M. Sciandrone: *Metodi di Ottimizzazione Non Vincolata*, Springer, 2011
G. James, D. Witten, T. Hastie, R. Tibshirani: *An Introduction to Statistical Learning*, Springer, 2021
Lectures notes. Slides used during the lectures

Exam mode: The exam has a written test and a project, which can be carried out independently (that is, in the order preferred by the student) as long as they are within one year of each other. The written test has questions about theoretical aspects to be carried out in about 3 hours. The project requires the implementation of an optimization method to train a machine learning model on a dataset from the literature. The project is assessed on the basis of the choice of the model, optimization algorithm, correctness and rigour. The final grade is the average of the grades of the written test and the project.

METODI E MODELLI DEI MERCATI FINANZIARI

1° semestre

8 CFU – settore SECS-S/06 – 64 ore di lezione in aula

Docente: L. Caramellino

Programma: Il corso si propone lo studio dei modelli continui in tempo e in spazio per la descrizione dei mercati finanziari, con particolare riferimento ai due problemi fondamentali in finanza: prezzo e copertura di opzioni. La prima parte del corso è dedicata a richiami ed approfondimenti di calcolo stocastico (processi di Markov, teorema di Girsanov, teoremi di rappresentazione delle martingale browniane, diffusioni e formule di rappresentazione alla Feynman-Kac). Successivamente vengono introdotti i modelli continui (modelli di Itô, processi di diffusione) per la finanza, le strategie di gestione, l'arbitraggio e la completezza del mercato. Particolare enfasi è data al modello di Black e Scholes. La parte finale del corso è dedicata ai metodi numerici Monte Carlo in finanza. L'ultima parte del corso sarà scelta, sulla base degli interessi degli studenti, tra i seguenti argomenti: tassi di interesse, opzioni americane, calcolo di Malliavin e applicazioni in finanza.

Obiettivi di apprendimento: Comprensione del linguaggio proprio della finanza matematica; conoscenza dei modelli continui per la finanza, in particolare per la risoluzione dei problemi legati alle opzioni (calcolo del prezzo e della copertura); capacità di istituire collegamenti con materie collegate (analisi, geometria, linguaggi di programmazione etc.) e con problemi provenienti dal mondo reale; risoluzione numerica di problemi reali tramite costruzione di algoritmi, anche Monte Carlo.

Testi consigliati:
P. Baldi: *Stochastic Calculus. An Introduction Through Theory and Exercises*, Springer, 2017
D. Lamberton, B. Lapeyre: *Introduction to Stochastic Calculus Applied to Finance*, Chapman & Hall, 2008
P. Glasserman: *Monte Carlo Methods in Financial Engineering*, Springer, 2004
D. Lamberton: *Optimal Stopping and American Options*, Ljubljana Summer School on Financial Mathematics, 2009
D. Brigo, A. Dalessandro, M. Neugebauer, F. Triki: *A Stochastic Processes Toolkit for Risk Management*, Journal of Risk Management in Financial Institutions 2(4), 2008-2009
Dispense del Corso sui Metodi Monte Carlo in Finanza
Dispense del Corso sul Calcolo di Malliavin e le Sue Applicazioni alla Finanza

Modalità di esame: Prova orale, previa consegna e discussione di un progetto con la risoluzione dei problemi numerici proposti (si richiede l'uso di un linguaggio di programmazione, ad esempio C). L'esame orale prevede la verifica dei concetti teorici e delle dimostrazioni svolte in aula.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

Program: The course aims to study continuous models in time and space for the description of financial markets, with particular reference to the two fundamental problems in finance: pricing and hedging options. Firstly, special topics on stochastic calculus are recalled and developed (Markov processes, Girsanov's theorem, representation theorems of Brownian martingales, diffusion processes and Feynman-Kac-style representation formulas). Continuous models in finance are then introduced (Itô models, diffusion processes) and trading strategies, arbitrage and market completeness are studied. A special emphasis is given to the Black and Scholes model. The final part of the course deals with Monte Carlo numerical methods in finance. The very last part of the course will be chosen, on the basis of the students' interests, among the following topics: interest rates, American options, Malliavin calculus and applications in finance.

Learning objectives: Understanding of the language of mathematical finance; knowledge of continuous models for finance, in particular for solving options related problems (price and hedging); ability to establish links with related subjects (analysis, geometry, programming languages, etc.) and with problems from the real world; numerical resolution of real problems through the construction of algorithms, including Monte Carlo ones.

Text books:
P. Baldi: *Stochastic Calculus. An Introduction Through Theory and Exercises*, Springer, 2017
D. Lamberton, B. Lapeyre: *Introduction to Stochastic Calculus Applied to Finance*, Chapman & Hall, 2008
P. Glasserman: *Monte Carlo Methods in Financial Engineering*, Springer, 2004
D. Lamberton: *Optimal Stopping and American Options*, Ljubljana Summer School on Financial Mathematics, 2009
D. Brigo, A. Dalessandro, M. Neugebauer, F. Triki: *A Stochastic Processes Toolkit for Risk Management*, Journal of Risk Management in Financial Institutions 2(4), 2008-2009
Lecture Notes on Monte Carlo Methods in Finance
Lecture Notes on Malliavin Calculus and Applications to Finance

Exam mode: Oral exam. Candidates can take the exam only after having delivered and discussed the numerical exercises (to be solved by means of a programming language, for example C). The oral exams is based on proofs and understanding of the theoretical background.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

NATURAL LANGUAGE PROCESSING

1° semestre

6 CFU – settore ING-INF/05 – 48 ore di lezione in aula

Docente: F. Zanzotto

Programma: Introduzione al NLP e la sfida delle macchine parlanti. Il Linguaggio: modelli e teorie linguistiche. Modelli Linguistici e Sistemi. Come determinare che un modello è corretto e un sistema è efficace: inter-annotation agreement e statistical significance. Automi a stati finiti e trasduttori per la morfologia (appunti per la lezione): software Xerox Finite State Transducers. Elaborazione sintattica con le grammatiche context-free. Parsing con le grammatiche context-free. Feature Structures e Unificazione. Tree Adjoining Grammars. Modular and Lexicalized Parsing. Probabilistic context-free grammar. Semantica. Rappresentazione semantica simbolica: Introduzione a WordNet e FrameNet. Lambda Calcolo per la semantica del linguaggio naturale. Rappresentazione semantica distribuzionale. Textual Entailment Recognition. Cenni di Rappresentazione Simbolica Distribuita per Reti Neurali.

Obiettivi di apprendimento: Il corso si propone di introdurre lo studente agli scopi, alle principali problematiche e ai principali modelli simbolici dell'elaborarazione del linguaggio naturale.

Testi consigliati:
D. Jurafsky, J. H. Martin: *Speech and Language Processing: An Introduction to Natural Language Processing, Computational Linguistics, and Speech Recognition*, 3rd Edition
I. Dagan, D. Roth, M. Sammons, F. M. Zanzotto: *Recognizing Textual Entailment: Models and Applications, Synthesis Lectures on Human Language Technologies #23*, Morgan & Claypool Publishers, 2013

Modalità di esame: La valutazione dello studente prevede lo svolgimento di un task progettuale seguito da una prova orale nella quale verrà discusso il task progettuale presentato ed approfonditi gli argomenti illustrati durante il corso.

Program: Introduction to NLP and to the challenge of talking machines. The language: linguistic models and theories. Linguistic models and systems. How to determine that a model is correct and a system is effective: inter-annotation agreement and statistical significance. Morpholgy: Finite state automaton and transducers. Syntactic analysis with context-free grammars. Parsing with context-free grammars. Feature Structures and Unification. Tree Adjoining Grammars. Modular and Lexicalized Parsing. Probabilistic context-free grammar. Semantics. Symbolic Semantic Representation: WordNet and FrameNet. Lambda Calculus for natural language semantics. Distributional semantics. Textual Entailment Recognition. Distributed Representations of Discrete Symbolic Representations for Neural Networks.

Learning objectives: The course introduces the common practices and the common models of natural language processing.

Text books:
D. Jurafsky, J. H. Martin: *Speech and Language Processing: An Introduction to Natural Language Processing, Computational Linguistics, and Speech Recognition*, 3rd Edition
I. Dagan, D. Roth, M. Sammons, F. M. Zanzotto: *Recognizing Textual Entailment: Models and Applications, Synthesis Lectures on Human Language Technologies #23*, Morgan & Claypool Publishers, 2013

Exam mode: Students are evaluated by assigning a project task to be developed and then discussed in an oral presentation, which also includes questions about the topics illustrated during the course.

NUMERICAL METHODS FOR COMPUTER GRAPHICS IN JAVA

1° semestre

8 CFU – settore MAT/08 – 64 ore di lezione in aula

Docente: H. Speleers

Programma: La computer graphics è largamente utilizzata nell'industria cinematografica e dei video giochi. Il corso ha lo scopo di fornire le techniche di base per la computer graphics ed una introduzione alla programmazione in Java. Il corso è formato da due parti. Parte 1: Introduzione a Java e alla programmazione orientata agli oggetti. Parte 2: Principi della computer graphics, fondamenti del rendering pipeline e rendering foto-realistico tramite ray-tracing.

Obiettivi di apprendimento: Fornire conoscenze di base delle tecniche di computer graphics per le applicazioni nel modelling e nella visualizzazione; mettere gli studenti in grado di implementare programmi per problemi di media dimensione in Java seguendo una programmazione orientata agli oggetti.

Testi consigliati:
B. Eckel: *Thinking in JAVA*, 4th Edition, Prentice Hall, 2006
F. S. Hill, S. M. Kelley: *Computer Graphics Using OpenGL*, 3rd Edition, Prentice Hall, 2006

Modalità di esame: Prova scritta composta da quesiti teorici ed esercizi. Progetto da realizzare. Prova orale in cui lo studente deve discutere il progetto.

L'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.

Program: Computer graphics is widely used in the video game and movie industry. The goal of this course is to provide some basic techniques in computer graphics, and to give an introduction to the programming language Java. The course consists of two parts. Part 1: Introduction to Java as an object-oriented programming language. Part 2: Principles of computer graphics, the basic rendering pipeline, and photo-realistic rendering by ray-tracing.

Learning objectives: Insight in the basic computer graphics techniques for modeling and visualization applications; the ability to implement small to medium-sized problems in an object-oriented programming language as Java.

Text books:
B. Eckel: *Thinking in JAVA*, 4th Edition, Prentice Hall, 2006
F. S. Hill, S. M. Kelley: *Computer Graphics Using OpenGL*, 3rd Edition, Prentice Hall, 2006

Exam mode: Written exam consisting of both theoretical questions and exercises. A project has to be made. Oral exam where the student has to discuss the project.

Lectures will be given in English.

PROGETTAZIONE DI SISTEMI INFORMATICI

2° semestre

8 CFU – settore INF/01 – 64 ore di lezione in aula

Docente: E. Nardelli

Programma: Test driven design. Statecharts. Basi di dati.

Obiettivi di apprendimento: L'insegnamento si propone di fornire agli studenti gli elementi fondamentali per lo sviluppo di sistemi informatici.

Testi consigliati:
L. Koskela: *Test Driven*, Manning, 2007
D. Harel, M. Politi: *Modeling Reactive Systems with Statecharts: The STATEMATE Approach*, McGraw Hill, 1998
P. Atzeni et al.: *Basi di Dati*, McGraw Hill, 2014

Modalità di esame: Svolgimento di prova scritta con: esercizio di progettazione con StateCharts, esercizi di progettazione di Basi di Dati. Progetto di sviluppo di un sistema informatico in Eiffel. Discussione orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

Program: Test driven design. Statecharts. Databases.

Learning objectives: This module aims at providing to students the fundamental concepts needed during informatics systems development.

Text books:
L. Koskela: *Test Driven*, Manning, 2007
D. Harel, M. Politi: *Modeling Reactive Systems with Statecharts: The STATEMATE Approach*, McGraw Hill, 1998
P. Atzeni et al.: *Basi di Dati*, McGraw Hill, 2014

Exam mode: Written exam with: StateCharts design exercise, Database design exercises. Project developing an informatics system in Eiffel. Oral discussion.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

RELATIVITY AND COSMOLOGY

2° semestre

6 CFU – settore FIS/05 – 48 ore di lezione in aula

Docente: N. Vittorio

Programma: Il principio di equivalenza. Campi gravitazionali deboli. Moto geodetico. Significato fisico della metrica. Arrossamento delle righe spettrali. Forze inerziali. Tensori. Derivazione covariante. Il tensore di Riemann-Christoffel. Equazione di campo nel vuoto. Il tensore energia-impulso. Equazione di campo in presenza di materia. Leggi di conservazione. La soluzione di Schwarzschild: coordinate isotrope; moto planetario; deflessione della luce. L'espansione di Hubble. La radiazione cosmica di fondo. La metrica di Friedmann-Robertson-Walker. Nucleosintesi primordiale degli elementi leggeri. Il problema della distanza in Cosmologia. Il modello standard in cosmologia e gli scenari inflazionari.

Obiettivi di apprendimento: Conoscenza della relatività generale classica e degli strumenti del calcolo tensoriale ad essa necessari. Acquisizione di competenze specifiche, mirate alla risoluzione di alcuni problemi in relatività generale. Conoscenza delle problematiche che richiedono una trattazione general-relativistica (collasso gravitazionale, onde gravitazionali, cosmologia teorica) e delle osservazioni che consentono di validarne la loro trattazione teorica. Sviluppo di competenze mirate alla predizione di osservabili di interesse per l'astrofisica e la cosmologia moderna.

Testi consigliati:
J. V. Narlikar: *An introduction to Relativity*, Cambridge University Press, 2010
S. Carroll: *Spacetime and Geometry: an introduction to General Relativity*, Addison-Wesley, 2003

Modalità di esame: Prova orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

Program: The equivalence principle. Weak gravitational field. Geodesic motion. Physical interpretation of the metric tensor. Reddening of spectral lines. Inertial forces. Tensors. Covariant derivatives. The Riemann-Christoffel tensor. Field equation in vacuum. The energy-momentum tensor. Field equations in the presence of matter. Conservation laws. The Schwarzschild solution: isotropic coordinates; planetary motion; light deflection. The Hubble expansion. The Cosmic Microwave Background radiation. The

Friedmann-Robertson-Walker metric. Primordial nucleosynthesis. The distance problem in cosmology. The standard model in cosmology and inflationary scenarios.

Learning objectives: Knowledge of the basics of tensor calculus and of classical General Relativity. Acquisition of specific competences aimed at solving some problems in General Relativity. Knowledge of problems that require a General Relativity approach (gravitational collapse, gravitational waves, theoretical cosmology) and the observations that allow to validate their theoretical discussion. Skills development targeted to the prediction of observables of interest for Astrophysics and Cosmology.

Text books:
J. V. Narlikar: *An introduction to Relativity*, Cambridge University Press, 2010
S. Carroll: *Spacetime and Geometry: an introduction to General Relativity*, Addison-Wesley, 2003

Exam mode: Oral exam.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

STATISTICAL LEARNING AND HIGH DIMENSIONAL DATA

2° semestre

8 CFU – settore MAT/06 – 64 ore di lezione in aula

Docente: S. Vigogna

Programma: Formalizzazione matematica del machine learning, supervised learning, regressione e classificazione, consistenza e generalizzazione, no free lunch theorem, ottimalità minimax, bias-variance trade-off, universalità, empirical risk minimization, regolarizzazione, modelli lineari, metodi kernel, spazi di Hilbert a nucleo riproducente, representer theorem, bounds di generalizzazione, misure di complessità, statistical-computational trade-offs, sparsità, reti neurali e deep learning, limiti Gaussiani, adattività, interpolazione, double descent.

Obiettivi di apprendimento: Concetti, strumenti, metodi e risultati fondamentali dello statistical learning, con particolare attenzione al caso supervisionato e ai problemi in alta dimensione.

Testi consigliati:
I. Steinwart, A. Christmann: *Support Vector Machines*, Springer, 2014
F. Cucker, D. Zhou: *Learning Theory: An Approximation Theory Viewpoint*, Cambridge University Press, 2007
T. Hastie, R. Tibshirani, J. Friedman: *The Elements of Statistical Learning*, Springer, 2009

Modalità di esame: Le conoscenze apprese verranno verificate attraverso un colloquio orale e la presentazione di soluzioni di esercizi assegnati.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

Program: Mathematical formalization of machine learning, supervised learning, regression and classification, consistency and generalization, no free lunch theorem, minimax optimality, bias-variance trade-off, universality, empirical risk minimization, regularization, linear models, kernel methods, reproducing kernel Hilbert spaces, representer theorem, generalizations bounds, complexity measures, statistical-computational trade-offs, sparsity, neural networks and deep learning, Gaussian limits, adaptivity, interpolation, double descent.

Learning objectives: Concepts, tools, methods and fundamental results of statistical learning, with particular focus on the supervised case and problems in high dimensions.

Text books:
I. Steinwart, A. Christmann: *Support Vector Machines*, Springer, 2014
F. Cucker, D. Zhou: *Learning Theory: An Approximation Theory Viewpoint*, Cambridge University Press, 2007
T. Hastie, R. Tibshirani, J. Friedman: *The Elements of Statistical Learning*, Springer, 2009

Exam mode: The evaluation will consist of an oral examination and the presentation of solutions to assigned problems.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

STORIA DELLA SCIENZA

2° semestre

8 CFU – settore MAT/04 – 64 ore di lezione in aula

Docente: B. Scoppola

Programma: Ripercorrere l'evoluzione della scienza sottolineando i legami tra la scienza ellenistica e la rinascita della scienza in età moderna. Lista degli argomenti: 1. Geometria, 2. Forma e dimensioni della Terra, 3. Geografia matematica, 4. Gravitazione, 5. Scienza e navigazione, 6. Teoria atomico-molecolare, 7. Evoluzione biologica, 8. Studio del sistema nervoso.

Obiettivi di apprendimento: Ci si attende che gli studenti comprendano l'evoluzione della scienza a partire dalle caratteristiche delle società in cui la scienza si è sviluppata.

Testi consigliati:
L. Russo: *Stelle, Atomi e Velieri*, Mondadori Università, 2015
Appunti del corso

Modalità di esame: Prova orale.

Bibliografia di riferimento:
L. Russo: *La Rivoluzione Dimenticata*, Feltrinelli, 2021
L. Russo: *Flussi e Riflussi: Indagine sull'Origine di una Teoria Scientifica*, Mondadori Università, 2020
Elementi di Euclide

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

Program: To revise the evolution of the science outlining the links between ellenistic and modern science. Arguments: 1. Geometry, 2. Shape and dimensions of the Earth, 3. Mathematical geography, 4. Gravitation, 5. Science and gravitation, 6. Atomic and molecular theory, 7. Biological evolution, 8. Study of the nervous system.

Learning objectives: It is expected that the students understand science evolution starting from the features of the societies in which the science has developed.

Text books:
L. Russo: *Stelle, Atomi e Velieri*, Mondadori Università, 2015
Notes of the course

Exam mode: Oral exam.

Reference bibliography:
L. Russo: *La Rivoluzione Dimenticata*, Feltrinelli, 2021
L. Russo: *Flussi e Riflussi: Indagine sull'Origine di una Teoria Scientifica*, Mondadori Università, 2020
Euclide's Elements

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

STORIA DELLE MATEMATICHE

2° semestre

8 CFU – settore MAT/04 – 64 ore di lezione in aula

Docente: R. Bellé

Programma: Il recupero della matematica classica nel Rinascimento e la tradizione medievale: il caso dell'Italia. L'esempio di Francesco Maurolico e Federico Commandino. Gli inizi della matematica moderna: l'algebra di Viète e la Géométrie di Descartes. Fermat: il metodo delle tangenti e dei massimi e minimi.

Obiettivi di apprendimento: Al termine dell'insegnamento si dovrà essere in grado di comprendere le principali linee direttrici dell'evoluzione del pensiero matematico nel passaggio dal periodo medievale al Rinascimento fino alla prima età moderna. In particolare gli obiettivi saranno i seguenti: - individuare l'influenza dei metodi della matematica greca classica; - comprendere gli aspetti legati alla matematica sviluppata nel Vicino Oriente; - sapere come utilizzare in maniera critica vari tipi di fonti per l'indagine storica: lettere, biografie, prefazioni di testi matematici, cataloghi di biblioteche e archivi; - capire gli aspetti di novità portati dalla matematica rinascimentale, soprattutto in ambito italiano e francese; - collegare l'evoluzione del pensiero matematico allo sviluppo della civiltà nel suo complesso; - seguire l'evoluzione del pensiero matematico nel tempo.

Testi consigliati:
P. L. Rose: *The Italian Renaissance of Mathematics. Studies on Humanists and Mathematicians from Petrarch to Galileo*, Genève, Droz, 1976
M. S. Mahoney: *The Mathematical Career of Pierre de Fermat, 1601-1665*, Princeton University Press, 1994
G. Giorello, C. Sinigaglia: *Fermat: I Sogni di un Magistrato all'Origine della Matematica*, "I grandi della scienza", Le Scienze, 2001
E. Giusti: *Storia della Scienza - Capitolo XXXV "La rivoluzione cartesiana e gli sviluppi della geometria", Capitolo XXXVI "Dalla Géométrie al calcolo: il problema delle tangenti e le origini del calcolo infinitesimale"*, Istituto Enciclopedia Italiana, 2002

Modalità di esame: Prova orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

Program: The recovery of classical mathematics in the Renaissance and the medieval tradition: the case of Italy. Francesco Maurolico and Federico Commandino. The beginnings of modern mathematics: Viète's algebra and Descartes' Géométrie. Fermat: the method of tangents and of maxima and minima.

Learning objectives: At the end of the course you should be able to understand the main lines of the evolution of mathematical thought in the transition from the medieval period through the Renaissance to the early modern age. In particular, the objectives will be as follows: - identify the influence of the methods of classical Greek mathematics; - understand aspects of mathematics developed in the Near East; - to know how to critically use various types of sources for historical investigation: letters, biographies, prefaces of mathematical texts, catalogues of libraries and archives; - understand the aspects of novelty brought by Renaissance mathematics, especially in the Italian and French context; - link the evolution of mathematical thought to the development of civilisation as a whole; - follow the evolution of mathematical thought over time.

Text books:
P. L. Rose: *The Italian Renaissance of Mathematics. Studies on Humanists and Mathematicians from Petrarch to Galileo*, Genève, Droz, 1976
M. S. Mahoney: *The Mathematical Career of Pierre de Fermat, 1601-1665*, Princeton University Press, 1994
G. Giorello, C. Sinigaglia: *Fermat: I Sogni di un Magistrato all'Origine della Matematica*, "I grandi della scienza", Le Scienze, 2001
E. Giusti: *Storia della Scienza - Capitolo XXXV "La rivoluzione cartesiana e gli sviluppi della geometria", Capitolo XXXVI "Dalla Géométrie al calcolo: il problema delle tangenti e le origini del calcolo infinitesimale"*, Istituto Enciclopedia Italiana, 2002

Exam mode: Oral exam.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

SUPERFICI DI RIEMANN

1° semestre

8 CFU – settore MAT/03 – 64 ore di lezione in aula

Docente: M. Mcquillan

Programma: Teorema di uniformizzazione come applicazione della dualità di Grothendieck-Verdier alla convergenza dei flussi di Ricci e, tempo permettendo, applicazioni, in particolare teorema di comparazione tra coomologia classica e etale.

Testi consigliati: Dispense a cura del docente

Modalità di esame: Prova orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

Program: Uniformisation theorem as an application of Grothendieck-Verdier duality to the convergence of Ricci flow, and, time permitting, applications, particularly to the comparison theorem between classical and Etale cohomology.

Text books: Lecture Notes

Exam mode: Oral exam.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

TEORIA DEI GIOCHI E PROGETTO DI RETI

1° semestre

9 CFU – settore MAT/09 – 72 ore di lezione in aula

Docente: P. Oriolo

Programma: 1. Giochi in forma normale. Equilibri di Nash. Pareto ottimalità. Strategie dominanti. Strategie conservative. Payoff. 2. Meccanismi di asta. Aste di primo prezzo e aste secondo prezzo. 3. Giochi antagonistici e a somma zero. Punti di sella ed equilibri di Nash per giochi a somma zero. 4. Estensione in strategia mista di un gioco antagonistico ed esistenza equilibrio di Nash, valore del gioco. Il teorema di von Neumann. 5. i giochi cooperativi. Nucleo di un gioco. Il teorema di Bondareva-Shapley. I mercati con utilità trasferibile. Giochi semplici e valore di Shapley. 6. Giochi cooperativi con l'utilità non trasferibile. Il problema dell'house allocation. Il problema dello stable marriage. 7. Facility location: teoria ed algoritmi esatti ed approssimati. Algoritmo primale duale. Facility location games: meccanismi di cost sharing. 8. Alberi di Steiner: teoria ed algoritmi risolutivi esatti ed approssimati. Algoritmo primale duale.

Obiettivi di apprendimento: Lo scopo di questo corso è quello di introdurre la teoria dei giochi. Diversi esempi di giochi, cooperativi e non cooperativi, saranno presentati e risolti per mezzo di strumenti standard della Teoria dei Giochi, che perlopiù poggiano su tecniche di ottimizzazione, programmazione lineare e programmazione lineare intera.

Testi consigliati: Dispense a cura del docente.

Modalità di esame: La prova scritta si articola su diversi esercizi mirati ad appurare la padronanza delle varie parti del programma. La prova orale è facoltativa.

Bibliografia di riferimento:
M. J. Osborne: *An introduction to Game Theory*, Oxford University press, 2003
N. Nisan, T. Roughgarden, E. Tardos, V. V. Vazirani: *Algorithmic Game Theory*, Cambridge University Press, 2011
V. V. Vazirani: *Approximation Algorithms*, Springer, 2010

Program: 1. Games in normal form. Nash equilibria. Pareto optimality. Dominant strategies. Conservative strategies. Payoffs. 2. Auction mechanisms. First price and second price auctions. 3. Zero-sum games. Saddle points and Nash equilibria for zero-sum games. 4. Extension in mixed strategy of a game and existence of Nash equilibria, value of a game. Von Neumann's theorem. 5. Cooperative games. Core of a game. The theorem of Bondareva-Shapley. Markets with transferable utility. Shapley value. Simple games. 6. Cooperative games with nontransferable utility. The house allocation problem. The stable marriage problem. 8. Facility location: theory and exact approximate algorithms. Primal dual schemes. Facility location games. Cost sharing mechanisms. 8. Steiner trees: theory and approximate algorithms. Primal dual algorithm.

Learning objectives: The aim of this class is to introduce game theory and network design. Several examples of games, both cooperative and non-cooperative, will be presented and solved by means of standard game theory tools mainly building upon optimization techniques, linear programming and linear integer programming.

Text books: Lecture notes by the teacher.

Exam mode: The written test is divided into various exercises aimed at verifying mastery of the various parts of the program. The oral test is optional.

Reference bibliography:
M. J. Osborne: *An introduction to Game Theory*, Oxford University press, 2003
N. Nisan, T. Roughgarden, E. Tardos, V. V. Vazirani: *Algorithmic Game Theory*, Cambridge University Press, 2011
V. V. Vazirani: *Approximation Algorithms*, Springer, 2010

TEORIA DELLE RAPPRESENTAZIONI 2

1° semestre

8 CFU – settore MAT/02 – 64 ore di lezione in aula

Docente: I. Damiani

Programma: La categoria delle algebre di Lie. Algebre di Lie e algebre associative: l'algebra inviluppante di un'algebra di Lie e il teorema di Poincaré-Birkhoff-Witt. Algebre di Lie nilpotenti e algebre di Lie risolubili. Algebre di Lie semisemplici di dimensione finita: sistemi di radici e classificazione. Rappresentazioni delle algebre di Lie semplici di dimensione finita; caratteri; il teorema di Harish-Chandra. Il teorema di Kostant e il gruppo di Chevalley.

Obiettivi di apprendimento: L'obiettivo di questo corso è introdurre allo studio delle algebre di Lie di dimensione finita e delle loro rappresentazioni: come strumento per studiare (linearizzandole) le rappresentazioni dei gruppi di Lie e dei gruppi algebrici; nelle sue molteplici e profonde connessioni con concetti e strutture che compaiono in altri campi della matematica; aprendo ad un vasto e ricco campo di studi.

Testi consigliati:
Humphreys, J. E.: *Introduction to Lie Algebras and Representation Theory*, Springer, 1972

Modalità di esame: Esame orale, eventualmente preceduto da esercizi scritti.

Program: The category of Lie algebras. Lie algebras and associative algebras: the enveloping algebra of a Lie algebra and the Poincaré-Birkhoff-Witt theorem. Nilpotent Lie algebras and solvable Lie algebras. Semisimple finite-dimensional Lie algebras: root systems and classification. Representations of simple finite-dimensional Lie algebras; characters; Harish-Chandra theorem. Kostant theorem and Chevalley groups.

Learning objectives: This course is meant as an introduction to the study of finite dimensional Lie algebras and their representation theory.

Text books:
Humphreys, J. E.: *Introduction to Lie Algebras and Representation Theory*, Springer, 1972

Exam mode: Oral examination, with preliminary written exercises.

WEB MINING AND RETRIEVAL

2° semestre

9 CFU – settore ING-INF/05 – 72 ore di lezione in aula

Docente: R. Basili

Programma: Definizione di ML. Metodi Supervised e Unsupervised. Paradigmi di ML. Ciclo di vita di un sistema di ML. Metriche e Metodi di valutazione nel Machine Learning. Modellazione dei fenomeni complessi nei dati Web: dall'Information Retrieval al Natural Language Processing. Modelli probabilistici di Linguaggio. Cenni sui Processi Markoviani. Hidden Markov Model Statistical Learning Theory: PAC Learnability. Espressività e apprendimento. Il Percettrone. SVM. Hard Margin. Soft margin SVM. Kernel polinomiali. Sequence Kernels. Tree Kernels. Semantic Tree kernels. Deep Learning. Introduzione e Background. Deep NNs: tasks and metodi di addesatrmento. Convolutional Neural Networks. Recurrent Neural Networks. Deep Learning Software Development. NN in Python. Language Modeling con modelli neurali. I meccanismi della attenzione, Reti encoding-decoding; Transformers. Modelli Fondazionali. Pre-training, fine-tuning, Prompting ed Instruction Learning. Opinion Mining e Sentiment Analysis: task, risorse e metodologie principali. Metodi avanzati di NLP

Obiettivi di apprendimento: I metodi avanzati di Machine Learning fanno riferimento sin dagli anni 2011-12 ad algoritmi basati su reti neurali complesse caratterizzate da architetture profonde, cioè in grado di usare un numero molto grande di parametri organizzati in numerosi strati nascosti. Le recenti applicazioni di queste architetture hanno dimostrato una potenza enorme nella soluzione di problemi complessi nella analisi dei dati non strutturati quali i testi, le immagini, i video inclusi i segnali vocali. Nel Corso si introducono le tecniche principali per la progettazione di reti neurali profonde, le assunzioni matematiche alla base della loro applicazione, le prassi tecnologiche principali nello sviluppo software di sistemi neurali profondi ed infine le relazioni tra queste tecnologie ed i principali domini applicativi propri della analisi delle immagini e dell'AI generativa. Le finalità del corso sono di: • Approfondire tematiche legate all'apprendimento automatico, mediante algoritmi neurali presentando i metodi avanzati di induzione di modelli decisionali complessi dai dati (kernel machines, percettroni, deep neural networks, trasformers, sistemi neurali generativi decoder-only). • Conoscere i diversi modelli neurali usati per problemi rilevanti nel WWW e nell'Intelligenza Artificiale (image e speech processing, natural language processing, Human-computer interaction, AI generativa). • Conoscere le tecnologie avanzate di Intelligenza Artificiale applicate al Web ed all'IoT, per il trattamento dei dati linguistici sino alle applicazioni nei motori di ricerca, nel Social Web nella Link Analysis e nel Sentiment and Emotion Analysis.

Testi consigliati:
M. Harchol-Balter: *Introduction to Information Retrieval*, Cambridge University Press, 2024
G. Paaß, S. Giesselbach: *Foundation Models for Natural Language Processing*, Springer, 2023
I. Goodfellow, Y. Bengio, A. Courville: *Deep Learning*, MIT press, 2016
Note del docente e articoli scientifici distribuiti durante il corso

Modalità di esame: In due test di midterm (equivalenti ad una singole prove orale) vengono utilizzate (1) domande chiuse per la verifica dei temi dell'intero programma, ed (2) una prova di progettazione di un modello di ML. Il progetto verte sullo studio di un modello di Machine Learning avanzato su dati Web o su dati erogati da competizioni di ricerca internazionali (come ad es. Kaggle benchmarks, SemEval dataset) e può prevedere lo sviluppo di una corrispondente applicazione che orchestra servizi avanzati di Deep Learning (ad es. Sentiment Analysis su Twitter) o di interazione Human-Robot (interfacce in linguaggio naturale verso i robot).

La verifica delle competenze tende a studiare le conoscenze acquisite in ampiezza sui temi del programma e la capacità modellistica e di progettazione di metodi avanzati di Deep Learning, Image Processing o NLP in un certo dominio. Le competenze tecnologiche sono stimolate nei laboratori settimanali o legate allo sviluppo del progetto dove il contributo su questi temi fornito dal singolo studente del team (max 3 persone) viene verificato con una discussione orale.

Bibliografia di riferimento:
C. M. Bishop: *Pattern Recognition and Machine Learning*, Springer, 2006
C. D. Manning, P. Raghavan, H. Schütze: *Introduction to Information Retrieval*, Cambridge University Press, 2008

Program: Definition of ML. Supervised and Unsupervised methods. ML paradigms. Life cycle of an ML system. Metrics and Evaluation Methods in Machine Learning. Modeling complex phenomena in Web data: from Information Retrieval to Natural Language Processing. Probabilistic Language Models. Hints on Markovian Processes. Hidden Markov Model. Statistical Learning Theory: PAC Learnability. Expressivity and Learning. The Perceptron. SVM. Hard Margin. Soft margin SVM. Polynomial kernels. Sequence Kernels. Tree kernels. Semantic Tree kernels. Deep Learning. Introduction and Background. Deep NNs: tasks and training methods. Convolutional Neural Networks. Recurrent Neural Networks. Deep Learning Software Development. NNs in Python. Language Modeling with neural models. The mechanisms of attention, Encoding-decoding networks; T ransformers. Foundational Models. Pretraining, Fine-tuning, Prompting and Instruction Learning. Opinion Mining and Sentiment Analysis: main tasks, resources and methodologies. Advanced NLP methods.

Learning objectives: Advanced Machine Learning methods have been referring since 2010-12 to algorithms based on complex neural networks characterized by deep architectures, i.e., capable of using a very large number of parameters organized in numerous hidden layers. Recent applications of these architectures have demonstrated tremendous power in solving complex problems in the analysis of unstructured data such as text, images, video including speech signals. In the Course we introduce the main techniques for the design of deep neural networks, the mathematical assumptions underlying their application, the main technological practices in the software development of deep neural systems, and finally the relationships between these technologies and the main application domains peculiar to image analysis and generative AI. The aims of the course are to: - Deepen topics related to machine learning using neural algorithms by presenting advanced methods of inducing complex decision models from data (kernel machines, perceptrons, deep neural networks, transformers, decoder-only generative neural systems). - Know the different neural models used for relevant problems in WWW and Artificial Intelligence (image and speech processing, natural language processing, human-computer interaction, generative AI). - To know advanced Artificial Intelligence technologies applied to the Web and IoT, for language data processing up to applications in search engines, Social Web in Link Analysis and Sentiment and Emotion Analysis.

Text books:
M. Harchol-Balter: *Introduction to Information Retrieval*, Cambridge University Press, 2024
G. Paaß, S. Giesselbach: *Foundation Models for Natural Language Processing*, Springer, 2023
I. Goodfellow, Y. Bengio, A. Courville: *Deep Learning*, MIT press, 2016
Note del docente e articoli scientifici distribuiti durante il corso

Exam mode: In two midterm tests (equivalent to a single oral test), (1) closed questions are used to test the topics of the entire program, and (2) a ML model design test. The project focuses on the study of an advanced Machine Learning model on Web data or data delivered by international research competitions (e.g., Kaggle benchmarks, SemEval dataset) and may involve the development of a corresponding application that orchestrates advanced Deep Learning services (e.g., Sentiment Analysis on Twitter) or Human-Robot interaction (natural language interfaces to robots).

Skills testing tends to study the knowledge acquired in breadth on the program topics and the modeling and design ability of advanced Deep Learning, Image Processing or NLP methods in a certain domain. Technological skills are stimulated in weekly labs or related to project development where the contribution on these topics provided by the individual student in the team (max 3 people) is verified by oral discussion.

Reference bibliography:

C. M. Bishop: *Pattern Recognition and Machine Learning,* Springer, 2006

C. D. Manning, P. Raghavan, H. Schütze: *Introduction to Information Retrieval*, Cambridge University Press, 2008