# Corso di Laurea Magistrale in MATEMATICA PURA ED APPLICATA (LM-40 Matematica)

### **INFORMAZIONI**

Segreteria didattica: Sig.ra Laura Filippetti, tel. 06 72594839 Coordinatore corso di laurea magistrale: Prof.ssa Carla Manni

Sito web: <a href="http://www.mat.uniroma2.it/didattica/">http://www.mat.uniroma2.it/didattica/</a>

E-mail: dida@mat.uniroma2.it

Il Corso di Laurea in Matematica Pura ed Applicata si inquadra nella Classe delle Lauree Magistrali in Matematica (Classe LM-40 del DM 16 Marzo 2007 "Determinazione delle classi di laurea") ed afferisce al Dipartimento di Matematica (DM). La durata del Corso di Laurea è normalmente di due anni.

Il corso di laurea magistrale in Matematica Pura e Applicata (MPA) si propone di sviluppare competenze e conoscenze avanzate in vari settori della matematica, garantendo ai suoi iscritti ampia possibilità di approfondimento sia degli aspetti teorici di questa disciplina che delle sue applicazioni.

Grazie alla sua formazione, il laureato magistrale in MPA potrà, a seconda dei casi, proseguire negli studi partecipando a programmi di dottorato in discipline matematiche o inserirsi nel mondo del lavoro, sia utilizzando le specifiche competenze acquisite che valorizzando le sue capacità di flessibilità mentale e di collaborazione con altri esperti.

Sono possibili percorsi formativi differenziati, atti ad integrare e completare la formazione matematica di ciascuno studente. Tuttavia, in ogni ambito vengono sottolineati gli aspetti metodologici al fine di assicurare una profonda comprensione della materia e la capacità di aggiornare costantemente le competenze acquisite. Con l'intento di accrescere le capacità di autonomia degli studenti, e per permettere la formulazione di piani di studio che si adattino alle esigenze di una società in rapida evoluzione, si è previsto un elevato grado di libertà nella scelta degli insegnamenti.

Al fine di far acquisire un'approfondita conoscenza sia degli aspetti disciplinari sia di quelli metodologici della matematica, il percorso formativo è caratterizzato dalla presenza, all'inizio, di insegnamenti intesi a fornire un quadro ampio e organico di argomenti di carattere avanzato nelle discipline fondamentali (algebra, analisi, geometria, fisica matematica, analisi numerica, probabilità). Successivamente, sono offerti insegnamenti a carattere specialistico, volti ad accogliere specifici interessi sviluppati dagli studenti, nonché a coadiuvare lo svolgimento del lavoro di tesi, cui è attribuita una valenza determinante per il compimento del ciclo di studi.

I laureati magistrali in MPA devono inoltre essere in grado di esprimere le proprie conoscenze in contesti professionali sia specifici sia interdisciplinari. Lo studente viene altresì sollecitato ad acquisire un contatto diretto con la letteratura matematica, anche a livello di ricerca, e ad affinare le capacità individuali di orientarsi nella consultazione di testi e nella creazione di bibliografie sia in italiano che in inglese. La redazione della prova finale costituisce, tra l'altro, una verifica dell'acquisizione di queste competenze e della padronanza delle tecniche usuali della comunicazione scientifica in ambito matematico.

Obiettivi formativi specifici del corso di laurea magistrale:

Il corso di laurea magistrale in Matematica Pura e Applicata (MPA) si propone di sviluppare competenze e conoscenze avanzate in vari settori della matematica, garantendo ai suoi iscritti ampia possibilità di approfondimento sia degli aspetti teorici di questa disciplina che delle sue applicazioni.

Oltre ad avere un'approfondita conoscenza sia degli aspetti disciplinari sia di quelli metodologici della matematica, i laureati magistrali in MPA devono essere in grado di esprimere le proprie conoscenze in contesti professionali sia specifici sia interdisciplinari, devono essere capaci di orientarsi nella consultazione della letteratura specifica e di redigere bibliografie in ambito matematico.

Il laureati magistrali in MPA potranno, a seconda delle proprie inclinazioni e preferenze, proseguire negli studi partecipando a programmi di dottorato in discipline matematiche o inserirsi nel mondo del lavoro, sia utilizzando le specifiche competenze acquisite che valorizzando le proprie capacità di flessibilità mentale e di collaborazione con altri esperti.

Risultati di apprendimento attesi, espressi tramite i Descrittori europei del titolo di studio.

I Descrittori di Dublino di seguito riportati sono enunciazioni generali dei tipici risultati conseguiti dagli studenti che hanno ottenuto il titolo dopo aver completato con successo il ciclo di studio.

Conoscenza e capacità di comprensione

I laureati in Matematica Pura e Applicata avranno:

- acquisito una conoscenza ampia e adeguata di tematiche avanzate in più settori della matematica, nonché in alcuni settori affini a questa disciplina;
- potuto acquisire una conoscenza adeguata di tecniche di formalizzazione e modellizzazione, anche complesse, tipiche delle applicazioni della matematica in vari ambiti scientifici e professionali;
- potuto acquisire un livello di comprensione del linguaggio, delle tecniche e dei contenuti dei principali settori della matematica, soprattutto relativi al campo di specializzazione prescelta, tale da metterli in grado di iniziare percorsi di avviamento alla ricerca.

Inoltre, i laureati in Matematica Pura e Applicata dovranno avere facilità di astrazione, incluso lo sviluppo logico di teorie formali e delle loro relazioni. Lo strumento didattico privilegiato per il raggiungimento di tali obiettivi sono le lezioni, le esercitazioni e le attività di laboratorio e tutorato. La verifica avviene in forma classica attraverso la valutazione di un elaborato scritto e/o un colloquio orale.

Capacità di applicare conoscenza e comprensione

I laureati magistrali in Matematica Pura e Applicata dovranno essere in grado di elaborare o applicare idee, anche originali, e possedere sicure competenze sia per ideare e sostenere argomentazioni che per risolvere problemi nel proprio campo di studi. In particolare, essi dovranno essere in grado di:

- comprendere approfonditamente problemi matematici anche di livello elevato;
- identificare gli elementi essenziali di un problema e saperlo modellizzare, in termini matematici, identificando metodologie idonee per la sua soluzione;

• produrre dimostrazioni originali e rigorose di semplici proposizioni in diversi campi della matematica;

Inoltre, con riferimento al campo di specializzazione prescelta, essi dovranno essere capaci di:

- estrarre informazioni qualitative da dati quantitativi;
- comprendere, utilizzare e progettare metodi teorici e/o computazionali adeguati alle tematiche affrontate:
- utilizzare in maniera efficace strumenti informatici di supporto.

La verifica del raggiungimento degli obiettivi posti avviene di norma mediante:

- le varie prove svolte durante gli insegnamenti impartiti e alla loro conclusione;
- l'esposizione e la discussione dei risultati conseguiti durante la preparazione della prova finale.

## Autonomia di giudizio

I laureati magistrali in Matematica Pura e Applicata dovranno:

- sapere collegare tra loro i diversi concetti matematici, tenendo presente la struttura logica e gerarchica della matematica;
- essere in grado di analizzare criticamente una dimostrazione, e di produrne una standard ove occorra;
- essere in grado di valutare l'appropriatezza di un modello o di una teoria matematica nella descrizione di un fenomeno concreto;
- essere in grado di fare ricerche bibliografiche autonome utilizzando libri di contenuto matematico, sviluppando anche una familiarità con le riviste scientifiche di settore;
- essere in grado di utilizzare per la ricerca scientifica gli archivi elettronici disponibili sul WEB, operando la necessaria selezione dell'informazione disponibile;
- essere in grado di capire e valutare le difficoltà del processo insegnamento/apprendimento in base all'argomento trattato e alla situazione dei discenti;
- possedere un adeguato livello di consapevolezza delle possibili implicazioni anche etiche e sociali della propria attività.

Queste capacità verranno stimolate in tutti gli insegnamenti, rafforzando il senso critico dello studente e assegnando problemi che lo studente deve svolgere anche in modo originale. La verifica del raggiungimento degli obiettivi posti avverrà di norma mediante:

- le varie prove svolte durante gli insegnamenti impartiti e alla loro conclusione;
- l'esposizione e la discussione dei risultati conseguiti durante la preparazione della prova finale.

### Abilità comunicative

I laureati magistrali in Matematica Pura e Applicata dovranno:

• essere in grado di elaborare o applicare idee, anche originali, e di sostenerle con chiarezza e rigore sia di fronte a specialisti del settore che ad un uditorio più vasto;

- sapere sollecitare, stimolare, favorire e guidare all'interesse per il pensiero matematico;
- essere in grado di presentare la propria ricerca, o i risultati di una ricerca bibliografica, e di esporre in maniera compiuta il proprio pensiero su problemi, idee e soluzioni, utilizzando efficacemente, in forma scritta e orale, almeno una lingua dell'Unione Europea oltre l'italiano, nell'ambito specifico di competenza della matematica e per lo scambio di informazioni generali.

Tali abilità potranno essere conseguite alla fine del percorso formativo, come risultato dei contenuti di base dell'offerta formativa. Alcuni corsi prevederanno la presentazione di argomenti di approfondimento attraverso seminari o relazioni scritte, richiedendo allo studente di maturare capacità espositive, sia scritte che orali. La preparazione acquisita in materie affini ed integrative darà la possibilità di interagire con laureati in altri settori, ed eventualmente con esperti in campi non necessariamente accademici, potenziando la capacità di formalizzare matematicamente situazioni complesse di interesse applicativo. La verifica del raggiungimento degli obiettivi posti avverrà:

- mediante le varie prove, anche a carattere seminariale, svolte durante gli insegnamenti impartiti e alla loro conclusione;
- in occasione di attività di tutorato nelle quali gli studenti potranno essere coinvolti;
- durante l'esposizione e la discussione dei risultati conseguiti per la prova finale.

## Capacità di apprendimento

I laureati magistrali in Matematica Pura e Applicata:

- hanno una mentalità flessibile, e sono in grado di inserirsi prontamente negli ambienti di lavoro, adattandosi facilmente a nuove problematiche;
- sono in grado di acquisire rapidamente le competenze pedagogiche necessarie per gestire il processo insegnamento-apprendimento in base all'argomento trattato e alla situazione dei discenti;
- avendo acquisito autonomia e originalità del pensiero matematico si riescono ad inserire con successo in percorsi di avviamento alla ricerca;
- sanno consultare materiale bibliografico, banche dati e materiale presente in rete, con particolare riferimento al reperimento di fonti bibliografiche nella ricerca matematica, per l'aggiornamento continuo delle conoscenze.

La verifica dell'acquisizione di tali capacità avviene:

- attraverso la valutazione dell'apprendimento di argomenti proposti per lo studio autonomo, durante le prove di esame;
- in occasione di attività di tutorato nelle quali gli studenti potranno essere coinvolti;
- in occasione della prova finale.

Grazie alle conoscenze e alle competenze acquisite, ivi inclusa la mentalità flessibile e l'esperienza accumulata nell'analisi e soluzione di problemi, i laureati magistrali in Matematica Pura e Applicata potranno disporre di un'ampia gamma di sbocchi occupazionali e professionali. I settori più indicati sono quelli in cui la matematica svolge un ruolo centrale sotto il profilo applicativo o teorico, o quantomeno costituisce un ambito chiaramente correlato quanto a importanza quali, ad esempio,

- l'elaborazione e l'analisi di modelli a supporto dei processi industriali;
- l'analisi statistica dei dati;
- l'insegnamento;
- la diffusione della cultura scientifica;
- l'avviamento alla ricerca pura e applicata in un corso di dottorato;
- l'informatica e la telematica.

Inoltre, qualora il corso di laurea magistrale in Matematica Pura e Applicata si innesti su un corso di laurea triennale in discipline affini, sarà possibile un pronto inserimento dei laureati anche in professioni o campi di studio differenti. Un'analisi recente dei diversi impieghi ad alto livello dei laureati in Matematica in Italia si può trovare sul sito: <a href="http://mestieri.dima.unige.it/">http://mestieri.dima.unige.it/</a>.

Per conseguire la Laurea Magistrale in matematica Pura ed Applicata lo studente deve aver acquisito almeno 120 crediti (CFU) nell'ambito delle varie attività didattiche. L'attività formativa prevede insegnamenti teorici e pratici suddivisi in moduli didattici caratterizzanti, moduli didattici di materie affini o integrative, moduli didattici concernenti attività formative complementari. I risultati della preparazione vengono verificati nel corso di prove individuali di esame e nell'ambito dell'elaborazione della prova finale. Tutti i percorsi formativi danno ampio spazio a esercitazioni e ad attività di tutorato e di laboratorio. La ripartizione delle attività formative per il Corso di Laurea Magistrale in Matematica pura ed Applicata è contenuto nell'Ordinamento del Corso di Laurea, disponibile alla pagina <a href="https://www.mat.uniroma2.it/didattica/Documenti/documenti.php">https://www.mat.uniroma2.it/didattica/Documenti/documenti.php</a> del sito del corso di Laurea Magistrale in matematica Pura ed Applicata

La prova finale per il conseguimento della Laurea Magistrale richiede la stesura di una tesi elaborata in modo originale dallo studente, comprendente la redazione di un documento scritto (eventualmente anche in lingua inglese) e una prova seminariale conclusiva. La scelta dell'argomento della tesi deve essere concordata con un docente scelto dallo studente, che svolge le funzioni di relatore. La tesi dovrà evidenziare nei suoi contenuti la maturità culturale del laureando in un'area disciplinare attinente alla sua formazione curriculare. La prova finale verrà valutata in base alla originalità dei risultati, alla padronanza dell'argomento, all'autonomia e alle capacità espositiva e di ricerca bibliografica mostrate dal candidato.

I crediti relativi alle attività didattiche caratterizzanti, affini o integrative sono acquisiti seguendo moduli didattici, e superando i relativi esami, secondo il piano delle attività formative ed in base alla programmazione didattica definiti dal Consiglio di Corso di Laurea. I crediti relativi alle attività a scelta dello studente, così come i crediti relativi alle attività art.10, comma 5 lett. d, vengono normalmente acquisiti da parte dello studente mediante la frequenza di insegnamenti scelti, mediante la formulazione di un piano di studi, nell'ambito delle opzioni proposte dal Consiglio del Dipartimento di Matematica (CDM). Modalità diverse di acquisizione di tali crediti proposte dallo studente verranno valutate dal CDM in riferimento agli obiettivi formativi del corso di laurea ed alla valenza culturale complessiva del piano di studio proposto.

### Schema del piano di studio

Attività formative caratterizzanti 44 CFU Formazione affine ed integrativa 28 CFU Formazione a scelta 16 CFU Prova finale 27 CFU Altre attività formative (ulteriori attività formative art.10, comma 5, lettera d) 5 CFU

Attività Formative Caratterizzanti: 44 CFU (i corsi a scelta di questa sezione devono far parte della programmazione didattica del corso di studio)

CAM 1 (6 CFU) CAM 2 (6 CFU)

Corsi a scelta nei settori disciplinari MAT01/MAT05 per un totale di 16 CFU Corsi a scelta nei settori disciplinari MAT06/MAT09 per un totale di 16 CFU.

<u>Formazione Affine ed Integrativa: 28 CFU</u> (i corsi a scelta di questa sezione devono far parte della programmazione didattica del corso di studio)

Laboratorio di Calcolo 4 CFU

Corsi a scelta per 24 CFU nei settori affini (dei quali 16 CFU al massimo di settori MAT)

Formazione a scelta: Corsi per 16 CFU a libera scelta

Attività formative per Prova Finale: 27 CFU

Lo studente dovrà inoltre scegliere almeno 4 settori MAT diversi ed almeno un corso in ciascuna delle seguenti coppie di settori: MAT02/MAT03, MAT05/MAT07, MAT06/MAT08.

Di norma entro il mese di ottobre, lo studente presenta al Consiglio di Dipartimento una proposta di piano di studio. Il Consiglio valuterà entro il mese di dicembre il piano di studio proposto. Qualora l'iscrizione alla Laurea Magistrale avvenga in un periodo diverso dell'anno, s'intende che il piano di studio va presentato entro un mese dall'iscrizione e che il Consiglio è tenuto a valutarlo entro il mese successivo. I piani di studio vengono preventivamente valutati da una apposita commissione che verifica la loro coerenza con gli obiettivi formativi. Il piano di studio non può comprendere insegnamenti i cui programmi siano stati già svolti da insegnamenti relativi al conseguimento dei 180 CFU della laurea triennale.

## Il percorso Formazione

Il percorso Formazione è riservato all'inserimento nella funzione docente della scuola secondaria. Per potervi accedere occorre conseguire 24 crediti formativi in forma curricolare, aggiuntiva o extra curricolare nelle discipline antropo-psico-pedagogiche e nelle metodologie e tecnologie didattiche. Lo studente interessato a maturare questi crediti all'interno del proprio curriculum di laurea magistrale, oltre ad iscriversi al PF24, dovrà inserire nel proprio piano di studio almeno 12 CFU nel settore MAT/04 e due insegnamenti di almeno 6 CFU ciascuno (nelle AAS dello studente) in due distinti tra i seguenti ambiti disciplinari:

- Pedagogia, Pedagogia speciale e didattica dell'inclusione
- Psicologia
- Antropologia.

Per l'elenco degli esami disponibili in tali ambiti nonché per ogni altra informazione si invita a consultare il sito di Ateneo.

## Modalità e requisiti di ammissione al Corso di Laurea magistrale

Il Corso di Laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata non è ad accesso programmato.

Per essere ammessi al corso occorre essere in possesso della laurea o del diploma universitario di durata triennale, ovvero di un altro titolo di studio conseguito all'estero riconosciuto idoneo. Sono inoltre richiesti specifici requisiti curriculari, caratteristici delle lauree in discipline matematiche. La natura interdisciplinare della matematica rende possibile anche a studenti che abbiano conseguito la laurea in altri settori, di accedere alla laurea magistrale in Matematica Pura ed Applicata purché in possesso dei suddetti requisiti.

Tutti gli studenti che intendano immatricolarsi sono invitati a farne richiesta secondo le modalità previste dall'ateneo. Le domande pervenute saranno esaminate dal Coordinatore del Corso di Studio, ed eventualmente da una commissione. La valutazione seguirà comunque i seguenti criteri:

- Verranno accolte tutte le domande di studenti in possesso di laurea in Matematica conseguita nel nostro ateneo.
- Per tutti gli altri studenti, la commissione valuterà il possesso delle conoscenze e competenze necessarie per l'accesso sulla base della documentazione presentata. Ove necessario, la commissione potrà richiedere ulteriori informazioni relative al curriculum, eventualmente tramite un colloquio di natura non tecnica.
- Indicativamente, verranno accolte le domande di tutti i laureati triennali delle classi L-32 (DM 509/1999) e L-35 (DM 270/2004) provenienti da qualsiasi ateneo italiano (o di studenti in possesso di analogo titolo di studio estero).
- La commissione potrà consigliare e/o autorizzare l'inserimento, nel piano di studio della laurea magistrale, di uno o più insegnamenti della laurea triennale in matematica -non già inclusi nell'offerta formativa relativa alla laurea magistrale -per un massimo di 24 CFU.

Si invitano gli interessati a richiedere un parere preventivo ed informale da parte della Commissione scrivendo a dida@mat.uniroma2.it e allegando il proprio curriculum studiorum con elenco degli esami sostenuti, completo di crediti formativi, settori disciplinari e programmi relativi.

### Percorso di Eccellenza

È attivo presso il Dipartimento di Matematica dell'Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" un Percorso di Eccellenza (PE) per il corso di Laurea Magistrale in Matematica Pura e Applicata con lo scopo di valorizzare la formazione degli studenti meritevoli ed interessati ad attività di approfondimento metodologico e applicativo su tematiche di interesse per la Matematica Pura e Applicata. Possono richiedere l'accesso al PE solo gli studenti regolarmente iscritti al corso di laurea magistrale in Matematica Pura ed Applicata dell'Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" che abbiano conseguito il diploma di laurea triennale nella classe L-35 riportando una votazione non inferiore a 105/110 conseguito entro il terzo anno in corso. È richiesta una lettera di presentazione redatta da un docente del Dipartimento presso il quale si sono laureati. Le istanze possono essere presentate al coordinatore del corso di studio entro la data di scadenza dell'iscrizione al corso di laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata. L'accesso al PE è inoltre subordinato al superamento di un colloquio con i docenti della Commissione del PE. Gli iscritti al PE dovranno soddisfare i seguenti vincoli:

- essere studenti in corso;
- maturare almeno 64 CFU da insegnamenti proposti nella Guida dello Studente della Laurea

Magistrale in Matematica;

- mantenere una votazione media pesata non inferiore a ventotto trentesimi (28/30) e un voto minimo di almeno 25/30:
- superare almeno 44 CFU entro la sessione invernale del primo anno;
- maturare almeno 5 crediti in più all'anno attraverso attività proposte dallo studente ed approvate dalla commissione del PE (tramite insegnamenti del corso di dottorato in Matematica di Tor Vergata, oppure attraverso corsi proposti per il PE, oppure tramite corsi di lettura guidati da docenti, ovvero tramite corsi estivi della Scuola Matematica Interuniversitaria, o insegnamenti tenuti nell'ambito di accordi di Tor Vergata con enti esterni).

Gli studenti Erasmus che svolgono una parte del loro curriculum presso una Università straniera ed hanno accesso al PE possono svolgere parte del percorso presso l'istituzione estera che li ospita. Al termine dell'anno accademico l'attività dello studente verrà valutata da un docente tutor ed in caso di valutazione positiva, la Commissione del PE dispone l'ammissione all'anno successivo del PE. La commissione del PE effettuerà una verifica finale non appena lo studente avrà conseguito tutti i crediti previsti dalle attività formative del suo piano di studio.

La laurea deve essere conseguita entro la sessione invernale dell'anno accademico del secondo anno con la votazione minima di 110/110. Contestualmente al conseguimento del titolo di studio, lo studente che ha concluso il percorso di eccellenza riceverà un'attestazione del percorso svolto.

### Calendario 2019/20

Gli insegnamenti del primo semestre si terranno dal 30 settembre 2019 al 20 Dicembre 2019. Quelli del secondo semestre dal 2 marzo 2020 al 12 Giugno 2020. Il 13 Settembre 2019 alle ore 10.00, in aula L3, si terrà un incontro con gli studenti nel quale i docenti illustreranno brevemente i programmi dei corsi.

## Vita pratica

La maggior parte delle informazioni è riportata nel sito web del Corso di Studi: <a href="http://mat.uniroma2.it/didattica">http://mat.uniroma2.it/didattica</a>. Informazioni si possono anche ottenere per posta elettronica all'indirizzo <a href="mailto:dida@mat.uniroma2.it">dida@mat.uniroma2.it</a> oppure rivolgendosi alla segreteria del Corso di LM, Sig.ra laura Filippetti, tel. 06 7259 4839.

### Esami

Gli insegnamenti del primo semestre prevedono due appelli nella sessione estiva anticipata (gennaio febbraio), due appelli nella sessione estiva (giugno/luglio) e due in quella autunnale (settembre). I corsi del secondo semestre prevedono due appelli nella sessione estiva, due in quella autunnale e due in

quella invernale.

### Trasferimenti

Gli studenti che intendono trasferirsi al corso di laurea magistrale in Matematica Pura ed Applicata possono richiedere un parere preventivo ed informale da parte della Commissione scrivendo a dida@mat.uniroma2.it e allegando il proprio curriculum studiorum con elenco degli esami sostenuti, completo di crediti formativi, settori disciplinari e programmi relativi. Se lo studente ottiene un parere positivo dovrà seguire le modalità previste dall'ateneo per i trasferimenti.

Gli studenti che si trasferiscono al Corso di Laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata provenendo da altri Corsi di Magistrale, possono chiedere il riconoscimento dei crediti relativi ad esami sostenuti nel corso di studi d'origine. Il Consiglio valuterà di volta in volta le singole richieste.

## Programmazione didattica A.A. 2019/20

Le istruzioni seguenti si riferiscono alla Laurea Magistrale relativa all'ordinamento del D.M. 270/04.

## **I SEMESTRE**

Teoria della misura (CAM/1) (6 CFU) - attività caratterizzante – obbligatoria

\* Laboratorio di calcolo (4 CFU) - attività affine -

obbligatoria Algebra commutativa (8 CFU)

Algebre di operatori (8 CFU)

Analisi armonica (8 CFU)

\*Algoritmi e strutture dati 2 ( 6 CFU) – mutuato da LM

Informatica \*Analisi di reti (6 CFU) – mutuato L.M. Informatica

\*Chimica generale (8 CFU) – mutuato da Scienza dei Materiali

\* Complementi di fisica (8 CFU)

CAN/1- Modellizzazione geometrica e simulazione numerica (8 CFU)

Complementi di probabilità (8 CFU)

Elementi di analisi numerica (8 CFU)

Equazioni differenziali (8 CFU)

\*Fisica computazionale (8 CFU) – mutuato da Fisica

\*Fisica dei fluidi complessi e turbolenza (8 CFU) – mutuato da Fisica

Geometria complessa (8 CFU)

\*Introduzione ai processi aleatori (8 CFU)

Introduzione alle varietà differenziabili (8 CFU)

Laboratorio di didattica della matematica (8 CFU)

Logica Matematica (8 CFU)

\*MMMF: Metodi e modelli dei mercati finanziari (8 CFU)

Meccanica analitica e celeste (FM3) (8 CFU)

Meccanica superiore 1 (8 CFU)

Meccanica statistica 2 (6 CFU) - mutuato da LM in

fisica Metodi e modelli in computer graphics (8 CFU)

\*Natural language processing (6 CFU) – mutuato L.M. Informatica

Numerical methods for computer graphics in Java (8 CFU)

\*Relatività e cosmologia 8 cfu – mutuato per 6 cfu dall'insegnamento Relativity and Cosmology 1, 6 cfu, cdl Triennale in Fisica, secondo semestre, e per 2 cfu da Relativity and Cosmology 2, cdl Magistrale in Fisica, primo e secondo semestre

Teoria dei giochi e progetto di reti (9 CFU) – mutuato L.M. Ingegneria Gestionale

### **II SEMESTRE**

## CAM2 – Introduzione all'analisi funzionale (6 CFU) – attività caratterizzante - obbligatoria

\*Codifica e compressione di segnali e immagini (8 CFU)

CAN2 – Complementi di analisi numerica 2 (8 CFU)

Complementi di topologia algebrica e analisi dati (8 CFU)

Elementi di probabilità 1 (8 CFU)

EAM 1- Teoria spettrale (8 CFU)

EAM 2 – Spazi di Sobolev e soluzioni deboli (8 CFU)

Geometria algebrica (8 CFU)

Geometria differenziale (8 CFU)

\*Metodi di ottimizzazione per big data (8 CFU) mutuato LM Ingegn. inform. e Ingegn. automazione

\*Progettazione di sistemi informatici (8 CFU)

Sistemi dinamici (8CFU)

Statistical learning and high dimensional data (8 CFU)

Storia della scienza (8 CFU)

Superfici di Riemann (8 CFU)

Teoria delle rappresentazioni 1 (8 CFU)

\*Machine learning (9 CFU) fruito LM Informatica

NOTA: L'asterisco (\*) indica i corsi che, se inseriti nel piano di studio, devono far parte delle attività affini o a scelta dello studente.

## Ripartizione dell'offerta formativa dei settori MAT

SETTORE MAT/01: LOGICA MATEMATICA

Logica matematica

#### SETTORE MAT/02: ALGEBRA

- Algebra commutativa
- Teoria delle rappresentazioni 1

### SETTORE MAT/03: GEOMETRIA

- Complementi di topologia algebrica e analisi dati
- Geometria algebrica
- Geometria complessa
- Geometria differenziale
- Introduzione alle varietà differenziabili
- Superfici di Riemann

## SETTORE MAT/04: MATEMATICHE COMPLEMENTARI

- Storia della scienza
- Laboratorio di didattica della matematica

### SETTORE MAT/05: ANALISI MATEMATICA

- Algebre di operatori
- Analisi armonica
- CAM/1: Teoria della misura

<sup>\*</sup>Web mining and Retrieval (9 CFU) fruito da LM Informatica

- CAM/2: Introduzione all'analisi funzionale
- EAM/1: Teoria spettrale
- EAM/2: Spazi di Sobolev e soluzioni deboli
- Equazioni differenziali

### SETTORE MAT/06: PROBABILITÀ

- Complementi di probabilità
- Elementi di probabilità 1
- Statistical learning and high dimensional data

### SETTORE MAT/07: FISICA MATEMATICA

- Meccanica analitica e celeste
- Sistemi dinamici
- Meccanica superiore 1

### SETTORE MAT/08: ANALISI NUMERICA

- CAN/1 Modellizzazione geometrica e simulazione numerica
- Elementi di Analisi numerica
- Numerical methods for computer graphics in Java
- CAN/2 Complementi di analisi numerica 2
- Metodi e modelli in computer graphics

### SETTORE MAT/09: RICERCA OPERATIVA

- Teoria dei giochi e progetto di reti
- Metodi di ottimizzazione per big data

## Programmi dei corsi

# ANALISI ARMONICA - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/05 - 64 ore di lezione in aula Prof. Alfonso Sorrentino

**Programma.** Introduzione all'analisi armonica classica: serie di Fourier e loro convervenza, Trasformata di Fourier, applicazioni, analisi di Fourier su gruppi, etc. Introduzione alle funzioni wavelet e alla trasformata wavelet. Cenni alle applicazioni nell'ambito dell'elaborazione di immagini.

**Obiettivi di apprendimento**. Illustrare alcuni concetti fondamentali dell'analisi armonica classica e moderna, con alcune sue applicazioni. L'obiettivo è quello di rendere lo studente capace di elaborare tali concetti in maniera critica e di acquisire le conoscenze necessarie per risolvere con rigore i problemi proposti.

## Testi consigliati.

- C. K. Chui, An Introduction to wavelets, Academic Press, 1992.
- I. Daubechies, Ten lectures on wavelets, SIAM, 1992.
- Y. Katznelson, An introduction to harmonic Analysis, Cambridge University Press, 2004.
- M. Picardello, Analisi armonica: aspetti classici e numerici (disponibile online a http://www.mat.uniroma2.it/~picard/SMC/didattica/materiali\_did/home\_materiali\_STM.html)
- E. Stein, R. Shakarchi, Fourier Analysis, Princeton University Press, 2007.

### Modalità di esame. Esame orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

**Program**. Introduction to classical harmonic analysis: Fourier series and convergence, Fourier transform, applications, Fourier Analysis on groups, etc.

Introduction to wavelet functions and wavelet transform. Outline of applications to image processing. **Learning objectives.** In this course we intend to illustrate some basic concepts in classical and modern harmonic analysis, as well as some applications. The goal is to allow students to critically elaborate on such concepts, and to be able to solve, in a rigorous way, the problems proposed in the course.

### Text books.

- C. K. Chui, An Introduction to wavelets, Academic Press, 1992.
- I. Daubechies, Ten lectures on wavelets, SIAM, 1992.
- Y. Katznelson, An introduction to harmonic Analysis, Cambridge University Press, 2004.
- M. Picardello, Analisi armonica: aspetti classici e numerici (available online on http://www.mat.uniroma2.it/~picard/SMC/didattica/materiali\_did/home\_materiali\_STM.html) E. Stein, R. Shakarchi, Fourier Analysis, Princeton University Press, 2007.

### **Exam mode.** Oral exam.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

# **ALGEBRA COMMUTATIVA** - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/02 - 64 ore di lezione in aula **Prof. Fabio Gavarini**

**Programma.** Il programma comprende i seguenti argomenti, che saranno svolti (orientativamente) nell'ordine in cui qui di seguito sono elencati. Saranno possibili alcune variazioni in corso d'opera, in funzione degli interessi di coloro che frequenteranno il corso. FONDAMENTI di TEORIA degli ANELLI (commutativi unitari): richiami di teoria degli anelli, anelli (commutativi unitari), ideali, quozienti, morfismi, Teorema Fondamentale di Omomorfismo, Teoremi di Isomorfismo, prodotti diretti; operazioni sugli ideali, ideali massimali, radicale di Jacobson, radicale nilpotente; anelli locali, anelli semilocali; ideali primi, dimensione di Krull di un anello; estensione e contrazione di ideali tramite un morfismo. MODULI (su anelli commutativi unitari): moduli, sottomoduli, quozienti, morfismi; Teorema Fondamentale di Omomorfismo, Teoremi di Isomorfismo; prodotti diretti e somme dirette; successioni esatte, moduli di morfismi, modulo duale; moduli liberi, basi di un modulo; i moduli su un campo sono tutti liberi, dimensione di un modulo su un campo; rango di un modulo libero; Lemma di Nakayama; elementi di torsione; proprietà notevoli dei moduli su un D.I.P; prodotto tensoriale tra moduli; cambiamenti di anello di base, restrizione ed estensione di scalari; anelli e moduli di frazioni; algebre su un anello. NOETHERIANITA` e ARTINIANITA`: condizioni sulle catene per moduli e anelli, noetherianità e artinianità, serie di composizione, lunghezza di un anello; anelli notheriani e anelli artiniani, proprietà fondamentali; Teorema della Base di Hilbert, Teorema degli Zeri di Hilbert; decomposizione primaria degli ideali in un anello noetheriano; caratterizzazione degli anelli artiniani; teorema di struttura per gli anelli artiniani. SPETTRO PRIMO di un ANELLO: lo spettro primo di un anello, topologia di Zariski; funtorialità dello spettro primo; relazioni tra proprietà algebriche di un anello e proprietà topologiche del suo spettro primo; spazi topologici noetheriani, caratterizzazione degli anelli il cui spettro primo sia noetheriano. TEORIA delle CATEGORIE: categorie, funtori, trasformazioni naturali; equivalenze tra categorie; aggiunzione tra funtori; funtori rappresentabili e loro rappresentazioni; Lemma di Yoneda; oggetti finali e oggetti iniziali; prodotti e coprodotti; diagrammi, coni e coconi, limiti e colimiti; limiti diretti e limiti inversi...

**Obiettivi di apprendimento**. Conseguire una buona conoscenza delle strutture fondamentali e dei risultati principali dell'Algebra Commutativa, includendo i seguenti temi: anelli (commutativi unitari), moduli su anelli, morfismi di anelli e di moduli; prodotto tensoriale tra moduli; algebre; anelli e moduli di frazioni; condizioni sulle catene per moduli e anelli, moduli e anelli notheriani e artiniani; lo spettro primo di un anello; fondamenti di teoria delle categorie.

## Testi consigliati.

M. F. Atiyah, I. G. Macdonald, Introduzione a l'algebra commutativa, Feltrinelli, Milano, 1981.

- M. F. Atiyah, I. G. Macdonald, Introduction to Commutative Algebra, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1969.
- C. A. Finocchiaro, Lo spettro primo di un anello, dispense disponibili sul sito del docente.
- J. Goedecke, Category Theory -

https://www.dpmms.cam.ac.uk/~jg352/pdf/CategoryTheoryNotes.pdf S. Lang, Algebra, revised Third Edition, Graduate Texts in Mathema-tics 211, Springer-Verlag New York, Inc, 2002.

M. Lanini, Appunti Corso Algebra 3 a. a. 2017-2018

 $\frac{https://docs.google.com/viewer?a=v\&pid=sites\&srcid=ZGVmYXVsdGRvbWFpbnxtYXJ0aW5hbGFu}{aW5pNXxneDozMTgwNjgwZjgwNTNmZGJhi}$ 

Modalità di esame. Prova orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

**Program.** The program contains the following topics, that will be treated in the same order (more or less) as they are listed here below. Some variations during the course may occur, depending on the wishes of those attending the course. RING THEORY: reminders of basic ring theory: (commutative unital) rings, ideals, quotients, morphisms, Fundamental Theorem of Omomorphism, Isomorphism Theorems, direct products; operations on ideals, maximal ideals, Jacobson radical, nil-radical; local rings, semilocal rings; prime ideals, Krull dimension of a ring; extension and contraction of ideals through a morphism. MODULES (over commutative unital rings): modules, submodules, quotients, morphisms; Fundamental Theorem of Omomorphism, Isomorphism Theorems; direct products and direct sums; exact sequences, modules of morphisms, dual module; free modules, basis of a module; all modules over a field are free, dimension of a module over a field; rank of a free module; Nakayama's Lemma; torsion elements; remarkable properties of modules over a P.I.D.; tensor product of modules; change ground ring, restriction and extension of scalars; rings and modules of fractions; algebras over a ring. NOETHERIANITY and ARTINIANITY: chain conditions for modules and rings, noetherianity and artinianity, composition series, length of a ring; Notherian rings and Artinian rings, basic properties; Hilbert's Basis Theorem, Hilbert's Nullstellensatz; primary decomposition of ideal in a Noetherian ring; characterization of Artinian rings; structure theorem for Artinian rings. PRIME SPECTRUM of a RING: the prime spectrum of a ring, Zariski topology; funtorialità dello spettro primo; relations between algebraic properties of a ring and topological properties of its prime spectrum; spaces, characterizations of the rings whose prime spectrum is Noetherian topological Noetherian.CATEGORY THEORY: categories, functors, natural transformations; equivalences adjunction between functors; representable categories; functors representations; Yoneda's Lemma; final objects and initial objects; products and coproducts; diagrams, cones and cocones, limits and colimits; direct limits and inverse limits.

**Learning objectives**. Achieve a good knowledge of the main structures and results of Commutative Algebra, including the following topics: (commutative unital) rings, modules over rings, morphisms of rings and of modules; tensor product among modules; algebras; rings and modules of fractions; chain conditions for modules and for rings, Noetherian modules and rings, Artinian modules and rings; the prime spectrum of a ring; foundations of category theory. **Exam mode**.Oral exam.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

**ALGEBRE DI OPERATORI** (**ALO**) - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/05 - 64 ore di lezione in aula **Prof. Francesco Fidaleo** 

**Programma.** ALGEBRE di OPERATORI Algebre di Banach e C\*-algebre. Spettro e calcolo funzionale. Funzionali lineari positivi, stati e rappresentazioni; rappresentazione di Gelfand-Naimark-Segal (GNS). Struttura delle C\*-algebre finito-dimensionali. Algebre concrete di operatori su spazi di

Hilbert: il teorema del bicommutante di J. von Neumann e le algebre di von Neumann (AvN). W\*-algebre: caratterizzazione in termine del preduale, identificazione delle algebre di von Neumann come W\*-algebre concrete. Algebre di operatori abeliane. CLASSIFICAZIONE delle W\*-algebre Geometria delle proiezioni. Tracce normali semifinite

fedeli. Classificazione delle W\*-algebre.

TEORIA MODULARE di TOMITA. Stati normali e fedeli, e vettori ciclici e separanti su una AvN: operatore S di Tomita. Operatore Delta e coniugazione J di Tomita. Gruppi a un parametro di automorfismi normali e condizione di Kubo-Martin-Schwinger (KMS), Teorema di Tomita. Pesi normali semifiniti fedeli: generalizzazione al caso non sigma-finito (cenni). Rappresentazione standard di una W\*-algebra, esempi: algebre di matrici, algebra di tutti gli operatori limitati B(H) agenti sullo spazio di Hilbert H, prodotti tensoriali infiniti.

APPLICAZIONI. Applicazioni della condizione di KMS alla Meccanica Statistica Quantistica. Applicazioni alla classificazione di Connes dei fattori di tipo III (cenni). Attese condizionate normali e fedeli, teorema di esistenza di Takesaki, generalizzazione di Accardi-Cecchini e applicazioni alla Probabilità Quantistica (cenni).

**Obiettivi di apprendimento**. Nonostante la vastità e la complessità delle tematiche, il corso "Algebre di Operatori" si prefigge di fornire le nozioni basilari (ma non solo) nella maniera più semplice possibile, di questa affascinante disciplina che ha permesso di spiegare molti fenomeni della fisica moderna, e che ha notevoli applicazioni a svariati campi della matematica e della fisica stessa. La parte finale del corso provvederà a fornire alcune di queste stimolanti applicazioni

## Testi consigliati.

O. Bratteli, D. W. Robinson: Operator algebras and quantum statistical mechanics I, II, Springer.

M. Takesaki: Theory of operator algebras I.

S. Stratila, L. Zsido: Lectures on von Neumann algebras, Abacus press.

Modalità di esame. Prova orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

**Program.** OPERATOR ALGEBRAS. Banach algebras and C\*-algebras. Spectrum and functional calculus. Positive linear functionals, states and representations; representation of Gelfand-Naimark-Segal (GNS).

Structure of finite-dimensional C\*-algebras. Concrete operator algebras acting on Hilbert spaces: Bicommutant Theorem by John von Neumann and von Neumann Algebras (vNA). W\*-algebras, characterisation in terms of the predual: von Neumann Algebras as concrete W\*-algebras. Abelian operator algebras.

CLASSIFICATION of W\*-ALGEBRAS: Geometry of the projections. Normal semifinite and faithful traces. Classification of the W\*-algebras.

TEORIA MODULARE di TOMITA: Normal faithful states, and cyclic separating vectors on a vNA: Tomita's operator S.Tomita's operator Delta and conjugation J.One-parameter groups of normal automorphisms and Kubo-Martin-Schwinger (KMS) condition, Tomita's Theorem. Normal semifinite and faithful weights: generalisation to the non sigma-finite case (shortly); Standard rappresentation of a W\*-algebra, examples: matrix algebras, the algebra of all bounded operators B(H) acting on the Hilbert space H, infinite tensor products.

APPLICATIONS: Applications of the KMS condition to Quantum Statistical Mechanics. Applications to Connes' classification of type III factors (shortly). Normal faithful conditional expectations, Takesaki's existence theorem, generalisation by Accardi and Cecchini with applications to Quantum Probability (shortly).

**Learning objectives.** Despite wideness and complexity of the topic, the objective of the course "Operator Algebras" is to provide the basic tools (but not only) in the simplest possible way, of this fascinating matter which has allowed to explain many phenomena of modern physics and has

remarkable applications to various fields of Mathematics and Physics. The final part of the course shall provide some of these stimulating applications.

### Text books.

O. Bratteli, D. W. Robinson: Operator algebras and quantum statistical mechanics I, II, Springer.

M. Takesaki: Theory of operator algebras I.

S. Stratila, L. Zsido: Lectures on von Neumann algebras, Abacus press.

Exam mode. Oral exam.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

**ALGORITMI E STRUTTURE DATI 2** - I Semestre - 6 CFU - settore INF/01 - 48 ore di lezione in aula

### Dott. Francesco Pasquale

**Programma**. Progettare algoritmi efficienti. Riepilogo delle tecniche più efficaci per progettare algoritmi efficienti: Greedy, Divide et Impera, Programmazione dinamica, Riduzioni. 2. Problemi computazionalmente difficili. La teoria dell'NP-completezza da un punto di vista algoritmico. Affrontare i problemi computazionalmente difficili: ricerca esaustiva, algoritmi approssimanti, euristiche. I problemi computazionalmente difficili come risorsa: il protocollo RSA e i fondamenti della crittografia a chiave pubblica. La matematica dietro le scene: Teoria dei numeri. 3. Algoritmi probabilistici. Il ruolo della "randomness" negli algoritmi: (1) progettare algoritmi più semplici; (2) progettare algoritmi più efficienti; (3) rompere la simmetria. Le tecniche per analizzare gli algoritmi probabilistici.4. Alcune semplici idee algoritmiche che hanno avuto un impatto significativo: (1) i motori di ricerca e il problema del "ranking". La matematica dietro le scene: Algebra lineare e catene di Markov. (2) Cenni ad algoritmi on-line e algoritmi che "imparano". (3) "Cryptocurrencies": Le idee algoritmiche che hanno dato vita a Bitcoin e alla Blockchain. Gli ingredienti: reti Peer-to-Peer, funzioni hash crittografiche e firme digitali.

**Obiettivi di apprendimento.** Consolidare le competenze fondamentali per la progettazione e l'analisi di algoritmi efficienti. Potenziare le capacità di astrazione e "problem solving"

### Testi consigliati.

Sanjoy Dasgupta, Christos Papadimitriou, Umesh Vazirani, Algorithms, McGraw Hill, 2006. Jon Kleinberg, Eva Tardos, Algorithm Design, Addison Wesley, 2005.

Modalità di esame. L'esame consiste in una prova scritta e in un colloquio orale. La prova scritta è formata da più esercizi volti sia ad accertare l'acquisizione delle diverse nozioni esposte durante il corso sia a valutare la capacità di "problem solving". Il colloquio orale ha lo scopo di valutare la padronanza degli argomenti e la capacità di esposizione. Durante il corso sono previsti due test intermedi sotto forma di "homework". Gli studenti che ricevono una valutazione positiva a entrambi gli homework esonerati dalla prova scritta e ammessi a sostenere direttamente il colloquio orale.

**Program.** 1. Design of efficient algorithms. Summary of the main techniquesused in the design of efficient algorithms: Greedy, Divide and Conquer, Dynamic Programming, Reductions. 2. Computationally-hard problems. The algorithmic point of view on the theory of NP-completeness. Coping with hard problems: Exhaustive search, Approximation algorithms, Heuristics. Hard problems as a resource: RSA protocol and fundamentals of public-key cryptography. Mathematical background: Number theory.3. Randomized algorithms. The role of randomness in algorithms and computing: (1) design simpler algorithms; (2) make algorithms more efficient; (3) break symmetry. The main tools used in the analysis of randomized algorithms.4. Some simple algorithmic ideas with major impact: (1) search engines and the "ranking" problem. Mathematical background: Linear algebra and Markov chains. (2) Hints at on-line and learning algorithms. (3) Cryptocurrencies: Algorithmic ideas behind Bitcoin and the Blockchain. Ingredients Peer-to-Peer networks, cryptographic hash functions, and digital signatures.

**Learning objectives.** Master the fundamental principles of design and analysis of efficient algorithms. Boost problem solving skills.

### Text books.

Sanjoy Dasgupta, Christos Papadimitriou, Umesh Vazirani, Algorithms, McGraw Hill, 2006. Michael Mitzenmacher, Eli Upfal, Probability and Computing (2nd edition), Cambridge University Press, 2017.

**Exam mode**. The exam consists in a written test and an oral examination. The written test consists in some exercises whose goal is twofold: on the one hand they measure the level of knowledge reached by the student on the concepts exposed during the course, on the other hand they evaluate the student's problem solving ability. The oral examination evaluates the quality of the exposition of technicalconcepts. During the course, there are two written midterm homework. Students that receive a positive evaluation to both midterms are exempt from the final written test.

## ANALISI DI RETI - I Semestre - 6 CFU - settore INF/01 - 48 ore di lezione in aula Prof. Miriam Di Ianni

Programma. Grafi, percorsi, connettività, distanza, ricerca; Chiusura triadica, importanza dei collegamenti deboli, struttura di rete in insiemi di grandi dimensioni, indici di centralità e partizionamenti; Bilancio strutturale. Dinamiche nelle reti: modelli di popolazione. Cascate informative: il concetto "segui la massa", un modello di cascata, la regola di Bayes e le cascate; Power Law e fenomeno rich-get-richer: la popolarità come un effetto rete, modelli rich-get-richer e la long tail. Dinamiche nelle reti: modelli strutturali. Comportamento a cascata: diffusione, cascate e cluster, il ruolo dei weak ties, capacità di una cascata; il fenomeno Small-world: i sei gradi di separazione, modelli per lo Small-world; ricerca decentralizzata: modelli e analisi. Reti di Informazione: il World Wide Web. Struttura del Web: reti di informazione, ipertesti e memoria associativa; Link analysis e ricerca nel Web: il problema del Ranking, Hubs e Authorities, PageRank. Istituzioni e comportamento aggregato. Meccanismi di voto: decisioni di gruppo e preferenze individuali; sistemi di voto a maggioranza e posizionale; Teorema di impossibilità di Arrow; Teorema del Voto Mediano; Voto come forma di aggregazione dell'informazione: voto sincero e non sincero, la regola dell'unanimità e il problema del verdetto della giuria; voto sequenziale e cascate informative

**Obiettivi di apprendimento.** Acquisizione di competenze nella definizione di problemi relativi alla gestione di relazioni fra grandi quantità di individui e nella loro soluzione.

## Testi consigliati.

David Easley, Jon Kleinberg, Networks, Crowds, and Markets: Reasoning about a Highly Connected World, Cambridge University Press.

Modalità di esame. Esame orale.

**Program.** Graph Theory and Social Networks. Graphs, Paths, Connectivity, Distance and Search; Triadic Closure, Strong and Weak Ties, Tie Strength and Network Structure in Large-Scale Data, Betweenness Measures and Graph Partitioning; Structural balance. Network Dynamics and Population Models. Information Cascades, Following the Crowd, A Simple Herding Experiment, Bayes' Rule and Cascades; Power law and Rich get richer Phenomena, Popularity as a Network Phenomenon. PowerLaws, Rich-Get-RicherModels, TheLongTail. Network Dynamics and Structural. Cascading Behavior in Networks: diffusion, cascades, clusters and the role of weak ties, cascade capacity; The Small World Phenomenon, six degrees of separation, decentralized search (model and analysis). Information networks: the World Wide Web. Structure of the Web: hypertexts and and associative memory; Link analysis and Web search: the Ranking problem, Hubs and Authorities, PageRank. Aggregate behavior. Voting: voting for group decision making, individual preferences; voting systems: majority rule and posistional voting; Arrow's impossibility theorem; Median voter theorem; Voting as

a form of information aggregation; insincere voting, jury decisions and the unanimity rule; sequenzial voting and information cascades.

**Learning objectives.** Acquiring skills in defining problems related to managing relationships between large numbers of individuals and their solution.

### Text books.

David Easley, Jon Kleinberg, Networks, Crowds, and Markets: Reasoning about a Highly Connected World, Cambridge University Press.

Exam mode. Oral exam.

# **CAM 1 - TEORIA DELLA MISURA** - I Semestre - 6 CFU - settore MAT/05 - 48 ore di lezione in aula **Prof. Roberto Peirone**

**Programma.** Teoria della misura generale. Misura di Lebesgue. Integrale di Lebesgue. Misura prodotto. Funzioni AC e BV. Forse altri argomenti.

**Obiettivi di apprendimento.** Argomenti fondamentali della teoria della misura e dell'integrazione secondo Lebesgue. Si considera importante soprattutto sapere lavorare bene sugli argomenti piuttosto che imparare meccanicamente dei risultati.

## Testi consigliati.

P. Cannarsa, T. D'Aprile, Introduction to Measure Theory and Functional Analysis, Springer. Appunti del docente (in rete).

Modalità di esame. Prova scritta e orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

**Program**. General measure theory. Lebesgue measure. Lebesgue integral. Product measure.AC and BV functions. Possibly other topics.

**Learning objectives**. Fundamental topics in measure theory and Lebesgue integration. It is considered important mainly to be able to work around the topics rather than remembering mechanically some statements.

#### Text books.

P. Cannarsa, T. D'Aprile, Introduction to Measure Theory and Functional Analysis, Springer. Notes of the teacher (on web).

**Exam mode.** Written and oral exam.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

## CAM 2 - INTRODUZIONE ALL'ANALISI FUNZIONALE – II Semestre - 6 CFU - settore MAT/05 - 48 ore di lezione in aula

## Prof. Daniele Guido

**Programma.** SPAZI DI BANACH. Definizioni ed esempi. Operatori limitati su uno spazio normato. Spazio duale ed esempi. Quozienti e somme dirette di spazi normati. Teorema di Hahn-Banach e conseguenze. SPAZI DI HILBERT. Basi ortonormali ed esempi. Sistema trigonometrico e serie di Fourier in L^2(T). SPAZI VETTORIALI TOPOLOGICI E TOPOLOGIE DEBOLI. Topologia debole e topologia star-debole. Teorema di Banach-Alaoglu. OPERATORI LINEARI E CONTINUI TRA SPAZI DI BANACH. Principio dell'uniforme limitatezza. Teorema dell'applicazione aperta, e teorema del grafico chiuso. Operatori limitati su uno spazio di Hilbert. Operatore aggiunto. TEORIA SPETTRALE E OPERATORI COMPATTI. Spettro di un operatore. Operatori compatti e operatori di rango finito. Teorema spettrale per operatori compatti autoaggiunti.

**Obiettivi di apprendimento.** Illustrare alcuni concetti base dell'analisi funzionale. L'obiettivo è quello di rendere lo studente capace di elaborare tali concetti in maniera critica e di acquisire le conoscenze necessarie per risolvere con rigore i problemi proposti.

## Testi consigliati.

M. Reed, B. Simon, Methods of Modern Mathematical Physics Vol 1, Functional Analysis. Academic Press, 1980.

G. B. Folland, Real Analysis, John Wiley & Sons 1999.

Modalità di esame. Prova scritta e orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

**Program.** BANACH SPACES: Definitions and examples, Finite-dimensional vector spaces, Bounded Operators on normed spaces, Dual Space, examples, Quotients and direct sums of normed spaces, dual space, Hahn-Banach theorem and its main consequences. HILBERT SPACES: Orthonormal bases, examples, Trigonometric system and Fourier series in L2 (T). TOPOLOGICAL VECTOR SPACES AND WEAK TOPOLOGIES: Weak and weak\*-topologies, Banach-Alaoglu theorem. BOUNDED LINEAR OPERATORS ON BANACH SPACES: Uniform boundedness principle, Open mapping theorem and closed graph theorem, Bounded operators on Hilbert spaces, Adjoint of an operator. SPECTRAL THEORY AND COMPACT OPERATORS: Spectrum of an operator, Compact operators and finite rank operators, Riesz-Schauder theory and Fredholm alternative, Spectral theorem for compact self-adjoint operators.

**Learning objectives**. Basic concepts of functional analysis will be illustrated. Students are expected to be able to elaborate on these concepts critically and to solve rigorously the proposed problems.

### Text books.

M. Reed, B. Simon, Methods of Modern Mathematical Physics Vol 1, Functional Analysis. Academic Press, 1980.

G. B. Folland, Real Analysis, John Wiley & Sons 1999.

**Exam mode.** Written and oral exam.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

## CODIFICA E COMPRESSIONE DI SEGNALI ED IMMAGINI - Il Semestre - 8 CFU - settore INF/01 - 64 ore di lezione in aula

## Prof. Domenico Vitulano

**Programma.** Motivazione e richiami storici sulla compressione. Classificazione delle tecniche di compressione. Parametri utili per la compressione. Concetto di entropia e definizione di entropia in Teoria dell'informazione. Proprietà matematiche dell'entropia.

**Obiettivi di apprendimento.** L' obiettivo del corso è quello di fornire una panoramica dei principi teorici e dei metodi di codifica di segnali, immagini e video. Particolare attenzione sarà rivolta allo sviluppo di algoritmi relativi ai più noti standard di codifica e alla relativa implementazione in matlab.

### Testi consigliati.

- T. M. Cover, J. A Thomas, Elements of Information Theory, John Wiley & Sons.
- D. Salomon, Data Compression, Springer; R. C. Gonzalez, R. E. Woods, Digital Image Processing, Prentice Hall.
- S. Mallat, A Wavelet Tour of Signal Processing, Academic Press.

Modalità di esame. Prova scritta e orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

**Program.** This course provides the basic knowledge of theory and methods for signal, image and video coding. Particular attention will be devoted to the basic coding algorithms and their Matlab implementation.

**Learning objectives**. This course provides the basic knowledge of theory and methods for signal, image and video coding. Particular attention will be devoted to the basic coding algorithms and their Matlab implementation.

## Text books.

T. M. Cover, J. A Thomas, Elements of Information Theory, John Wiley & Sons.

D Salomon, Data Compression, Springer.

R.C. Gonzalez, R. E. Wood, Digitai Image Processing, Prentice Hall.

S. Mallat, A Wavelet Tour of Signa! Processing, Academic Press.

**Exam mode.** Written and oral exam.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

## CAN 1 - MODELLIZZAZIONE GEOMETRICA E SIMULAZIONE NUMERICA - I Semestre - 8

CFU - settore MAT/08 - 64 ore di lezione in aula

## Prof. Carla Manni

**Programma.** Il corso fornisce un'introduzione alla costruzione ed alle proprietà delle funzioni spline nonché al loro utilizzo nell'ambito della grafica computerizzata, della progettazione del trattamento numerico di equazioni differenziali alle derivate parziali. Contenuti: polinomi di Bernstein e curve di Bézier. B-spline: costruzione, proprietà analitiche e geometriche. Curve e superfici B-spline. Curve e superfici NURBS. Proprietà di approssimazione di spazi spline. Trattamento di problemi ellittici multidimensionali: fondamenti del metodo degli elementi finiti e dell'analisi isogeometrica.

**Obiettivi di apprendimento.** Conoscenza di base delle funzioni splines e di alcune loro applicazioni salienti.

## Testi consigliati.

C. Manni, H. Speleers, Standard and Non-standard CAGD Tools for Isogeometric Analysis: A Tutorial, Springer Lecture Notes in Mathematics 2161 (2016), 1-69.

T. Lyche, C. Manni, H. Speleers (eds.), Splines and PDEs: from Approximation Theory to Numerical Linear Algebra, Springer Lecture Notes in Mathematics 2219 (2018).

### Modalità di esame. Prova orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

**Program.** The course provides an introduction to spline functions and to their use in geometric modeling and numerical treatment of partial differential equations.

Contents: Bernstein polynomials and Bezier curves. B-splines: definition and analytic properties. Geometric properties of B-splines. NURBS. Approximation properties of splines. Total positivity. Optimal bases. Tensor-product splines. Applications in the context numerical treatment of multivariate elliptic problems.

**Learning objectives.** The course provides an introduction to construction and main properties of B-splines both from the analytic and geometric point of view. These functions are the key mathematical tools in several application fields ranging from Computer Graphics to the numerical treatment of PDEs (Isogeometric Analysis).

### Text books.

- C. Manni, H. Speleers, Standard and Non-standard CAGD Tools for Isogeometric Analysis: A Tutorial, Springer Lecture Notes in Mathematics 2161 (2016), 1-69.
- T. Lyche, C. Manni, H. Speleers (eds.), Splines and PDEs: from Approximation Theory to Numerical Linear Algebra, Springer Lecture Notes in Mathematics 2219 (2018).

### Exam mode. Oral exam.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

## CAN 2 - COMPLEMENTI DI ANALISI NUMERICA 2 - II Semestre - 8 CFU - settore MAT/08 - 64 ore di lezione in aula

### Prof. Daniele Bertaccini

**Programma.** Note sull'analisi degli errori. Matrici sparse. Calcolo parallelo e accelerazione hardware tecniche di proiezione Algoritmi in sottospazi di Krylov, proiezioni ortogonali: CG e GMRES BiCG, CGS, BiCGStab e BiCGStab. Metodi iterativi di Krylov per iterazioni precondizionate Incomplete factorizations preconditioners Approximate Inverse Preconditioners Sequenze di precondizionamento di sistemi lineari. Precondizionatori per alcuni sistemi lineari strutturati .Applicazioni alla soluzione di modelli PDE. Rappresentazione e calcolo con big data: tensori. Applicazioni alla soluzione di modelli PDE.

**Obiettivi di apprendimento.** Introduzione rigorosa a metodi iterativi per problemi di algebra lineare numerica di grandi dimensioni (sistemi di equazioni lineari algebriche di grandi dimensioni e problemi agli autovalori e generalizzazioni). Applicazioni alle equazioni alle derivate parziali con particolare riferimento agli schemi alle differenze finite per problemi di evoluzione.

**Modalità di esame.** Prova orale. Lo studente può preparare una tesina su un argomento proposto dal docente oppure presentare un seminario basato su un articolo scientifico proposto dal docente.

#### Testi adottati:

D. Bertaccini, F. Durastante, Iterative Methods and Preconditioning for Large and Sparse Linear Systems with Applications, Chapman and Hall/CRC, 2018.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

**Program.** Notes on error analysis. Sparse matrices parallel computing and hardware acceleration projection techniques. Krylov subspace algorithms, orthogonal projections: CG and GMRES BiCG, CGS, BiCGStab and BiCGStab. Krylov iterative methods for preconditioned iterations.

Flexible GMRES (FGMRES). Incomplete factorizations preconditioners. Approximate Inverse Preconditioners. Preconditioning sequences of linear systems. Preconditioners for some structured linear systems. Applications to the solution of PDE models. Representation and calculation with big data: tensors. Applications to the solution of PDE models

**Learning objectives.** Rigorous introduction to numerical methods for linear algebra (solution of large linear systems and eigenvalue problems). Solution of discrete models by preconditioned projection methods. Preconditioners for sparse and for some structured or localized problems. Analysis of the convergence of the proposed methods and suggestions for the construction of algorithms. Applications to linear and nonlinear evolution problems from image processing, biomedical sciences and engineering.

### Text books.

D. Bertaccini, F. Durastante, Iterative Methods and Preconditioning for Large and Sparse Linear Systems with Applications, Chapman and Hall/CRC, 2018.

**Exam mode**. Oral exam. The student can prepare a paper on a topic proposed by the teacher or present a seminar based on a scientific article proposed by the teacher.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

CHIMICA GENERALE - I Semestre - 8 CFU - settore CHIM/03 - 64 ore di lezione in aula Prof. Susanna Piccirillo

**Programma.** La struttura dell'atomo. Sistema periodico degli elementi. Legame chimico (ionico, covalente, metallico). Forze intermolecolari e legame a idrogeno. Stato della materia. Rapporti ponderali nelle reazioni chimiche. Numero di ossidazione. Bilanciamento delle reazioni chimiche. Termodinamica. Funzioni di stato. Equilibri tra fasi. Equilibri chimici omogenei ed eterogenei. La costante di equilibrio termodinamico. Equilibri di solubilità. Dissociazione elettrolitica. Soluzioni e proprietà colligative. Equilibri acido-base in soluzione acquosa: pH, idrolisi, soluzioni tampone, indicatori. Sistemi ossidoriduttivi: potenziali elettrodici, pile, equazione di Nernst, elettrolisi, legge di Faraday.

**Obiettivi di apprendimento.** Apprendimento dei principi basilari della Chimica, in termini di conoscenza delle proprietà generali degli elementi, dei legami che definiscono la struttura dei composti e delle leggi fondamentali che ne regolano le trasformazioni chimiche e fisiche. Esercitazioni pratiche volte alla comprensione dei concetti esposti durante le lezioni frontali.

## Testi consigliati.

I. Bertini, C. Luchinat, F. Mani, Chimica, Casa editrice Ambrosiana.

P. W. Atkins, L. Jones, Principi di Chimica, Casa Editrice Zanichelli.

M. Speranza, Chimica Generale e Inorganica, EdiErmes.

Modalità di esame. Prova scritta e orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese

**Program.** Atomic structure. Periodic table of the elements. Chemical bonding (ionic, covalent, metallic). Intermolecular forces and hydrogen bonding. State of matter. Weight relations in chemical reactions. Oxidation number. Balance of chemical reactions. Thermodynamics. State functions. Equilibrium between phases. Homogeneous and heterogeneous chemical equilibria. The thermodynamic equilibrium constant. Solubility equilibria. Electrolytic dissociation. Solutions and colligative properties. Acid-base equilibria in aqueous solution: pH, hydrolysis, buffer solutions, indicators. Redox systems: electrode potentials, batteries, Nernst equation, electrolysis, Faraday's law **Learning objectives.** Knowledge of the basic concepts and principles of chemistry, as concerns the comprehension of the general properties of the elements, of the chemical bonding defining compounds structure and of the fundamental laws that govern chemical and physical transformation of matter. Practical exercises aimed to a deeper understanding of the concepts presented during the lectures.

#### Text books.

I. Bertini, C. Luchinat, F. Mani, Chimica, Casa editrice Ambrosiana.

P. W. Atkins, L. Jones, Principi di Chimica, Casa Editrice Zanichelli.

M. Speranza, Chimica Generale e Inorganica. EdiErmes.

Exam mode. Written exam.

# **COMPLEMENTI DI FISICA** - I Semestre - 8 CFU – settore FIS/01 - 64 ore di lezione in aula **Prof. Vittorio Merlo**

**Programma**. Fondamenti della meccanica statistica classica. Teoria degli ensemble, funzioni termodinamiche, applicazioni elementari. Postulati della meccanica quantistica. Equazione di Schroedinger, barriere e buche di potenziale, effetto tunnell. Oscillatore armonico lineare. Momento angolare. Atomo di idrogeno. Spin. Teoria delle perturbazioni. Metodo variazionale. Struttura fine. Particelle identiche. Gas quantistici di Fermi-Dirac e Bose-Einstein. Gas di Fermi. Corpo nero, condensazione di Bose.

**Obiettivi di apprendimento**. Acquisizione di conoscenze di base di Fisica Moderna. **Testi consigliati.** 

I testi saranno comunicati dal docente all'inizio del corso.

**Modalità di esame**. L'esame consiste in una prova scritta di screening su argomenti svolti durante il corso, al superamento della quale lo studente espone una tesina orale concordata con il docente e avente come oggetto un nuovo argomento di interesse per lo studente.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

**Program.** Fundamentals of classical statistical mechanics. Ensemble theory, thermodynamics, elementary examples. The postulates of quantum mechanics. The Schroedinger equation, potential wells and barriers, tunnelling. The linear harmonic oscillator. Angular momentum. The Hydrogen atom. Spin. Perturbation theory. The variational principle. Fine structure. Identical particles. Quantum gases, Fermi-Dirac and Bose-Einstein statistics. Degenerate Fermi gas, thermodynamics. Bose gas: black body, B.E. condensation.

**Learning objectives.** The course is tailored to offer an essential knowledge of both statistical and quantum mechanics, intended to tackle more advanced problems in modern physics.

### Text books.

All the information will be given at the beginning of the course.

**Exam mode.** First comes a screening written test based on the topics covered during the term; then an oral exam takes place, where the student is required to discuss a new subject previously agreed upon. In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

## COMPLEMENTI DI PROBABILITA' (CP) - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/06 - 64 ore di lezione in aula

## Prof. Paolo Baldi

**Programma.** Introduzione al linguaggio della teoria della misura. Spazi di probabilità, variabili aleatorie e le loro leggi. Indipendenza. Convergenza di variabili aleatorie e di leggi di probabilità: la legge dei grandi numeri e il teorema limite centrale, ma non solo. Speranze condizionali. Introduzione ai processi stocastici: martingale. Introduzione ai software specifici. **Obiettivi di apprendimento.** Sviluppare l'autonomia di ragionamento.

## Testi consigliati.

Verranno distribuiti appunti.

## Bibliografia di riferimento.

D. Williams, Probability with martingales.

P.Billingsley, Probability and measure.

**Modalità di esame.** Prova scritta e orale. L'esame finale consiste in una prova scritta, consistente nella risoluzione di esercizi e una prova orale in cui verrà verificata anche la conoscenza della teoria. E` previsto un esonero a metà corso.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

**Program.** Introduction to the language of measure theory. Probability spaces, random variables and their laws. Independence. Convergence of random variables and of their laws, the law of large numbers and the Central Limit theorem, but not just them. Conditional expectations. Introduction to stochastic processes: martingales. A first introduction to specific software. **Learning objectives.** To develop aptitude to autonomous reasoning.

### Text books.

Class notes will be provided.

### Bibliography.

D. Williams, Probability with martingales.

P.Billingsley, Probability and measure.

**Exam mode.** Written and oral exam. Final exam will be a written exam consisting on exercises and an oral examination also concerning the theoretical aspects. There will be a first written (partial) exam at the middle of the course.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

## COMPLEMENTI DI TOPOLOGIA ALGEBRICA E ANALISI DI DATI - II Semestre - 8 CFU - settore MAT/03 - 64 ore di lezione in aula

### Prof. Paolo Salvatore

**Programma**. Complessi simpliciali. Complessi di catene. Gruppi di omologia. Sequenze esatte. Omologia persistente. Applicazioni all'analisi dati.

**Obiettivi di apprendimento**. Nozioni di base di topologia algebrica e dell'analisi topologica dei dati. Capacità di applicare le nozioni apprese per analizzare grandi dati.

### Testi consigliati.

Hatcher, Algebraic Topology, Cornell University.

## Bibliografia di riferimento.

Pagina web di Bubenik su analisi topologica dei dati.

Modalità di esame. Prova orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

**Program**. Simplicial complexes. Chain complexes. Homology groups. Exact sequences. Persistent homology. Applications of topological data analysis.

**Learning objectives**. Notions of algebraic topology and topological data analysis.

Skill to apply these notions to the analysis of big data.

### Text books.

Hatcher, Algebraic Topology, Cornell University.

Exam mode. Oral exam.

## Bibliography.

Bubenik's home page on Topological Data Analysis

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

# **EAM 1 - TEORIA SPETTRALE** - II Semestre - 8 CFU - settore MAT/05 - 64 ore di lezione in aula **Prof. Roberto Longo**

**Programma.** Algebre di Banach commutative. Ideali massimali. Calcolo funzionale analitico. Trasformazione di Gelfand. C\*-algebre commutative. Teorema di Gelfand-Naimark. Calcolo funzionale continuo. Calcolo funzionale Boreliano. Il teorema spettrale. Algebre di von Neumann. Teoremi di densità di von Neumann e di Kaplanski. Algebre abeliane massimali Stati e rappresentazioni di una C\*-algebra. Elementi positivi, rappresentazione GNS. Il teorema di molteplicità spettrale. Rappresentazioni senza molteplicità. Classificazione degli operatori autoaggiunti (spazio di Hilbert separabile). Operatori illimitati. Operatori simmetrici e autoaggiunti. Estensione di operatori simmetrici.

**Obiettivi di apprendimento**. Capire la struttura degli operatori lineari autoaggiunti e normali su uno spazio di Hilbert padroneggiando tecniche analitiche e algebriche.

### Testi consigliati.

G. Pedersen, Analysis Now.

W. Arveson, An Invitation to C\*-Algebras.

J.B. Conway, A Course in Functional Analysis.

Modalità di esame. Prova orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

**Program.** Commutative Banach algebras. Maximal ideals. Holomorphic functional calculus. Gelfand's transormation. Commutative C\*-algebras. Gelfand-Naimark theorem. Continuous functional calculus. Borel functional calculus. Spectral theorem. Von Neumann algebras. Von Neumann and Kaplanski density theorems. Maxiamal abelia von Neumann algebras. States and representations of a C\*-algebra. Positive elements, GNS representation. Multiplicity free representations. Spectal multiplicity theorem. Classification of selfadjoint operators (separable Hilbert space). Unbounded operators, Hemitean and symmetric operators. Selfadjoint extensions.

**Learning objectives**. The student should understand the basic structure of a linear selfdajoint or normal operator on a Hilbert space and be able to deal with algebraic and analytic techniques in this context.

#### Text books.

G. Pedersen, Analysis Now.

W. Arveson, An Invitation to C\*-Algebras.

J.B. Conway, A Course in Functional Analysis.

Exam mode. Oral exam.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

## EAM 2 - SPAZI DI SOBOLEV E SOLUZIONI DEBOLI - II Semestre - 8 CFU - settore MAT/05 - 64 ore di lezione in aula

## Prof. Andrea Braides

**Programma.** Funzioni a variazione limitata e assolutamente continue, e funzioni di Sobolev in una variabile. Distribuzioni. Spazi di Sobolev in dimensione maggiore e loro proprietà. Immersioni. Tracce. Formulazione variazionale di problemi elleittici e di evoluzione. Il metodo diretto del Calcolo delle variazioni.

**Obiettivi di apprendimento**. Comprendere i concetti principali che portano all'allargamento di concetto di funzione e all'uso dell'Analisi Funzionale per la definizione di soluzione di un problema differenziale.

### Testi consigliati.

G. Leoni, A First Course in Sobolev Spaces: Second Edition. AMS, 2017.

H. Brezis, Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations, Springer, 2011.

Modalità di esame. Prova scritta e orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

**Program.** Distributions. Sobolev spaces. The Sobolev-Gagliardo-Nirenberg and Morrey inequalities. Rellich's theorem. Poincaré's inequality. The Lax-Milgram lemma. Variational formulation of elliptic boundary-value problems: existence, uniqueness, and regularity of weak solutions. Spectral theory for the Dirichlet problem. Semigroups of bounded linear operators on Banach spaces. Infinitesimal generator. The Hille-Yosida theorem. Contraction semigroups and compact semigroups. Perturbation theorems. Asymptotic behaviour. Solution of the Cauchy problem. Maximal regularity. Application to the heat, wave, and Schrodinger equation.

**Learning objectives.** Understand the main concepts that lead to the widening of the concept of function and to the use of Functional Analysis to define a solution to a differential problem. **Text books**.

G. Leoni, A First Course in Sobolev Spaces: Second Edition. AMS, 2017.

H. Brezis, Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations, Springer, 2011.

**Exam mode.** Written and oral exam.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

**ELEMENTI DI ANALISI NUMERICA** - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/08 - 64 ore di lezione in aula

## Prof. Carmine Di Fiore

**Programma**. Polinomi di Bernoulli, formula di Eulero-Maclaurin, metodi numerici per il calcolo degli autovalori e degli autovettori di matrici, metodo delle potenze, teoria di Perron-Frobenius, l'importanza dei nodi nei grafi orientati (page-rank), metodi di tipo differenze finite per la risoluzione di problemi differenziali e/o migliore approssimazione di una matrice in algebre di bassa complessità. **Obiettivi di apprendimento**. Approfondire alcuni argomenti specifici della Matematica Numerica.

## Testi consigliati.

Appunti del docente e di ex-studenti.

## Bibliografia di riferimento.

Un riferimento generale: D. Bertaccini, C. Di Fiore, P. Zellini, Complessità e iterazione numerica.

Percorsi, matrici e algoritmi veloci nel calcolo numerico.

Per teoria di Perron-Frobenius: Richard S. Varga, Matrix Iterative Analysis.

Per page-rank: Pavel Berkhin, A Survey on PageRank Computing.

Per gli argomenti rimanenti: files sul sito del docente e un qualsiasi buon libro di Matematica Numerica.

Modalità di esame. Prova scritta e orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

**Program.** Bernoulli polynomials, Eulero-Maclaurin formula, numerical methods for matrix eigenvalues and eigenvectors computation, power method, Perron-Frobenius theory, the authority of the nodes in oriented graphs (page-rank), difference methods for solving differential problems and/or best approximation of a matrix in low complexity algebras.

**Learning objectives**. Investigate some specific topics of the Numerical Mathematics.

### Text books.

Notes by the teacher and ex-student.

## Bibliography.

A general reference: D. Bertaccini, C. Di Fiore, P. Zellini: Complessità e iterazione numerica.

Percorsi, matrici e algoritmi veloci nel calcolo numerico.

For Perron-Frobenius theory: Richard S. Varga, Matrix Iterative Analysis.

For page-rank: Pavel Berkhin, A Survey on PageRank Computing.

For the remaining topics: files on teacher's web-site and any good book of Numerical Mathematics.

Exam mode. Written and oral exam.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

## **ELEMENTI DI PROBALIBITA' 1 (EP)** – II Semestre - 8 CFU - settore MAT/06 - 64 ore di lezione in aula

### Prof.ssa Antonella Calzolari

**Programma.** Moto Browniano. Martingale a tempo continuo. Integrale stocastico, calcolo stocastico. Equazioni differenziali stocastiche e processi di Markov.

Obiettivi di apprendimento. Acquisizione delle nozioni di base del calcolo stocastico.

### Testi consigliati.

P. Baldi, Stochastic calculus, Springer.

Modalità di esame. Prova scritta e orale.

**Program.** Brownian motion. Continuous time martingales. Stochastic integrals, stochastic calculus.

Stochastic differential equations and Markov processes.

Learning objectives. Basic notions of stochastic calculus.

Text books.

P. Baldi, Stochastic calculus, Springer.

**Exam mode.** Written and oral exam.

## **EQUAZIONI DIFFERENZIALI** - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/05 - 64 ore di lezione in aula **Prof. Riccardo Molle**

**Programma.** Introduzione alle equazioni differenziali: esempi e strategie risolutive, in particolare approccio variazionale. L'operatore di Laplace. Richiami di calcolo differenziale in spazi di Banach. Operatori di Nemitsky. Problemi ellittici nonlineari. Metodi topologici in Calcolo delle Variazioni.

**Obiettivi di apprendimento**. Acquisire familiarità con alcuni metodi classici e moderni per lo studio delle equazioni differenziali alle derivate parziali. In particolare verranno considerate equazioni nonlineari di tipo ellittico. La comprensione di tali concetti, metodi e teorie, permetterà di affrontare anche contesti potenzialmente differenti da quelli visti a lezione.

## Testi consigliati.

L.C. Evans, Partial Differential Equations. Second Edition. American Mathematical Society, Providence, RI, 2010.

M. Struwe, Variational Methods, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

A. Ambrosetti, G. Prodi, A Primer of Nonlinear Analysis, Cambridge University Press.

Modalità di esame. Prova orale.

## Bibliografia

Michel Willem, Minimax Theorems.

David G. Costa, An Invitation to Variational Methods in Differential Equations.

**Program**. An introduction to the Partial Differential Equations: examples and classical solving strategies. The Laplace operator. Some references on differential calculus in Banach spaces. Nemitsky operators. Nonlinear elliptic problems. Topological methods in Calculus of Variations.

**Learning objectives.** To get familiar with some classical and modern methods to study partial differential equations. In particular nonlinear differential equations of elliptic type are considered. The comprehension of such concepts, methods, and theories will enable students to solve problems even if different contexts from those analyzed in class.

### Text books.

L.C. Evans, Partial Differential Equations. Second Edition. American Mathematical Society, Providence, RI, 2010.

M. Struwe, Variational Methods, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

A. Ambrosetti, G. Prodi, A Primer of Nonlinear Analysis, Cambridge University

Press **Exam mode.** Oral exam.

## Bibliography.

Michel Willem, Minimax Theorems.

David G. Costa, An Invitation to Variational Methods in Differential Equations.

## FISICA COMPUTAZIONALE - II Semestre - 9 CFU - settore FIS/01 - 72 ore di lezione in aula Prof. Alessandro Pecchia

**Programma**. Fondamentali di numerica, errori di troncamento e arrotondamento. Equazioni differenziali ordinarie (ODE) - Analisi di Stabilità. - Metodi di soluzione espliciti e impliciti - Runge-

Kutta e Dormand-Prince ODE5(4) e confronto con ODE8(7) - Metodi Gear's . - Applicazioni: Attrattori strani e caos, pendolo caotico e biforcazioni, esponenti di Lyapunov e frattalità – Introduzione alla dinamica molecolare - sviluppo di un simulatore - Applicazioni: studio di un liquido di Lennard-Jones Soluzione di equazioni lineari metodi diretti ed iterativi (CG, GMRES). Equazioni alle derivate parziali (PDE). - Classificazione in equazioni Ellittiche, Paraboliche ed Iperboliche - Discretizzazioni e stabilità (FDM, FVM, FEM). - Soluzione numerica equazioni di Poisson e di Fourier. - Soluzione numerica di equazioni di Navier-Stokes (Finite Volume Method).

Obiettivi di apprendimento. Gli studenti acquisiscono la capacità di risolvere problemi fisici utilizzando il computer come strumento numerico. Durante il corso vengono affrontati esempi non banali di soluzioni numeriche di modelli fisici, tra cui la risoluzione di equazioni differenziali ordinarie (ODE) e alle derivate parziali (PDE). In particolare vengono discussi i problemi posti dalla loro soluzione numerica originati dalle limitazioni dell'aritmetica finita dei calcolatori e come mitigare le instabilità numeriche associate. Risolutori ODE di diverso tipo vengono applicati all'analisi di attrattori strani e traiettorie caotiche. Vengono illustrati metodi per il calcolo dei punti critici e delle biforcazioni, numeri di Feigenbaum, il calcolo degli esponenti di Lyapunov e della dimensione frattale di diversi attrattori. Particolarmente rivolto agli studenti di Fisica Teorica e di Fisica Statistica, viene sviluppato un modello atomistico di dinamica molecolare classica, applicato allo studio di un gas di Lennard Jones. In particolare viene dimostrata il meccanismo di transizione di fase solido-liquido ed il calcolo del coefficiente di diffusione. Nell'ultima parte del corso vengono discusse le equazioni PDE fino al secondo ordine, ellittiche (e.g. equazione di Poisson), paraboliche (eq. del calore) ed iperboliche (advection-diffusion e Navier-Stokes). Di queste viene discussa la discretizzazione ed i metodi di stabilizzazione. Per poter risolvere tali equazioni vengono introdotti i solutori iterativi. Il corso si prefigge anche di insegnare i rudimenti di programmazione scientifica in ambiente Linux, l'utilizzo di librerie numeriche esistenti e prospettive nello sviluppo di computazione parallela. Alla fine del corso agli studenti viene assegnato un problema pratico da risolvere sviluppando un opportuno programma sul quale vengono valutati. Il corso di Fisica Computazionale risponde agli obiettivi formativi del corso di fisica, in particolare rafforza le conoscenze teoriche di base e la capacità di analisi critica di eventuali risultati errati a causa di errori tecnici di programmazione. Rafforza la capacità critica e di applicazione delle conoscenze acquisite, in particolare durante lo sviluppo del lavoro di tesina in preparazione dell'esame, permettendo anche di raffinare le abilità comunicative che vengono testate in sede d'esame grazie alla presentazione del lavoro svolto e dei risultati ottenuti. Gli argomenti trattati sono spesso proiettati al limite attuale della ricerca e dello sviluppo, dando la possibilità agli studenti di ricercare letteratura scientifica e di sviluppare una capacità critica e di apprendimento autonoma in vista di un eventuale dottorato.

### Testi consigliati.

- R. Landau, M. Paez, C. Bordeinau, Computational Physics 2nd ed., WILEY-VCH.
- R. Fizpatrik, Computational Physics, Univ. Texas Austin.
- K. W. Morton and D.F. Mayers, Numerical Solution of Partial Differential Equations, Cambridge.
- L. Barone, E. Morinari, G. Organtini, F. Ricci-Tresenghi, Programmazione scientifica, Pearson Education.

Modern Fortran Explained, M. Metcald, J. Reid, M. Cohen, Oxford University Press.

**Modalità di esame.** Per valutare il reale apprendimento viene assegnato un problema da risolvere mediante implementazione numerica che poi gli studenti discutono all'esame sotto forma di una tesina. Spesso il problema viene discusso individualmente con ciascun studente per assecondarne interessi e orientamenti particolari. All'esame viene discusso il lavoro di tesina e vengono fatte domande sul programma del corso.

**Program.** Introduction to numerics, roundoff and truncation errors. Ordinary differential equations (ODE). - Stability - Explicit and implicit methods. - Runge-Kutta e Dormand-Prince ODE5(4) and

ODE8(7) Gear's Methods. - Applications: Strange attractors and caos, caotic pendulum and bifurcations Lyapunov exponents and fractality. Introduction to molecular dynamics - Development of an efficient simulator O(N) . - Applications: study of a Lennard-Jones liquid (phase transitions, diffusivity) - Solutions of linear systems: direct and iterative methods (CG, GMRES)\* Partial differential equations (PDE).- Elliptic, Parabolic and Iperbolic classifications. - Discretizations and stability (FDM, FVM, FEM). - Numerical solutions of Poisson and Fourier Heat equations - Numerical Solutions of Navier-Stokes equation Basic numerics, Truncation and round-off errors, Algoritmi numerici di base, Search of zeros (bisection, Newton), Linear solvers (direct: LU, iterative: CG, MINRES, GMRES), Quadrature .Simpson's rules and Gaussian quadratures, Gauss-Lobatto, Equazioni differenziali ordinarie (ODE), Stability, Explicit Methods (Runge-Kutta 45, Dormant-Prince, PC, Adaptive), Metodi impliciti, Attractors e Caos, Attrattore di Lorenz (derived from Benard cell model), Logistic Map, Bifurcations and Feigenbaum theory. Lyapunov exponents.Brief overview of Molecular DynamicsA Lennard-Jones gas (development of a code with periodic BC), Spectral MethodsFourier and Chebyshev methods (solve Burger's equation). Partial differential equations Parabolic, Elliptic, Hyperbolic. Stability issues.Numerical solutions of Navier-Stokes (Finite Volume Method).

Learning objectives. Students acquire the ability to solve physical problems with the help of a computer as numerical instrument. During this lecture course non-trivial examples of numerical solutions to physical models are tackled, among which numerical solutions to Ordinary Differential Equations (ODE) and Partial differential equations (PDE). In particular problems related to discretizations and finite precision arithmetics are presented and solutions discussed. ODE solvers are developed and applied to analyze strange attractors and caotic trajectories. Methods to compute critical points, bifurcations, Feigenbaum numbers, Lyapunov exponents and fractal dimensions are presented and discussed. Particularly oriented to theorist in phisics and statistical physics, a classical molecular dynamics is developed and applied to study the Lennad-Jones gas, modelling solid-liquid phase transition and computing radial distributions functions and self-diffiusion coefficients.

In the last part of the course, solutions to PDEs are tackled, either elliptic (e.g., Poisson equation), parabolic (e.g. heat equation) or hyperbolic (advection and Navier-Stokes).

In all cases discretization and stabilization methods are presented. In order to enable solutions of such equations, iterative methods such as Conjugate-Gradients and Krylov subspace methods are presented and implemented. Additionally, the course aims at teaching the basics af scientific programming under Linux and using a high level programming language such as Modern Fortran. How to compile and link external numerical libraries and some rudiments of parallel programming (MPI/OpenMP).

At the end the students are given a problem to be solved developing a code. This is used as part of the evaluation process in the final exam. Computational Physics adresses ad the general objective of the batchelor course in Physics. In particular it strengthen basic theoretical knowledge and capability of analysis of erroneus results due to implementation mistakes. It strengthen critical abilities of acquired knowledge, particularly during the development of the final homework, also giving the chance to refine communication skills since the work and results must be illustrated at the exam under the form of a presentation. The treated subjects are frequently projected to the research forefront and development, giving the possibility to make literature searches and developing critical abilities and learning skills, also in view of a possible postgraduate stage.

### Text books.

R. Landau, M. Paez, C. Bordeinau, Computational Physics 2nd ed., WILEY-VCH.

R. Fizpatrik, Computational Physics, Univ. Texas Austin.

K. W. Morton and D.F. Mayers, Numerical Solution of Partial Differential Equations, Cambridge.

L.Barone, E. Morinari, G. Organtini, F. Ricci-Tresenghi, Programmazione scientifica, Pearson Education.

Numerical Recipes in Fortran 90 or C++, Third Edition (2007), 1256 pp.

Cambridge University Press, ISBN-10: 0521880688

**Exam mode**. Students are evaluated on a homework based on a physical problem that requires implementation of an algorithm or anything of computational nature. The work is presented in the final examination, together with additional questions on the subjects treated over the course.

## FISICA DEI FLUIDI COMPLESSI E TURBOLENZA - I Semestre - 8 CFU - settore FIS/01 - 64 ore di lezione in aula

## Prof. Mauro Chinappi

Programa. Equazioni fondamentali. Equazione di conservazione della massa e della quantità di moto. Simmetria tensore degli sforzi. Relazione costitutiva fluidi newtoniani. Equazione di Navier Stokes per flussi incomprimibili. Condizioni al bordo. Condizione di Navier e lunghezza di scorrimento. Forma adimensionale equazioni di Navier-Stokes. Numero di Reynolds. Equazione di Stokes, linearità e simmetrie. Cenni al teorema di Purcell sul nuoto dei microorganismi. Flusso di Poiseuille.Moto Browniano. Diffusione di particelle in un fluido. Equazione di conservazione. Equazione di Langevin per il moto di un singolo colloide. Teorema di fluttuazione dissipazione. Metodi numerici per equazioni differenziali stocastiche. Elettroidrodinamica. Sistema completo di equazioni per trasporto specie cariche. Equazione di Poisson-Boltzmann. Lunghezza di Debye. Flusso elettroosmotico ideale in un canale piano. Flussi elettroosmotici in nanopori. Applicazioni per biosensori e blue energy. Tensione superficiale e dinamica delle interfacce. Definizione di tensione superficiale. Equazione di Laplace. Equazione di Young e angolo di contatto. Stati di Cassie e di Wenzel. Legge di Jurin. Lunghezza di capillarità. Instabilità Taylor-Rayley. Cenno ai modelli continui per flussi bifase (Continuum force model). Cenni su tecniche di simulazione atomistica. Turbolenza. Descrizione in spazio di Fourier. Produzione, trasferimento e dissipazione di energia cinetica turbolenta. Teoria di Kolmogorov per turbolenza omogenea e isotropa. Scala di Kolmogorov. Equazioni mediate alla Reynold e problema della chiusura.

Obiettivi di apprendimento. Il corso fornisce un'introduzione su argomenti avanzati di dinamica dei fluidi. Il filo conduttore del corso è la complessità e le metodologie per affrontarla. Gli esempi selezionati saranno scelti in un'ottica multiscala (diverse scale spaziali e temporali rilevanti per l'analisi del fenomeno) e multifisica (diversi effetti contribuiscono alla fenomenologia). In particolare, verranno trattati i seguenti argomenti: moti turbolenti per fluidi semplici, soluzioni colloidali di particelle micrometriche (moto Browniano), flussi bifase ed elettroidrodinamica. Nel corso vengono forniti gli strumenti concettuali e analitici per descrivere fluidi e flussi complessi.

### Testi consigliati.

Frisch Uriel, Turbulence: the legacy of AN Kolmogorov. Cambridge university press, 1995.

Pope Stephen B., Turbulent flows. Cambridge university press, 2000.

San Miguel M., Toral R., Stochastic effects in physical systems. In Instabilities and nonequilibrium structures VI (pp. 35-127). Springer, Dordrecht, 2000.

## Bibliografia.

Pijush K. Kundu, Ira M. Cohen, Fluid Mechanics. Fourth Edition, 2008.

Henrik Bruus, Theoretical Microfluidics, Oxford University Press, 2008.

De Gennes, Pierre-Gilles, Françoise Brochard-Wyart, David Quéré, Capillarity and wetting phenomena: drops, bubbles, pearls, waves. Springer, 2004.

Modalità di esame. Prova orale.

**Program.** Fundamental equations. Conservation of mass and momentum. Stress tensor symmetry. Newtonian fluids constitutive relation. Navier Stokes equation for incompressible flows. Boundary conditions. Navier condition and slip length. Dimensionless form of the Navier-Stokes equations. Reynolds number. Stokes equation, linearity and symmetries. Notes on Purcell's theorem concerning

the swimming of microorganisms. Poiseuille flow. Brownian Motion .Diffusion of particles in a fluid. Conservation equation. Langevin equation for the motion of a single colloid. Fluctuation-dissipation theorem. Numerical methods for stochastic differential equations. Electrohydrodynamics .Complete system of equations for transporting charged species. Poisson-Boltzmann equation. Debye length. Ideal electroosmotic flow in a plane channel. Electroosmotic flows in nanopores. Applications for biosensors and blue energy.Surface and dynamic tension of the interfaces. Definition of surface tension. Laplace equation. Young's equation and contact angle. Cassie and Wenzel states. Jurin's law. Capillary length. Taylor-Rayley instability. Overview on continuous models for two-phase flows (Continuum force model). Atomistic simulation techniques. Turbulence. Description in Fourier space. Production, transfer and dissipation of turbulent kinetic energy. Kolmogorov theory for homogeneous and isotropic turbulence. Kolmogorov scale. Reynold-averages equations.

**Learning objectives.** The course provides an introduction to advanced topics in fluid dynamics. The common thread of the course is the complexity and the methodologies to face it. The selected examples will be chosen from a multiscale perspective (different spatial and temporal scales relevant to the analysis of the phenomenon) and multi-physics (different effects contribute to the phenomenology). In particular, the following topics will be covered: turbulent motions for simple fluids, colloidal solutions of micrometric particles (Brownian motion), two-phase and electro-dynamic flows. The course provides conceptual and analytical tools to describe complex fluids and flows.

### Text books.

Frisch Uriel, Turbulence: the legacy of AN Kolmogorov. Cambridge university press, 1995.

Pope Stephen B., Turbulent flows. Cambridge university press, 2000.

San Miguel M., Toral R., Stochastic effects in physical systems. In Instabilities and nonequilibrium structures VI (pp. 35-127). Springer, Dordrecht, 2000.

## Bibliography.

Pijush K. Kundu, Ira M. Cohen, Fluid Mechanics. Fourth Edition, 2008.

Henrik Bruus, Theoretical Microfluidics, Oxford University Press, 2008.

De Gennes, Pierre-Gilles, Françoise Brochard-Wyart, David Quéré, Capillarity and wetting phenomena: drops, bubbles, pearls, waves. Springer, 2004. **Exam mode**. Oral exam.

# **GEOMETRIA ALGEBRICA** - II Semestre - 8 CFU - settore MAT/03 - 64 ore di lezione in aula **Prof. Ciro Ciliberto**

**Programma.** Varietà affini, varietà proiettive, mappe razionali e birazionali, proprietà locali delle curve piane, curve piane prioiettive, teorema di Bezout, teorema di Noether, risoluzione delle singolarità di curve piane, teorema di Rieman-Roch e applicazioni.

**Obiettivi di apprendimento**. Studio delle proprietà basilari delle varietà algebriche affini e proiettive e in particolare delle curve.

## Testi consigliati.

M. W. Fulton, Algebraic curves.

R. Walker, Algebraic curves.

Modalità di esame. Prova orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

**Program.** Affine varieties, projective varieties, rational and birational maps, local properties of plane curves, plane projective curves, Bezout theorem, Max Noether's theorem, resolution of singularities of plane curves, Riemann-Roch theorem and applications

**Learning objectives.** Study of basic properties of affine and projective algebraic varieties in particular of curves.

### Text books.

M. W. Fulton, Algebraic curves.

R. Walker, Algebraic curves.

**Exam mode.** Written and oral exam.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

# **GEOMETRIA COMPLESSA** - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/03 - 64 ore di lezione in aula **Prof. Michael McQuillan**

**Programma.** Teoria di Hodge sulle varietà di Kahler compatte.

Tempo permettendo- caso non compatto e strutture di Hodge miste.

## Obiettivi di apprendimento.

Testi consigliati.

Modalità di esame. Prova orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

**Program.** Hodge theory on compact Kahler manifolds.

Time permitting- mixed Hodge theory on projective varieties

Learning objectives.

Text books.

**Exam mode.** Oral exam.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

## **GEOMETRIA DIFFERENZIALE** - II Semestre - 8 CFU - settore MAT/03 - 64 ore di lezione in aula **Prof. Stefano Trapani**

**Programma.** Definizione di Metrica Riemanniana su una varietà differenziabile, Esempi, R^n, Sfere, spazio iperbolico, spazio proiettivo, sottovarietà rivestimenti tori. Connessioni derivata covariante, teorema di esistenza e unicità della connessione di Levi Civita, derivata covariante lungo una curva, spostamento parallelo vari esempi. Geodetiche, teorema di esistenza e unicità esempi. Mappa esponenziale, coordinate normali geodetiche intorno ad un punto dato. Geodetiche minimali locali, distanza indotta da una metrica Riemanniana.

Completezza Teorema di Hopf Rinow. Isometrie locali e rivestimenti, completezza, summersiooni isometriche. Tensore di Curvatura Curvatura sezionale. Teorema Egregium di Gauss. Forme di connessione, equazioni di struttura. Curvatura di R^n della sfera e dello spazio iperbolico. Spazio delle curve, variazione prima e seconda dell'energia. Campi di Jacobi. Teorema di Adamar Cartan, Curvatura di Ricci, Teorema di Mayer,

Definizione di Gruppo di Lie, prime proerietà ed esempi. Algebre di Lie, Mappa esponenziale, rappresentazione aggiunta, Sottogruppi di Lie. Metrichre biinvarianti su gruppi di Lie, geodetiche curvatura, mappa esponenziale. Rivestimento universale di un gruppo di Lie, corrispondenza algebre gruppi semplicemente connessi.

**Obiettivi di apprendimento.** Introdurre gli studenti ai concetti più importanti della geometria differenziale

### Testi consigliati.

Boothby, An introduction to differentiable manifold and Riemannian Geometry.

Gallot Haulin La Fontaine, Riemannian Geometry.

Modalità di esame. Prova orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

**Program**. Definition of Riemannian metrics on differentiable manifolds, Examples, R^n, S^n, P^n, the hyperbolic space, submanifolds, covering spaces, tori. Connections, covariant derivative, Existence and uniqueness theorem of Levi Civita connection, covariant derivative along a curve, parallel displacement, examples. Geodesics, existence and uniqueness theorem, examples. Exponential maps normal coordinates, geodesics near a givenn point. Minimal local geodesics, distance inducesed by a riemannian metric. Completeness, Hopf Rinow theorem. Local isometries and covering spaces, completeness, isometric submersions. Curvature tensor, sectional curvature, Egregium theorem of Gauss. Connection forms, structure equation. Curvature of R^n, S^n and the hyperbolic space H^n. The space of curves, first and second variation of energy, Jaboci fiels, Adamar Cartan theorem, Ricci Curvature, Mayer theorem. Definition of Lie groups, examples and first properties, Algebre di Lie, The exponential map, Lie subgroups, corrispondence subalgebra, subgroup. Universal covering of a Lie group, corrispondence Lie algebra simply connected Lie group, biinvariant metric on a Lie group, curvature and geodesics.

**Learning objectives.** To introduce the students to the first notions of Riemannian geometry and Lie Group theory.

### Text books.

Boothby, An introduction to differentiable manifold and Riemannian Geometry.

Gallot Haulin La Fontaine, Riemannian Geometry.

**Exam mode.** Oral exam.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

# INTRODUZIONE AI PROCESSI ALEATORI - I Semestre - 8 CFU - settore SECS-S/01 - 64 ore di lezione in aula

### Prof. Domenico Marinucci

**Programma.** Introduzione - stazionarietà debole e forte. Richiami di spazi di Hilbert. Processi ARMA - condizioni di esistenza e stazionarietà, proprietà funzioni di covarianza. Teorema di Herglotz-Bochner; densità e distribuzione spettrale. Filtri lineari; densità spettrale processi ARMA. Costruzione degli integrali stocastici; teorema di rappresentazione spettrale. Stima della densità spettrale: il periodogramma e le sue proprietà asintotiche. Whittle likelihood. Processi nonstazionari: convergenza debole in spazi di funzioni, processi a radici unitarie, tests. Campi aleatori isotropi sulla sfera: rappresentazione spettrale.

**Obiettivi di apprendimento.** Il corso fornisce una introduzione all'analisi spettrale dei processi stazionari; vengono affrontati anche argomenti più specialistici, quali i processi a radici unitarie ed i campi aleatori sulla sfera.

## Testi consigliati.

Brockwell, Davis, Time Series Models, Springer.

Modalità di esame. Prova scritta e orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

**Program.** Weak and strong stationarity. Background on Hilbert spaces. ARMA processes, covariance functions, Herglotz-Bochner Theorem, spectral density and distribution function. Linear filters, spectral density of ARMA processes. Stochastic integrals and the spectral representation theorem. Spectral density estimators: the periodogram and its asymptotic properties. Whittle likelihood. Nonstationary processes, weak convergence on function spaces, unit roots, tests. Random fields on the sphere: spectral representations.

**Learning objectives.** The aim of this course is to provide an introduction to the theory of stationary stochastic processes. Some more advanced material is also addressed, such as unit root processes and spherical random fields.

### Text books.

Brockwell, Davis, Time Series Models, Springer.

**Exam mode.** Written and oral exam.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

## INTRODUZIONE ALLE VARIETA' DIFFERENZIABILI - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/03 - 64 ore di lezione in aula

Dr. Leandro Arosio

**Programma**. In questo corso introdurremo il concetto di varietà differenziabile tramite carte, e mostreremo come generalizzare il calcolo su questi oggetti geometrici usando definizioni intrinseche, cioè che non dipendono dalle coordinate scelte. Alla fine del corso vedremo i teoremi di Stokes e Frobenius, due risultati fondamentali per lavorare su varietà. Varietà topologiche e differenziabili. Funzioni e mappe lisce su varietà. Vettori tangenti, fibrato tangente e differenziale di mappe. Sommersioni, immersioni, embedding, sottovarietà. Teorema di Whitney (caso compatto). Gruppi di Lie, azioni e quozienti, spazi omogenei. Campi vettoriali, parentesi di Lie, algebra di Lie. Flussi di campi vettoriali, derivate di Lie, campi che commutano. Tensori, forme differenziali, differenziale esterno, orientazione di varietà, integrazione di forme differenziali, Teo di Stokes. Teorema di Frobenius e applicazioni.

**Obiettivi di apprendimento.** Lo studente deve raggiungere una comprensione profonda dei soggetti trattati, deve essere in grado di ridimostrare i teoremi visti a lezione, deve essere in grado di spiegare la necessita' delle ipotesi del teorema, e fornire eventuali controesempi. Deve inoltre capire come applicare quanto visto a lezione per risolvere esercizi. **Modalità di esame.** Prova orale.

### Testi consigliati.

John M. Lee, Introduction to smooth manifolds.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

**Program.** In this course we introduce the concept of smooth manifolds using local charts, and we show how to generalize calculus on such geometric objects using intrinsic definitions, that is, definitions which do not depend on the local coordinates.

At the end of the course we will see the Theorems of Stokes and Frobenius, two fundamental results in the area. Topological and smooth manifolds. Functions and maps on manifolds. Tangent vectors, tangent bundle and differential of maps. Submersion, immersions, embeddings, submanifolds. Whitney's theorem (compact case). Lie groups, actions and quotients, homogeneous spaces. Vector fields, Lie brackets, Lie algebras. Flow of a vector field, Lie derivatives, commuting vector fields. Tensors, differential forms, exterior differentiation, orientation of a manifold, integration of a differential form, Stokes Theorem. Frobenius theorem and applications

**Learning objectives**. The student has to reach a deep understanding of the topic, and has to be able to prove the theorems seen in class. The student needs to understand the necessity of the assumptions in the theorems and to be able to give counterexamples. Finally the student needs to know how to apply such results to solve exercises.

Exam mode. Oral exam.

#### Text books.

John M. Lee, Introduction to smooth manifolds.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

LABORATORIO DI CALCOLO - I Semestre - 4 CFU - settore INF/01 - 40 ore di lezione in aula

### **Prof. Hendrik Speleers**

**Programma.** Il corso intende fornire un'introduzione al sistema Python per il calcolo scientifico. In particolare saranno presentati: Python, un linguaggio di programmazione general purpose; interpretato e scritto dinamicamente quindi molto adatto ad una programmazione interattiva e ad una prototipazione veloce pur essendo sufficientemente potente per affrontare applicazioni di larga scala. NumPy, il package fondamentale per il calcolo. Matplotlib, un package per la grafica in 2D con estensioni per semplici grafici 3D. SciPy, una collezione di algoritmi numerici. SymPy, un package per il calcolo simbolico e la computer algebra.

**Obiettivi di apprendimento.** L'insegnamento si propone di fornire conoscenze di base per l'uso di software scientifico per lo studio e la risoluzione di problemi di matematica avanzata.

## Testi consigliati.

G. Varoquaux, E. Gouillart, O. Vahtras et al., Scipy Lecture Notes.

Modalità di esame. Prova orale e valutazione del progetto.

L'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.

**Program.** The course provides an introduction to the Python ecosystem for scientific computing. In particular, the following packages are addressed: Python, a general purpose programming language; it is interpreted and dynamically typed and is very suited for interactive work and quick prototyping, while being powerful enough to write large applications in. NumPy, the fundamental package for numerical computation. Matplotlib, a mature package for 2D plotting as well as basic 3D plotting. SciPy, a collection of numerical algorithms. SymPy, a package for symbolic mathematics and computer algebra.

**Learning objectives.** The course aims at the ability to use scientific software for the analysis and solution of advanced mathematical problems.

### Text books.

G. Varoquaux, E. Gouillart, O. Vahtras et al., Scipy Lecture Notes.

**Exam mode**. Oral exam and project evaluation.

The teaching will be in English.

## LABORATORIO DI DIDATTICA DELLA MATEMATICA - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/04 - 64 ore di lezione in aula

## Prof. Francesca Tovena (codocente Prof. Benedetto Scoppola)

**Programma.** A partire dallo studio di testi di matematica classica si propongono attività laboratoriali in cui si valorizza il legame tra aritmetica e geometria e si pone l'attenzione sugli aspetti didattici, con speciale attenzione alle indicazioni nazionali per la matematica relative alla scuola secondaria di primo e secondo grado e alle informazioni fornite dai recenti studi in neuroscienze.

Si tratteranno, tra l'altro: la nozione di numero, il concetto di commensurabilità e gli insiemi numerici; la radice quadrata; applicazioni del teorema di Pitagora; stime delle aree; applicazioni fisico-matematiche.

**Obiettivi di apprendimento.** Valorizzazione del legame tra aritmetica e geometria in modo da proporre una matematica che ponga al centro dei processi di apprendimento anche gli aspetti percettivi. Presentazione della matematica come linguaggio naturale per descrivere i fenomeni naturali.

## Testi consigliati.

Dispense messe a disposizione dai docenti.

L. Russo, G. Pirro, E. Salciccia. Euclide, il I libro degli Elementi, Carocci Editore.

M. Montessori, Psicogeometria, edito da Opera Nazionale Montessori.

Modalità di esame. Esame orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese. **Program.** Starting from the study of classical mathematics texts, laboratory activities are proposed in which enhances the link between arithmetic and geometry and focuses on the didactic aspects, with special attention to the national indications for mathematics related to the first and second grade secondary school and to the information provided by recent studies in neuroscience.

Among other things: the notion of number, the concept of commensurability and numerical sets; the square root; applications of the Pythagorean theorem; area estimates; physical-mathematical applications.

**Learning objectives.** Highlighting the link between arithmetic and geometry in order to propose a mathematics that places the perceptive aspects at the center of the learning process. Presentation of mathematics as a natural language to describe natural phenomena.

### Text books.

L. Russo, G. Pirro, E. Salciccia. Euclide, il I libro degli Elementi, Carocci Editore. M. Montessori, Psicogeometria, edito da Opera Nazionale Montessori. **Exam mode.** Oral exam. In the oral exam, the student presents and motivates his own teaching proposal on topics related to those discussed during the lectures; he/she discusses the didactic motivations and the related materials. In the exposition, the level of mastery of the notions introduced in the course of teaching, autonomy and awareness in the identification of the didactic modalities according to the recipients and cognitive nodes in the treated topic, the completeness and the clarity of exposition are verified, the capacity for synthesis and critical analysis, the consistency and effectiveness of the arguments produced, the relevance of the topics discussed.

LINGUA INGLESE - II Semestre - 5 CFU - settore L-LIN/12

# **LOGICA MATEMATICA** - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/01 - 64 ore di lezione in aula **Prof. Paolo Lipparini**

**Programma.** Nozioni di base. Generalità sugli insiemi. Operazioni. Strutture algebriche.

Reticoli. Semireticoli, quasigruppi. Sottoalgebre, reticolo delle sottoalgebre. Congruenze; algebre quozienti; reticolo delle congruenze. Morfismi; isomorfismi. Prodotti. Termini. Algebre libere. Teorema di Birkhoff. Varietà. Congruenze permutabili e classi di algebre a congruenze permutabili. Teorema di Mal'cev e alcune conseguenze. Argomenti avanzati. Reticoli arguesiani. Un reticolo di relazioni di equivalenza (in particolare, di congruenze) permutabili è modulare e arguesiano. Termini-maggioranza e caratterizzazione delle varietà con un termine-maggioranza. Condizione di Mal'cev per le varietà a congruenze distributive. La "term condition" e il "Lemma di Lampe". Esistenza e proprietà del commutatore di congruenze in un'algebra in una varietà a congruenze modulari. Termini-differenza e applicazioni. Termini differenza-deboli e conseguenze della loro esistenza. Ad esempio, se M\_3 è uno 0-1-sottoreticolo del reticolo delle congruenze di A e A ha un termine-differenza debole allora A soddisfa alla term condition.

**Obiettivi di apprendimento**. L'insegnamento si propone di fornire agli studenti le nozioni fondamentali (ed eventualmente più avanzate) di Algebra Universale, con particolare attenzioni ai rapporti con i restanti settori della matematica.

## Testi consigliati.

Dispense rese disponibili online.

Clifford Bergman, Universal Algebra: Fundamentals and Selected Topics, CRC Press, 2012.

Modalità di esame. Prova orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

**Program.** Basic notions. Basics about sets. Algebraic structures. Lattices. Semilattices, quasigroups. Subalgebras and the lattice of subalgebras. Congruences, quotients, lattice of congruences. Morphisms. Products. Terms. Free algebras, Birkhoff's Theorem. Varieties. Algebras with permutable congruences and their Malcev characterization. Advanced arguments. Arguesian lattices. Majority terms. Malcev characterization of congruence distributive varieties. The "term condition" and "Lampe's Lemma". The commutator in congruence modula varieties. (Weak) difference terms.

**Learning objectives**. To learn the fundamental (and possibly some more advanced) notions of Universal Algebra, with special attention to the interconnections with other branches of mathematics.

#### Text books.

Clifford Bergman, Universal Algebra: Fundamentals and Selected Topics, CRC Press, 2012.

**Exam mode.** Oral exam.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

# MACHINE LEARNING - II Semestre - 9 CFU - settore INF/01 - 72 ore di lezione in aula Prof. Giorgio Gambosi

**Programma.** Richiami di statistica bayesiana e apprendimento bayesiano. Modelli grafici e reti bayesiane. Supervised learning. Regressione (lineare e non) e regolarizzazione. Feature selection, cenni Classificazione lineare: LDA di Fisher, perceptron Naive bayes. Modelli generativi per la classificazione. Modelli discriminativi per la classificazione, regressione logistica. Support vector machines, kernel. Multilayer perceptron. Modelli non parametrici: knn e Parzen windows. Processi gaussiani. Alberi di decisione Ensemble models: bagging, boosting, random forests, Adaboost, Gradient boosting. Unsupervised learning. Clustering: k-means, mixture models. Dimensionality reduction: Principal component analysis, Probabilistic principal component analysis, Factor analysis Testo, pair matrices e recommenders. Latent semantic analysis. Deep learning. Convolutional networks. Recurrent e LSTM networks.

**Obiettivi di apprendimento.** Acquisizione dei concetti fondamentali dell'apprendimento automatico e dei più comuni e rilevanti modelli/algoritmi applicati in tale ambito. Conoscenza dei relativi fondamenti matematici.

Modalità di esame. Prova orale. Interazione e discussioni nel corso delle lezioni.

### Testi consigliati

M. Bishop, Pattern Recognition and Machine Learning, Springer, 2006.

**Program.** Recall of bayesian statistics and learning Graphical models and bayesian networks. Supervised learning. Regression (linear and not linear), regularization. Feature selection.Linear classification: Fisher LDA, perceptron Naive bayes. Generative models for classification

.Discriminative models for classification, logostic regression. Support vector machines, kernel Multilayer perceptron. Non parametrics models: knn and Parzen windows. Gaussian processes Decision trees. Ensemble models: bagging, boosting, random forests, Adaboost, Gradient boosting Unsupervised learning. Clustering: k-means, mixture models Dimensionality reduction: Principal component analysis, Probabilistic principal component analysis, Factor analysis. Text, pair matrices and recommenders. Latent semantic analysis. Deep learning Convolutional networks. Recurrent and LSTM networks.

**Learning objectives**. Acquiring the fundamental concepts of machine learning and the most common and relevant models/algorithms in that framework. Knowledge of the corresponding mathematical foundations.

**Exam mode.** Oral exam. Interaction and discussions in the course of lessons.

Text books.

M. Bishop, Pattern Recognition and Machine Learning, Springer, 2006.

**MECCANICA ANALITICA E CELESTE** - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/07 - 64 ore di lezione in aula

### Prof. Alessandra Celletti

Programma. Il corso verte su un'introduzione alla Meccanica Classica e Celeste. Il programma analitico del corso è il seguente: Richiami di Meccanica Hamiltoniana: trasformazioni canoniche, criteri di canonicità, parentesi di Poisson, integrali primi; Sistemi integrabili; Teorema di integrabilità locale; Teorema di Arnold-Liouville e variabili azione-angolo; Esempi di sistemi integrabili: oscillatori armonici, moto in un campo centrale, giroscopio pesante; Moti regolari e caotici; Sistemi conservativi e dissipativi; Sistemi continui e discreti, mappe di Poincarè, standard map; Gli esponenti di Lyapunov; Il problema dei 2 corpi; Le leggi di Keplero; Variabili azione-angolo di Delaunay e il problema dei 3 corpi; I punti di equilibrio Lagrangiani; Il problema dei 3 corpi ristretto; Dinamica rotazionale; Risonanze spin-orbita: derivazione del modello e costruzione di superfici invarianti; Teoria perturbativa; Applicazioni della teoria perturbativa; Teorema KAM: dimostrazione, aritmetica degli intervalli, cenni di teoria dei numeri e frazioni continue; Tecniche classiche e superconvergenti; Collisioni e teoria della regolarizzazione; Trasformazione di Levi-Civita.

**Obiettivi di apprendimento.** Si intendono affrontare gli argomenti principali della Meccanica Classica e Celeste, quali i sistemi integrabili e non-integrabili, teoria delle perturbazioni, teoria KAM, la stabilità del sistema solare, le risonanze orbitali e spin-orbita, la teoria della reglarizzazione. Saranno considerati esempi pratici ed assegnati esercizi allo scopo di familiarizzare con importanti strumenti matematici e utili modelli

### Testi consigliati.

Dispense del corso distribuite per via telematica.

A. Celletti, Stability and Chaos in Celestial Mechanics, Springer-Praxis, 2010.

Modalità di esame. Prova orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

**Program.** The course deals with Classical and Celestial Mechanics. The detailed program of the course is the following: basics of Classical Mechanics: canonical transformations, canonical criteria, Poisson brackets, first integrals; Integrable systems; theorem on local integrability; Arnold-Liouville Theorem and action-angle variables; examples of integrable systems: harmonic oscillators, motion in a central field, gyroscopic motion; regular and chaotic motions; conservative and dissipative systems; continuous and discrete systems, Poincarè map, standard map; Lyapunov exponents; the two body problem; Kepler's laws; action-angle Delaunay variables and the three-body problem; Lagrangian equilibrium points; the restricted three body problem; rotational dynamics; spin-orbit resonances: derivation of the model and construction of invariant surfaces; perturbation theory; applications of perturbation theory; KAM Theorem: proof, interval arithmetic, continued fractions; classical and superconvergent techniques; collisions and regularization theory; Levi-Civita transformation. **Learning objectives** We intend to treat the main topics of Classical and Celestial Mechanics from

**Learning objectives.** We intend to treat the main topics of Classical and Celestial Mechanics, from integrable to non-integrable systems, to perturbation theory, KAM theory, the stability of the Solar system, orbital and spin-orbit resonances, regularization theory. Practical examples and exercises will be given to get acquainted with important mathematical tools and useful models in Celestial Mechanics.

#### Text books.

Notes distributed by email.

A. Celletti, Stability and Chaos in Celestial Mechanics, Springer-Praxis, 2010.

#### **Exam mode.** Oral exam.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

# **MECCANICA STATISTICA 2** - I Semestre - 6 CFU - settore FIS/03 - 48 ore di lezione in aula **Prof. Rossana Marra**

**Programma.** Introduzione alle transizioni di fase. Modello di Ising. Argomento di Peierls. Teoria di campo medio per il modello di Ising. Trasformazione di dualita'. Soluzione di Onsager. Gruppo di rinormalizzazione. Blocchi di spin e teorema del limite centrale. Leggi di scala ed esponenti critici. Elementi di teoria della percolazione. Altri modelli: Modello Gaussiano, Rotatore piano. Modelli di teorie di gauge. Metodi di simulazione numerica. Tempi di rilassamento. Efficienza di un algoritmo. Algoritmi Montecarlo: dinamica di Glauber e di Kawasaki. Elementi di dinamica dei fluidi. Teoria cinetica. Equazione di Boltzmann. Entropia e teorema H. Relazione con l'idrodinamica.

**Obiettivi di apprendimento**. Il corso è volto a fornire una preparazione avanzata nel campo della Meccanica Statistica di equilibrio e di non-equilibrio, con conoscenze di argomenti specialistici della recente ricerca nel settore. Gli obiettivi formativi prevedono la conoscenza avanzata della fisica delle transizioni di fase e dell'equazione di Boltzmann e dei metodi matematici per il loro studio. Capacità di risolvere problemi generali nel settore.

Modalità di esame. Prova orale.

## Testi consigliati.

Dispense del corso, disponibili online sul sito del docente.

## Bibliografia.

- C. Cercignani, The Boltzmann equation and its applications, Springer-Verlag (1988).
- M. Creutz and B. Freedman, A Statistical Approach to Quantum Mechanics Annals of Physics 132, 427–463 (1981).
- R. Esposito and R. Marra, Hydrodynamics as scaling limit of kinetic systems and stochastic particle systems, Trends in Statistical Physics 3, Research Trends (2000). R. Esposito, Appunti di Meccanica Razionale, Aracne (1998).
- G. Gallavotti, Meccanica Statistica, Quaderni del CNR n.50 (1995).
- J. Glimm and A. Jaffe, Quantum Physics. A Functional Integral Point of View. Springer-Verlag (1981).
- F. Guerra, Gauge Fields on a Lattice. Selected Topics in "Field Theoretical Methods in particle Physics", W. Ruhl ed., Plenum Publishing Corporation (1980).
- K. Huang, Statistical Mechanics John Wiley & Sons, New York (1963).
- A. I. Khinchin, Mathematical Foundations of Statistical Mechanics Dover, New York (1949).
- O.E. Lanford III, Entropy and Equilibrium Statistical Mechanics, Lectures Notes in Physics 20, Springer-Verlag (1971).
- O.E. Lanford III, Time Evolution of Large Classical Systems, Lectures Notes in Physics 35, Springer-Verlag (1975).
- S.K. Ma, Statistical Mechanics.
- M. Mezard, G. Parisi and M.A. Virasoro, Spin Glass Theory and Beyond, World Scientific Lecture Notes in Physics 9 (1987).
- E. Olivieri, Elementi di Meccanica Statistica Quaderni del CNR (1993).
- G. Parisi, Statistical Field Theory Frontiers in Physics 66, Addison-Wesley (1988).
- E. Presutti, Lezioni di Meccanica Statistica Aracne (1995).
- A. Sokal, Monte Carlo methods in Statistical; Mechanics: Foundations and New Algorithms.
- H. Spohn, Large Scale Dynamics of Interacting Particles, Springer-Verlag (1991).
- C.J. Thompson, Mathematical Statistical Mechanics MacMillan Company, New York (1972).

- J.L. Lebowitz and A. Martin-Lof, On the uniqueness of the equilibrium State for Ising Spin Systems Commun. Math. Phis. 25, 276–282 (1972).
- M. Cassandro and G. Jona-Lasinio, Critical Behaviour and Probability Theory Advances in Physics, 27, 913–941 (1978).
- J.L. Lebowitz and O. Penrose, Rigourous treatment of the van der Waals-Maxwell theory of the liquid-gas transition J.Math.Phys. 7, 98 (1966).

**Program.** Phase transitions:introduction. Ising Model. Peierls result. Mean field theory. Rigourous results on thE Ising model. Renormalization group and spin blocks. Boltzmann equation. H theorem. Hydrodynamics.

**Learning objectives**. The course is aimed at providing advanced preparation in the field of Statistical Mechanics of equilibrium and non-equilibrium, with knowledge of specialized topics of recent research in the field. The educational objectives include advanced knowledge of the physics of phase transitions and the Boltzmann equation and mathematical methods for their study. Ability to solve general problems in the field.

Exam mode. Oral exam.

Text books.

Lecture notes are available on the teacher's web page.

Bibliography.

See Italian version.

# **METODI DI OTTIMIZZAZIONE PER BIG DATA** - II Semestre - 8 CFU - settore MAT/09 - 64 ore di lezione in aula

### Prof. Veronica Piccialli

Programma. Introduzione all'ottimizzazione: approccio modellistico. Problemi di ottimizzazione: classificazione. Problemi di Programmazione Matematica: condizioni di esistenza della soluzione Ottimizzazione non vincolata: condizioni di ottimo, algoritmi di soluzione: condizioni di convergenza globale, ricerca di linea, cenni sul metodo del gradiente. Ottimizzazione vincolata: condizioni di ottimo e algoritmi di soluzione. Duali di Wolfe e SVM. Algoritmi per SVM: SVM\_light e metodo delle coordinate duali. Clustering non supervisionato: formulazione e algoritmo k-means batch e on line. Algoritmo k-medoids. Clustering gerarchico agglomerativo e divisivo. Alberi di decisione: Alberi di decisione e classificazione. CART (Classification And Regression Trees). Induction task: TDIDT e approccio Top-Down. Scelta dello split test. Misure di "impurità" ai nodi: Gini index, Chi-quadro, Entropia, Information Gain, Gain Ratio ed Errore di Classificazione. Cenni di complessità computazionale. Disegno di un Optimal Classification Tree (OCT) come problema di ottimizzazione intera (MIO). Modello di Bertsimas e Dunn: OCT-MIO. Caso univariato: Definizione delle variabili. Modellare la struttura ad albero. Pruning. Consistenza con l'output dei test. Assegnamento di classlabel ai nodi foglia. Estensione di OCT-MIO al caso multivariato: OCT-H.

**Obiettivi di apprendimento.** L'obiettivo del corso è quello di introdurre all'ottimizzazione vincolata con attenzione alle applicazioni nel campo dell'addestramento di SVM (Support Vector Machine) e alla definizione di tecniche di clustering. Vengono descritti inoltre gli alberi di decisione.

**Modalità di esame**. L'esame si compone di una prova scritta, di una prova orale e di un progetto che possono essere svolti indipendentemente (quindi nell'ordine che preferisce il candidato) purché nell'ambito di un anno accademico. Non sono previste prove in itinere. La prova scritta si compone di una serie di esercizi da svolgere in un tempo di approssimativamente 2 ore. La valutazione massima per la prova scritta - ottenuta sommando le votazioni parziali dei singoli esercizi che la compongono - è pari a 10/30. La prova orale consta di domande aperte, con voto massimo di 11/30. Il progetto riguarda la risoluzione (attraverso software dedicati) di uno specifico problema di classificazione per il quale

viene fornito un dataset. La valutazione massima per il progetto - valutato sulla base della sua correttezza, rigore e completezza e dei risultati su opportuno test set - è pari a 10/30. Il voto finale è la somma delle valutazioni delle tre prove.

## Testi consigliati.

- L. Grippo, M. Sciandrone, Metodi di Ottimizzazione Non Vincolata, Springer, Unitext, 2011.
- M. Sciandrone, Support Vector Machines.
- M. Sciandrone, Clustering e metodi di decomposizione.
- G. James, D. Witten, T. Hastie, R. Tibshirani, An Introduction to Statistical Learning: With Applications in R. Springer, 2014.
- D. Bertsimas, J. Dunn, Optimal classification trees. Machine Learning, 106(7), 1039-1082, 2017.
- A. Pacifici, Alberi di decisione per la classificazione. Note per il corso Metodi di Ottimizzazione per Big Data, A.A. 2018-19.

**Program**. Introduction to optimization: modeling approach. Optimization issues: classification. Problems of Mathematical Programming: conditions of existence of the solution. Unconstrained optimization: optimality conditions, solution algorithms: global convergence conditions, line search, hints on the gradient method. Constrained optimization: optimal conditions and solution algorithms Wolfe and SVM dual. Algorithms for SVM: SVM\_light and dual coordinate method. Unsupervised clustering: formulation and k-means algorithm batch and online. Algorithm k-medoids. Agglomerative and divisive hierarchical clustering Decision trees: Decision trees and classification. CART (Classification And Regression Trees). Induction task: TDIDT and Top-Down approach. Choice of split test. Measures of "impurities" at nodes: Gini index, Chi-quadro, Entropia, Information Gain, Gain Ratio and Classification Error. Notes on computational complexity. Design of an Optimal Classification Tree (OCT) as a whole optimization problem (MIO). Bertsimas and Dunn model: OCT-MIO. Unique case: Definition of variables. Modeling the tree structure. Pruning. Consistency with test output. Class-label assignment to leaf nodes. Extension of OCT-MIO to the multivariate case: OCT-H.

**Learning objectives**. Aim of the course is to introduce constrained optimization with specific attention to applications in the field of SVM (Support Vector Machin) training and the definition of clustering techniques. Decision trees for classification are also described.

**Exam mode.** The examination consists of a written test, an oral test and a project which can be carried out independently (i.e. in the order the candidate prefers) provided that it is within the framework of an academic year. There are no ongoing tests. The written test consists of a series of exercises to be carried out in a time of approximately 2 hours. The maximum score for the written test - obtained by adding up the partial votes of the individual exercises that compose it - is equal to 10/30. The oral test consists of open questions, with a maximum score of 11/30. The project concerns the resolution (through dedicated software) of a specific classification problem for which a dataset is provided. The maximum score for the project - evaluated on the basis of its correctness, rigor and completeness and the results on a suitable test set - is 10/30. The final grade is the sum of the evaluations of the three tests.

### Text books.

- L. Grippo, M. Sciandrone, Metodi di Ottimizzazione Non Vincolata, Springer, Unitext, 2011.
- M. Sciandrone, Support Vector Machines.
- M. Sciandrone, Clustering e metodi di decomposizione.
- G. James, D. Witten, T. Hastie, R. Tibshirani, An Introduction to Statistical Learning: With Applications in R. Springer, 2014.
- D. Bertsimas, J. Dunn, Optimal classification trees. Machine Learning, 106(7), 1039-1082, 2017.
- A. Pacifici, Alberi di decisione per la classificazione. Note per il corso Metodi di Ottimizzazione per Big Data, A.A. 2018-19.

# **METODI E MODELLI IN COMPUTER GRAPHICS** - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/08 - 64 ore di lezione in aula

### Prof. Angelo Massimo Picardello

**Programma.** Vengono studiati in dettaglio molti dei seguenti argomenti: gli algoritmi di rimozione delle aree nascoste (z-buffer, ray tracing, partizione binaria, ordine di priorità, Atherton-Weiler ed altri), i modelli di illuminazione ed ombreggiatura, le mappe di tessitura, di rilievo, di riflessione e di occlusione, il rendering delle ombre e della trasparenza, il ray tracing ricorsivo, la radiosità e l'illuminazione globale, il final gathering, il photon mapping, il rendering di mezzi permeabili.

**Obiettivi di apprendimento**. Il corso copre gli algoritmi classici e moderni della Computer Graphics, con particolare riferimento agli aspetti analitici, probabilistici e numerici.

Vengono studiati in dettaglio molti dei seguenti argomenti: gli algoritmi di rimozione delle aree nascoste (z-buffer, ray tracing, partizione binaria, ordine di priorità, Atherton-Weiler ed altri), i modelli di illuminazione ed ombreggiatura, le mappe di tessitura, di rilievo, di riflessione e di occlusione, il rendering delle ombre e della trasparenza, il ray tracing ricorsivo, la radiosità e l'illuminazione globale.

### Testi consigliati.

M. Picardello, Rendering tridimensionale: metodi numerici, analitici e probabilistici (disponibile su http://www.mat.uniroma2.it/~picard/SMC/didattica/materiali\_did/Comp.Graph./Computer\_Graphics.p df)

Bala, Bekaert, Dutré, Advanced Global Illumination, 2nd edition, Taylor & Francis, 2006.

H. Wann Jensen, Realistic Image Synthesis using Photon Mapping, Taylor & Francis, 2001.

**Modalità di esame.** All'inizio e durante tutto il corso vengono verificate le conoscenze pregresse degli studenti; vengono somministrati 3 test intermedi, a scopo sia di orientamento sia di accertamento, dei quali viene tenuto conto per la valutazione finale. L'esame finale avviene attraverso una prova scritta ed una orale. Può essere chiesto agli studenti anche lo sviluppo di pacchetti individuali di software per il rendering fotorealistico di scene tridimensionali (in linguaggio C, C++, o almeno Java). In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

**Program.** Many algorithms are presented in detail, including most of the following topics: hidden area removal (z-buffer, ray tracing, binary space partition and others), lighting and shading models, texture maps, bump maps, reflection maps, occlusion maps, rendering of penumbra and transparency, recursive ray tracing, radiosity and global illumination, final gathering, photon mapping, volume rendering.

**Learning objectives.** Full and complete understanding of the course's topics. The students must be able to connect perfectly all mathematical and programming ideas and algorithms, to understand in full all mathematical base ideas and all statements and proofs, to solve problems and to develop related software projects. This understanding and know-how must be acquired in depth, with the capability of applying the contents to related courses.

### Text books.

M. Picardello, Rendering tridimensionale: metodi numerici, analitici e probabilistici (online on http://www.mat.uniroma2.it/~picard/SMC/didattica/materiali\_did/Comp.Graph./Computer\_Graphics.p df)

Bala, Bekaert, Dutré, Advanced Global Illumination, 2nd edition, Taylor & Francis, 2006. H. Wann Jensen, Realistic Image Synthesis using Photon Mapping, Taylor & Francis, 2001.

**Exam mode.** At the beginning and during all the development of the course the students' are tested on their previous knowledge of the mathematical prerequisites; 3 or more intermediate tests are offered in order to point out problems in understanding and also for evaluation. Typically, the final exam is based upon a written test and a colloquium; the students may also be asked to develop their own software projects aimed to photorealistic rendering of 3D scenes (using the programming languages C or C++, or at least Java).

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

# **METODI E MODELLI DEI MERCATI FINANZIARI** - I Semestre - 8 CFU - settore SECS/S-06 - 64 ore di lezione in aula

### Prof. Lucia Caramellino

**Programma.** Il corso ha come obiettivo lo studio ed il calcolo del prezzo e della copertura di opzioni europee quando il modello di mercato è scelto nella classe dei modelli continui (in spazio e tempo). Sono quindi trattati argomenti propri del calcolo stocastico (processi di Markov, teorema di Girsanov, teoremi di rappresentazione delle martingale browniane, diffusioni e formule di rappresentazione alla Feynman-Kac) ed introdotti modelli di diffusione per i mercati finanziari, per lo studio dell'arbitraggio e della completezza del mercato. Particolare enfasi è data al modello di Black e Scholes. Parte del corso

è dedicata ai metodi numerici Monte Carlo per la finanza. Saranno infine proposti alcuni approfondimenti a scelta dello studente (tassi di interesse, opzioni americane, applicazioni del calcolo di Malliavin alla finanza).

Obiettivi di apprendimento. Comprensione del linguaggio proprio della finanza matematica; conoscenza dei modelli di diffusione per la finanza, in particolare per la risoluzione dei problemi legati alle opzioni (calcolo del prezzo e della copertura); capacità di istituire collegamenti con materie collegate (teoria della misura, analisi funzionale, problemi alle derivate parziali, linguaggi di programmazione etc.) e con problemi provenienti dal mondo reale; risoluzione numerica di problemi reali (prezzo e copertura di opzioni) tramite costruzione di algoritmi Monte Carlo.

## Testi consigliati.

- D. Lamberton, B. Lapeyre, Introduction to stochastic calculus applied to finance. Second Edition. Chapman&Hall, 2008.
- P. Baldi, Stochastic Calculus. An Introduction Through Theory and Exercises. Springer,
- 2017. L. Caramellino, Lecture notes on stochastic calculus and applications to Finance.
- L. Caramellino, Lecture notes on numerical Monte Carlo methods for Finance.
- P. Glasserman, Monte Carlo methods in financial engineering. Springer-Verlag, 2004.
- D. Lamberton, Optimal stopping and American options. Ljubljana Summer School on Financial Mathematics, 2009.

**Modalità di esame**. Prova orale, previa consegna (anticipata di 10 giorni rispetto alla data d'esame) e discussione del progetto con la risoluzione dei problemi numerici proposti (si richiede l'uso di un linguaggio di programmazione, ad esempio C).

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

**Program.** The course deals with the problems of the pricing and the hedging of European options when the underlying market model is set as a diffusion model. Firstly, special topics in stochastic calculus are recalled and developed (Markov processes, Girsanov's theorem, diffusion processes and Feynman-Kac type representation formulas); secondly, diffusion models are introduced for the study of the arbitrage and the completeness of the financial markets. A special emphasis is given to the Black and Scholes model. A part of the course is devoted to Monte Carlo numerical methods in Finance. Students have to choose a free-choice part of the course among the following subjects: American options, interest rate models, applications to finance of the Malliavin calculus.

**Learning objectives.** Comprehension of the financial language; knowledge of the diffusion models used in Finance, in particular for the solution to the pricing and the hedging problem; ability in linking related mathematical topics (measure theory, functional analysis, partial differential equations, programming languages) and real world problems; numerical solutions of practical problems (pricing and hedging options) through Monte Carlo algorithms.

### Text books.

- D. Lamberton, B. Lapeyre, Introduction to stochastic calculus applied to finance. Second Edition. Chapman&Hall, 2008.
- P. Baldi, Stochastic Calculus. An Introduction Through Theory and Exercises. Springer, 2017.
- L. Caramellino, Lecture notes on stochastic calculus and applications to Finance.
- L. Caramellino, Lecture notes on numerical Monte Carlo methods for Finance.
- P. Glasserman, Monte Carlo methods in financial engineering. Springer-Verlag, 2004.
- D. Lamberton, Optimal stopping and American options. Ljubljana Summer School on Financial Mathematics, 2009.

**Exam mode.** The final exam consists of an oral examination, which includes also a deep discussion on the simulation algorithms analyzed during the course. Students must deliver the source codes (preferably in C or C++ language) with the solution of the numerical exercises four days before the exam date (by sending an e-mail).

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

# **MECCANICA SUPERIORE 1** - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/07 - 64 ore di lezione in aula **Prof. Benedetto Scoppola**

**Programma.** Ensemble statistici. Sistemi di spin e modello di Ising. Espansioni di alta e bassa temperatura per il modello di Ising, assenza di transizioni di fase in una dimensione, esistenza di una transizione di fase in due dimensioni. Richiami di teoria delle catene di Markov finite a tempo discreto e sua applicazione alla teoria dei sistemi di spin. Markov chain Montecarlo per il modello di Ising.

**Obiettivi di apprendimento.** Comprendere l'importanza delle teorie rigorose dei sistemi di molte particelle.

## Testi consigliati.

Appunti del corso.

Haggstrom, finite Markov chain and algorithmic applications.

Gallavotti, Instability and phase transitions for the Ising model, a review.

Modalità di esame. Prova orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

**Program.** Statistical ensembles, spin systems and Ising model, high and low temperature expansions for the Ising model, absence of phase transition in one dimension, existenche of phase transition in two dimensions. Discrete Markov chain and their applications to the spin systems theory, Markov chain Montecarlo for the Ising model.

**Learning objectives.** Understand the relevance of the rigorous theories of multiparticle systems.

#### Text books.

Notes of the course.

Haggstrom, finite Markov chain and algorithmic applications.

Gallavotti, Instability and phase transitions for the Ising model, a review.

Exam mode. Oral exam.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

# NATURAL LANGUAGE PROCESSING - I Semestre - 6 CFU - settore INF-ING/05 - 48 ore di lezione in aula

### Prof. Fabio Zanzotto

**Programma.** Introduzione e la sfida delle macchine parlanti Il Linguaggio: modelli e teorie linguistiche. Modelli Linguistici e Sistemi. Come determinare che un modello è corretto e un sistema è efficace: inter-annotation agreement e statistical significance. Automi a stati finiti e trasduttori per la

morfologia (appunti per la lezione): software Xerox Finite State Transducers. Elaborazione sintattica con le grammatiche context-free. Parsing con le grammatiche context-free. Feature Structures e Unificazione. Tree Adjoining Grammars. Modular and Lexicalized Parsing. Probabilistic context-free grammar. Semantica. Rappresentazione semantica simbolica: Introduzione a WordNet e FrameNet Lambda Calcolo per la semantica del linguaggio naturale. Rappresentazione semantica distribuzionale Textual Entailment Recognition. Cenni di Rappresentazione Simbolica Distribuita per Reti Neurali. **Obiettivi di apprendimento.** Il corso si propone di introdurre lo studente agli scopi, alle principali problematiche e ai principali modelli simbolici dell'elaborarazione del linguaggio naturale.

### Testi consigliati.

Daniel Jurafsky and James H. Martin, Speech and Language Processing: An Introduction to Natural Language Processing, Computational Linguistics, and Speech Recognition (Third Edition).

I. Dagan, D. Roth, M. Sammons, F.M. Zanzotto, Recognizing Textual Entailment: Models and Applications, Synthesis Lectures on Human Language Technologies, Morgan & Claypool Publishers, 2013.

**Modalità di esame.** Agli studenti è richiesto di: 1) Preparare una presentazione su un argomento casuale del corso. Lo studente ha a disposizione accesso ad intenet e a tutti i suoi appunti. 2) costruire una applicazione per un problema che convolga il linguaggio naturale.

**Program.** Introduction to NLP and to the challenge of talking machines. The language: linguistic models and theories. Linguistic models and systems. How to determine that a model is correct and a system is effective: inter-annotation agreement and statistical significance. Morpholgy: Finite state automaton and transducers . Syntactic analysis with context-free grammars Parsing with context-free grammars. Feature Structures and Unification. Tree Adjoining Grammars. Modular and Lexicalized Parsing. Probabilistic context-free grammar. Semantics. Symbolic Semantic Representation: WordNet and FrameNet. Lambda Calcolus for natural languagte semantics. Distributional semantics. Textual Entailment Recognition. Distributed Representations of Discrete Symbolic Representations for Neural Networks.

**Learning objectives.** Introduction to the common practices and the common models of natural language processing.

#### Text books.

Daniel Jurafsky and James H. Martin, Speech and Language Processing: An Introduction to Natural Language Processing, Computational Linguistics, and Speech Recognition (Third Edition).

I. Dagan, D. Roth, M. Sammons, F.M. Zanzotto, Recognizing Textual Entailment: Models and Applications, Synthesis Lectures on Human Language Technologies, Morgan & Claypool Publishers, 2013.

**Exam mode**. Student are asked to: 1) prepare a presentation on a random topic of the course in 1h. They have complete access to the internet and to their notes. 2) build a simple application on an NLP problem.

# NUMERICAL METHODS FOR COMPUTER GRAPHICS IN JAVA - I Semestre - 8 CFU - settore MAT/08 - 64 ore di lezione in aula

### Prof. Hendrik Speleers

**Programma.** La computer graphics è largamente utilizzata nell'industria cinematografica e dei video giochi. Il corso ha lo scopo di fornire le techniche di base per la computer graphics ed una introduzione alla programmazione in Java. Il corso è formato da due parti. Parte 1: Introduzione a Java e alla programmazione orientata agli oggetti. Parte 2: Principi della computer graphics, fondamenti del rendering pipeline e rendering foto-realistico tramite ray-tracing.

**Obiettivi di apprendimento.** L'insegnamento si propone di: 1. fornire conoscenze di base delle tecniche di computer graphics per le applicazioni nel modelling e nella visualizzazione; 2. mettere gli studenti in grado di implementare programmi per problemi di media dimensione in Java seguendo una programmazione orientata agli oggetti.

## Testi consigliati.

Bruce Eckel, Thinking in JAVA.

Francis S. Hill and Stephen M. Kelley, Computer Graphics Using OpenGL.

Modalità di esame. Prova scritta, orale e valutazione del progetto.

L'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.

**Program.** Computer graphics is widely used in the video game and movie industry. The goal of this course is to provide some basic techniques in computer graphics, and to give an introduction to the programming language Java. The course consists of two parts. Part 1: Introduction to Java as an object-oriented programming language. Part 2: Principles of computer graphics, the basic rendering pipeline, and photo-realistic rendering by ray-tracing.

**Learning objectives.** The course aims to provide: 1. insight in the basic computer graphics techniques for modelling and visualization applications; 2. the ability to implement small to medium-sized problems in an object-oriented programming language as Java.

#### Text books.

Bruce Eckel, Thinking in JAVA.

Francis S. Hill and Stephen M. Kelley, Computer Graphics Using OpenGL.

**Exam mode.** Written exam, oral exam and project evaluation.

The teaching will be in English.

# PROGETTAZIONE DI SISTEMI INFORMATICI - II Semestre - 8 CFU - settore INF/01 - 64 ore di lezione in aula

Prof. Nardelli Enrico

Programma. Test driven design. Statecharts. Basi di dati.

**Obiettivi di apprendimento.** Fornire agli studenti gli elementi fondamentali per lo sviluppo di sistemi informatici.

### Testi consigliati.

- L. Koskela. Test Driven, Manning.
- D. Harel, M. Politi, Modeling Reactive Systems with Statecharts: the STATEMATE approach, McGraw Hill.
- P. Atzeni et al., Basi di Dati, McGraw Hill.

**Modalità di esame.** Svolgimento di prova scritta con: esercizio di progettazione con StateCharts esercizi di progettazione di Basi di Dati. Progetto di sviluppo di un sistema informatico in Eiffel. Discussione orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

**Program.** Test driven design. Statecharts. Basi di dati.

**Learning objectives.** This module aims at providing to students the fundamental concepts needed during informatics systems development.

#### Text books.

- L. Koskela. Test Driven, Manning.
- D. Harel, M. Politi, Modeling Reactive Systems with Statecharts: the STATEMATE approach, McGraw Hill.
- P. Atzeni et al., Basi di Dati, McGraw Hill.

**Exam mode** Written exam with: StateCharts design exercise. Database design exercises. Project developing an informatics system in Eiffel. Oral discussion.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

# **RELATIVITÀ E COSMOLOGIA** - I e II Semestre 8 CFU - settore FIS/05 - 64 ore di lezione in aula **Prof. Nicola Vittorio**

**Programma.** Il principio di equivalenza. Campi gravitazionali deboli. Moto geodetico. Significato fisico della metrica. Arrossamento delle righe spettrali. Forze inerziali. Tensori. Derivazione covariante. Il tensore di Riemann-Christoffel. Equazione di campo nel vuoto. Il tensore energia-impulso. Equazione di campo in presenza di materia. Leggi di conservazione. La soluzione di Schwarzschild: coordinate isotrope; moto planetario; deflessione della luce. L'espansione di Hubble. La radiazione cosmica di fondo. La metrica di Friedmann-Robertson-Walker. Nucleosintesi primordiale degli elementi leggeri. Il problema della distanza in Cosmologia. Il modello standard in cosmologia e gli scenari inflazionati.

**Obiettivi del corso.** Conoscenza della relatività generale classica e degli strumenti del calcolo tensoriale. Competenze mirate alla risoluzione di problemi semplici in relatività generale. Conoscenze dei modelli astrofisici che richiedono una trattazione general-relativistica (collasso gravitazionale, onde gravitazionali, cosmologia teorica) e delle osservazioni che consentono di validare questi modelli. Competenze mirate alla predizione di alcuni osservabili dell'astrofisica e della cosmologia moderna.

## Testi consigliati.

Narlikar, An introduction to Relativity, Cambridge University Press.

Carroll, Spacetime and Geometry: an introduction to General Relativity, Addison-Wesley.

### Modalità di esame. Prova orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento sarà erogato in lingua inglese.

**Program.** The equivalence principle. Weak gravitational field. Geodesic motion. Physical interpretation of the metric tensor. Reddening of spectral lines. Inertial forces. Tensors. Covariant derivatives. The Riemann-Christoffel tensor. Field equation in vacuum. The energy-momentum tensor. Field equations in the presence of matter. Conservation laws. The Schwarzschild solution: isotropic coordinates; planetary motion; light deflection. The Hubble expansion. The Cosmic Microwave Background radiation. The Friedmann-Robertson-Walker metric. Primordial nucleosyntesis. The distance problem in cosmology. The standard model in cosmology and inflationary scenarios.

**Learning objectives.** Knowledge of modern theories for the large scale structure formation in the universe. Knowledge of the basic statistic tools, e.g. correlation function and power spectrum, in the framework of Gaussian stochastic processes. Knowledge of the cosmological models dominated by dark matter and dark energy. Skills aimed to characterize primordial density fluctuation, their evolution and their test against observations. Knowledge of the main processes responsible for CMB anisotropies, in the context of general relativity. Skills aimed to the interpretation of the COBE, WMAP, Planck satellite main results.

#### Text books.

Narlikar, An introduction to Relativity, Cambridge University Press.

Carroll, Spacetime and Geometry: an introduction to General Relativity, Addison-Wesley.

Exam mode. Oral exam.

SISTEMI DINAMICI - II Semestre - 8 CFU - settore MAT/07 - 64 ore di lezione in aula Prof. Carlangelo Liverani Programma. Richiami di teoria delle equazioni differenziali: esistenza ed unicità globale delle soluzioni per campi vettoriali C^1 e limitati. Teoria di Floquet. Sezioni di Poincarè. Teorema della dipendenza liscia dai dati iniziali e da parameteri. Studio del comportamento qualitativo delle soluzioni di una equazione differenziale sul piano. Teorema della scatola del flusso. Stabilità e funzioni di Lyapuov. Teorema di Grobman-Hartmann. Varietà stabili e instabili: Hadamard-Perron, teorema della varietà centrale. Concetto di genericità per famiglie di campi vettoriali dipendenti da parametri. Biforcazioni generiche: sella-nodo, Hopf. Insiemi \$\omega\$-limite e Teorema di Poincarè-Bendixon. Equazioni differenziali sul toro (bidimensionale) e riduzione allo studio dei diffeomorfismi del cerchio. Numero di rotazione. Teorema KAM. Sistemi Hamiltoniani e geometria simplettica. Trasformazioni canoniche. Relazione coi sistemi Lagrangiani. Sistemi completamente integrabili. Teoria della media. Integrale di Melnikov e ferri di cavallo. Sistemi dinamici misurabili (definizioni ed esempi elementari). Teorema di Krylov-Bogoliuvov. Cenni di teoria ergodica (teoremi di Birkhoff, Von Neumann, Poincarè, ergodicità, mescolamento, ...).

**Obiettivi di apprendimento.** Familiariazzarsi col panorama dei moderni sistemi dinamici. **Testi consigliati.** 

Hirsch Morris W., Smale Stephen, Differential Equations, Dynamical Systems, and Linear Algebra.

Katok Hasselblatt: Introduction to Modern Dynamical Systems, Cambridge University Press.

Inoltre saranno messe in rete le note delle lezioni.

Modalità di esame. Prova orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

**Program.** ODE with bounded vector fields C^1, existence and uniqueness. Floquet Theory. Poincarè Sections. Dependence on initial data. Qualitative study of ODE. Lyapuov functions. Grobman-Hartmann theorem. Stable and unstable manifolds: Hadamard-Perron theorem. Genericity for family of vector fields. Bifurcations. \$\omega\$-limit sets and Poincarè-Bendixon theorem. Differential equation on the two dimensional torus and circle diffeomorphism. Rotation number, KAM theory. Hamiltonian system and symplectic geometry. Averaging. Melnikov integral and horseshoes. Measurable dynamical systems. Krylov-Bogoliuvov Theorem. Ergodic Theory.

Learning objectives. Become familiar with the modern field of Dynamical Systems.

#### Text books.

Hirsch Morris W., Smale Stephen, Differential Equations, Dynamical Systems, and Linear Algebra.

Katok Hasselblatt: Introduction to Modern Dynamical Systems, Cambridge University Press.

Moreover there will be written notes of the lectures.

Exam mode. Oral exam.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

# **STATISTICAL LEARNING AND HIGH DIMENSIONAL DATA** - II Semestre - 8 CFU - settore MAT/06 - 64 ore di lezione in aula

### Prof. Daniela De Canditiis

**Programma.** Introduzione generale: problemi supervised e problemi unsupervised. Il workflow di un problema di analisi dati. Esempi vari tratti dal Cap 1.

La regressione: cosa è la regressione e perché usarla. La definizione di Loss function e di Risk

function. Analisi delle Loss function più comuni: L1, L2, quantile, Vapkin's e Huber. Definizione di Bias e Varianza, discussione e primi esempi di compromesso tra Bias e Varianza (il metodo dei vicini più vicini e il metodo lineare). La maledizione della dimensionalità. (Cap 2).

La regressione lineare semplice: la regressione lineare semplice ed il metodo dei minimi quadrati per la stima dei coefficienti. Sotto l'ipotesi di rumore bianco dimostrazione delle proprietà distribuzionali degli stimatori ai minimi. Il loro uso per la costruzione di test di ipotesi. Utilizzo delle proprietà

distribuzionali degli stimatori ai minimi quadrati per la costruzione di intervalli di confidenza per la risposta media futura e di intervalli di predizione per la risposta futura. Coefficiente di determinazione per la valutazione della bontà del fit. Esempio di regressione lineare semplice sul data set di Galton. Utilizzo della subroutine fitlm di matlab.

La regressione lineare multipla: interpretazione algebrica ed interpretazione geometrica della soluzione ai minimi quadrati. Sotto l'ipotesi di rumore bianco dimostrazione delle proprietà distribuzionali dello stimatore ai minimi. (Par 3.2) Utilizzo delle proprietà distribuzionali dello stimatore ai minimi quadrati per la costruzione di test di ipotesi e di intervalli di confidenza e di predizione. Il teorema di Gauss Markov (Par. 3.2.2). Esempio in matlab di regressione multipla (Par. 3.2.1). Dalla regressione semplice alla regressione multipla, interpretazione dei coefficienti (Par. 3.2.3). Implementazione dell'algoritmo 3.1 di pag 54. Discussione delle problematiche in caso di collinearità e/o nel caso p>n Tecniche per il trattamento di dati ad alta dimensione: Discussione generale sulle possibili tecniche da adottare nel caso di dati ad alta dimensione, specializzazione di queste tecniche al caso del modello lineare con funzione perdita L2. Discussione generale sulle possibili tecniche per fare selezione del modello, studio della Cross Validation. (Par 7.1-7.2-7.10) Accenno ai seguenti criteri di selezione del modello: C p (Mallow's), AIC (Akaike Information Criterion), BIC (Bayeisan Information Criteiron), MDL (Minimum Description Lenght). Il metodo della Best Subset Selection, vantaggi e svantaggi. Su un data set sintetico verifica della sua forte variabilità. Il metodo della Forward Stepwise Selection, vantaggi e svantaggi. Confronto con la Best Subset Selection su un data set sintetico, il comando stepwiselm di matlab. Il metodo della Forward Stagewise Regression, vantaggi e svantaggi La tecnica della PCA (Principal Component Analysis) per la riduzione della dimensionalità di un set di dati qualsiasi. Il metodo della PC regression, vantaggi e svantaggi. I Partial Least Square, e loro confronto con la PC regression. La tecnica della supervised PC regression. La Ridge regression come metodo di penalizzazione e dal punto di vista geometrico. Il concetto generale di degree of fredom per un metodo di supervised learning. Il calcolo del df nel caso della ridge regression. Equivalenza tra la scelta del parametro di penalizzazione della Ridge e la regolarizzazione iterativa ad arresto precoce. La penalizzazione LASSO. Giustificazione numerica e geometrica della scelta della norma l\_1 per avere soluzioni sparse. Soluzione esplicita del problema di regressione lineare con penalizzazione LASSO nel caso di matrice design ortonormale. Algoritmo Pathwise coordinate optimization per la soluzione del problema di regressione lineare con penalizzazione LASSO nel caso di matrice design generale. Nota sulla normalizzazione delle colonne della matrice design e commenti sulla routine di matlab 'lasso.m'. Interpretazione bayesiana della penalty lasso. La scelta del parametro di regolarizzazione e possibile stima di degree of fredom per il problema di regressione lineare con penalty lasso. Proprietà teoriche dello stimatore lasso nel caso di modello lineare. Dimostrazione della slow e della fast convergence rate del prediction error. Analisi della subroutine lasso di matlab esempio di applicazione del metodo al dataset prostate cancer data e ricostruzione completa della tavola 3.3 del libro di testo. Possibili miglioramenti del metodo Lasso: elastic net, relaxed lasso, adaptive lasso. Le penalty SCAD e MCP. Commenti ed esempio sintetico per un confronto tra le possibili penalty diverse. Come utilizzare il modello lineare per lavorare con modelli non lineari sia parametrici che non parametrici. La regressione polinomiale a tratti: le regression splines e le smoothing splines.

**Obiettivi di apprendimento.** Fornire agli studenti le conoscenze teoriche e le intuizioni di base necessarie per utilizzare ed eventualmente sviluppare efficaci soluzioni per l'analisi di dati in problemi reali e di diversa natura.

### Testi consigliati.

T. Hastie, R. Tibshirani, J. Friedman. The Elements of Statistical Learning Springer Series in Statistics (second edition).

**Modalità di esame.** Allo studente viene chiesto di produrre un progetto di analisi dati che viene poi discusso in sede di esame.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

**Program.** General introduction: Supervised problems and unsupervised problems. The workflow of a data analysis problem. Various examples taken from Chapter 1.

The regression: what is regression and why use it. The definition of Loss function and Risk function. Most common Loss functions: L1, L2, quantile, Vapkin's and Huber. Definition of Bias and Variance, discussion and first example of compromise between Bias and Variance (the method of the nearest neighbors and the linear method). The curse of dimensionality. (Chap 2). Simple linear regression: simple linear regression and the least squares method for estimating coefficients. Under white noise hypothesis demonstration of the distributional properties of the estimators. Their use for building hypothesis tests. Use of the distributional properties of least squares estimators for the construction of confidence intervals for the future average response and prediction intervals for the future response. Determination coefficient for the evaluation of goodness of fit. Example of simple linear regression on the Galton data set. Use of the matlab fitlm subroutine. Multiple linear regression: algebraic interpretation and geometric interpretation of the least squares solution. Under white noise hypothesis demonstration of the distributional properties of the estimator. (Par 3.2). Use of the distributional properties of the least squares estimator for the construction of hypothesis tests and of confidence and prediction intervals. The Gauss-Markov theorem (Par. 3.2.2). Example in multiple regression matlab (Par. 3.2.1). From simple regression to multiple regression, interpretation of coefficients (Par. 3.2.3). Implementation of algorithm 3.1 on page 54. Discussion of problems in the case of collinearity and / or in the high dimensional case (p> n). Techniques for processing high dimensional data: general discussion on the possible techniques to be adopted in case of high-dimensional data, specialization of these techniques in case of the linear model with L2 loss function. General discussion on possible techniques for model selection, Cross Validation study. (Par 7.1-7.2-7.10) I mention the following model selection criteria: C\_p (Mallow's), AIC (Akaike Information Criterion), BIC (Bayesian Information Criterion), MDL (Minimum Description Length). The Best Subset Selection method, advantages and disadvantages. The Forward Stepwise Selection method, advantages and disadvantages. Comparison with the Best Subset Selection on a synthetic data set, the stepwiselm command of matlab. The method of Forward Stagewise Regression, advantages and disadvantages. The PCA (Principal Component Analysis) technique for reducing the dimensionality of any data set. The PC regression method, advantages and disadvantages. I Partial Least Square, and their comparison with the PC regression. The technique of supervised PC regression. The Ridge regression as a method of penalization and from the geometric point of view. The general concept of degree of fredom for a method of supervised learning. The df in the case of the ridge regression. Equivalence between the choice of the penalty penalty for the Ridge and the iterative regularization with early stop. The LASSO penalty. Numerical and geometric justification of the choice of the norm 1 1 to have sparse solutions. Explicit solution of the linear regression problem with LASSO penalization in the case of orthonormal design matrix. Pathwise coordinate optimization algorithm for the solution of the linear regression problem with LASSO penalty in the case of a general design matrix. Note on the normalization of the columns of the design matrix and comments on the matlab routine 'lasso.m'. Bayesian interpretation of the penalty penalty. The choice of the regularization parameter and a possible estimate of the degree of freedom for the linear regression problem with a penalty penalty. Demonstration of the slow and fast convergence rate of prediction error for the linear model with penalty LASSO: analysis of the Matlab subroutine Lasso. Dataset prostate cancer data example and complete reconstruction of table 3.3 of the textbook. Possible improvements of the Lasso method: elastic net, relaxed lasso, adaptive lasso. SCAD and MCP penalties. Comments and synthetic example for a comparison between the different possible penalties. How to use the linear model to work with non-linear parametric and non-parametric models. The piecewise polynomial regression: regression splines and smoothing splines.

**Learning objectives.** To provide students with the theoretical knowledge and basic insights necessary to use and eventually develop effective solutions for analyzing data in real and different problems.

### Text books.

T. Hastie, R. Tibshirani, J. Friedman. The Elements of Statistical Learning Springer Series in Statistics (second edition).

**Exam mode.** The student has to produce a data analysis project which is then discussed during the exam.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

## STORIA DELLA SCIENZA - II Semestre - 8 CFU - settore MAT/04 - 64 ore di lezione in aula

## Prof. Benedetto Scoppola

Programma. Argomenti scelti di astronomia, meccanica, scienze naturali e matematica.

**Obiettivi di apprendimento.** Attraverso la presentazione di alcuni temi, si chiede agli studenti di imparare a leggere le relazioni tra la scienza ellenistica, la rinascita della scienza moderna e gli sviluppi della scienza dell'ultimo secolo.

## Testi consigliati.

Lucio Russo, Stelle atomi e velieri.

Opere di Maupertuis.

Elementi di Euclide.

Appunti del corso.

**Modalità di esame.** Prova orale. La presenza alle lezioni e' fortemente consigliata. In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese. **Program.** Monographic subjects on astronomy, mechanics, natural sciences and mathematics. **Learning objectives.** By the presentation of some specific themes, the students should learn to read the relations between the ellenistic science, the modern science and the recent developments of the science in the last century.

#### Text books.

Lucio Russo, Stelle atomi e velieri.

Maupertuis works.

Euclid's elements.

Lecture notes.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

# SUPERFICI DI RIEMANN – II Semestre - 8 CFU - settore MAT/03 - 64 ore di lezione in aula Prof. Michael Mcquillan

**Programma.** Applicazione del teorema di uniformizazione alla topologia etale.

#### Testi consigliati.

L.V. Ahlfors, Riemann Surfaces.

J.S. Milne, Etale cohomology.

Modalità di esame. Prova orale.

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese.

**Program.** Applications of the uniformisation theorem to etale topology.

#### Text books.

L.V. Ahlfors, Riemann Surfaces.

J.S. Milne, Etale cohomology.

**Exam mode.** Oral exam.

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English.

# **TEORIA DELLE RAPPRESENTAZIONI 1** - II Semestre - 8 CFU - settore MAT/02 - 64 ore di lezione in aula

### Prof. Ilaria Damiani

**Programma.** Gruppi liberi e presentazione di un gruppo per generatori e relazioni. Algebra multilineare: prodotto tensoriale, simmetrico, alterno. La categoria G-mod e l'algebra gruppo KG; sottomoduli, quozienti, somma diretta, prodotto tensoriale, duale, End, Hom, restrizione e induzione. Moduli ciclici e quozienti di KG; moduli irriducibili e lemma di Schur; irriducibili di G X H; moduli completamente riducibili e teorema di Maschke; moduli indecomponibili (caratteristica p>0 oppure gruppi infiniti - cenni e confronto con la teoria degli A-moduli). Teoria dei caratteri. Rappresentazioni irriducibili del gruppo simmetrico. Teorema del doppio centralizzatore. Rappresentazioni polinomiali e razionali del gruppo generale lineare.

Obiettivi di apprendimento. Acquisire familiarità con il punto di vista della teoria delle rappresentazioni; che ne comprendano i problemi fondamentali e l'impostazione concettuale; che imparino e padroneggino i risultati principali della teoria delle rappresentazioni dei gruppi finiti, sia negli aspetti generali sia in quelli specifici; che sappiano costruire le rappresentazioni irriducibili di alcune classi notevoli di gruppi finiti (abeliani, diedrali, simmetrici, di riflessioni o di Coxeter); che conoscano il legame tra le rappresentazioni del gruppo simmetrico e le rappresentaioni polinomiali o razionali del gruppo generale lineare e siano quindi pronti ad affrontare lo studio della teoria delle rappresentazioni dei gruppi classici, dei gruppi compatti, dei gruppi di Lie o delle algebre di Lie.

### Bibliografia.

Fulton W., Harris J., Representation Theory: a first course - Graduate Texts in Mathematics, Springer. Gaiffi G., Appunti rivisitati di Teoria delle rappresentazio (a cura di Sacco E.).

Humphreys J.E., Reflection groups and Coxeter groups, Cambridge University Press.

Lang S., Algebra - 3rd Edition - Graduate Texts in Mathematics, Springer.

Serre J.P., Linear representations of finite groups - Graduate Texts in Mathematics, Springer.

Modalità di esame. Prova orale.

Exam mode. Oral exam

# **TEORIA DEI GIOCHI E PROGETTO DI RETI** - I Semestre - 9 CFU - settore MAT/09 - 90 ore di lezione in aula

### Prof. Paolo Oriolo

Programma. 1. Giochi in forma normale. Equilibri di Nash. Pareto ottimalità. Strategie debolmente e strettamente dominanti. Strategie conservative. Payoff e preordini totali. 2. Un' applicazione delle strategie dominanti: i meccanismi di asta. Aste di primo prezzo e aste secondo prezzo (o di Vickrey). Un'applicazione degli equilibri di Nash: la legislazione di incidente. 3. Giochi antagonistici e a somma zero. Punti di sella ed equilibri di Nash per giochi a somma zero. Giochi strettamente competitivi. 4. Estensione in strategia mista di un gioco antagonistico. L'esistenza di un equilibrio nella strategia mista per i giochi aantagonistico e valore del gioco. Il teorema di von Neumann. Bluff, underbid e poker di Kuhn. 5. i giochi cooperativi. Nucleo di un gioco. Il teorema di Bondareva-Shapley. I mercati con utilità trasferibile. Giochi semplici e valore di Shapley. 6.Giochi cooperativi con l'utilità non trasferibile. Il problema dell'house allocation. Il problema dello stable marriage. 7. Facility location: teoria ed algoritmi risolutivi esatti ed approssimati, deterministici e randomizzati. Algoritmo primale duale e meccanismi di cost sharing. Facility location games. 8. Albero ricoprente di peso minimo:

teoria e algoritmi esatti. Alberi di Steiner: teoria ed algoritmi risolutivi esatti ed approssimati. Algoritmo primale duale e meccanismi di cost sharing. Giochi con alberi di Steiner.

**Obiettivi di apprendimento.** Lo scopo di questo corso è quello di introdurre la teoria dei giochi e di mostrarne alcune applicazioni con un focus su problemi progetto di reti. Lo studente è introdotto alle conoscenze di base e alle tecniche tipiche della Teoria dei giochi con particolare riferimento ai giochi non-cooperativi, ai giochi cooperativa, alla teoria dei giochi algoritmica.

## Testi consigliati.

Dispense a cura di G. Oriolo.

## Bibliografia.

Martin J. Osborne, An introduction to Game Theory, Oxford University press.

Noam Nisan, Tim Roughgarden, Eva Tardos, Vijay V. Vazirani (eds.), Algorithmic Game Theory, Cambridge University Press.

**Modalità di esame.** Il voto finale si ottiene sommando il voto di una prima prova scritta (fino a 25 punti) e di una seconda prova scritta oppure (molto consigliato) di un progetto (entrambi fino a 5 punti). Le prove scritta si articolano su diversi esercizi, da svolgere in un tempo di 1 ora e 30 minuti, mirati ad appurare la padronanza delle varie parti del programma. Il progetto richiede la soluzione di un problema di Progetto di Reti per il quale vengono fornite istanze test e viene valutato sulla qualità sia della soluzione prodotta che della strategia di soluzione stessa. I progetti devono essere svolti in team.

**Program**. 1. Games in normal form. Nash equilibria. Pareto optimality. Weakly and strictly dominant strategies. Conservative strategies. Payoff and total preorders.2.An application of dominant strategies: auction mechanisms. First price and second price (Vickrey) auctions. An application of Nash equilibria: law of accident. 3. Zero-sum games. Saddle points and Nash equilibria for zero-sum games. Strictly competitive games. 4. Extension in mixed strategy of a game. Existence of an equilibrium in mixed strategy for zero-sum games. Von Neumann's theorem. Bluff, underbid and Kuhn's poker. 5. Cooperative games. Core of a game. The theorem of Bondareva-Shapley. Markets with transferable utility. Shapley value. Simple games. 6. Cooperative games with nontransferable utility. The house allocation problem. The stable marriage problem. 7. Facility location: theory and exact approximate algorithms, deterministic and randomized. Primal dual schemes. Facility location games. 8. Minimum spanning tree: theory and exact algorithms. Steiner trees: theory and approximate algorithms. Primal dual schemes. Cost sharing mechanisms. Steiner trees games.

**Learning objectives.** The aim of this class is to introduce game theory and network design. Several examples of games, network problems and games on networks will be presented and solved by means of optimization techniques, mainly linear and integer programming

#### **Text books**

Lecture Notes by G. Oriolo.

## Bibliography.

Martin J. Osborne, An introduction to Game Theory, Oxford University press.

Noam Nisan, Tim Roughgarden, Eva Tardos, Vijay V. Vazirani (eds.), Algorithmic Game Theory, Cambridge University Press.

**Exam mode.** The final grading is obtained by summing the grades obtained in a first written exam (up to 25 pts.) and then either a second written exam or (highly recommended) a project (both up to 5 pts.) The written exam are comprised of a number of exercises and open questions each with a given value. Projects consists in solving a specific assigned network design problem which is evaluated with respect to the quality of both the solution strategy and the solution itself. Projects must be carried out in teams.

### Prof. Roberto Basili

Programma. Basic overview of Machine Learning. Supervised vs. Unsupervised methods. Machine Learning Metrics and Evaluation. Introduction to document modelling: from Information Retrieval to Natural Language Processing models of free texts. Language Models. Markov processes. Generative models: HMM. Use Case: Probabilistic POS tagging PAC Learnability. Perceptron SVM. Hard Margin. Soft margin SVM. Kernels. Polynomial and Gaussian Kernels. Sequence Kernels. Kernel for NLP. Tree Kernels. Semantic Tree kernels. Deep Learning. Intro e Background. NNs: tasks and Training. Convolutional Neural Networks. Recurrent Neural Networks. Deep Learning Software Development. NN in Python. Language modelling with neural models. Advanced topics: attention; encoding-decoding; adversarial NNs; transformers. Web Search basics: Overview of the IR process. Crawling. Spam & Ads in Web search. Web Search & Link Analysis. Rank and Relevance: PageRank. HITS. Web and Lexical Semantics: the role of lexical learning in Web scenarios. Opinion Mining e Sentiment Analysis: the tasks, the resources and the training methods. Advanced Statistical NLP for QA (from NERC & SRL to QA)Advanced Machine Learning for the Web: Learning to Rank, Recommending systems.

Obiettivi di apprendimento. Il Web è la più grande collezione di informazione in formato digitale attualmente disponibile in modo pubblicamente accessibile. Il corso affronta gli aspetti teorici e realizzativi che ne consentono lo sfruttamento, dai processi di indicizzazione, accesso e recupero di informazione alla acquisizione di conoscenza da grandi collezioni di dati distribuite geograficamente. Le finalità del corso sono di: Approfondire tematiche legate all'apprendimento automatico, presentando i metodi avanzati di induzione di conoscenza dai dati. Conoscere i diversi modelli utilizzati nei motori di ricerca per il WWW e nelle loro declinazioni semantiche (Semantic Enterprsie Search). Conoscere le tecnologie avanzate di Intelligenza Artificiale applicata al Web, per il trattamento linguistico dei testi (Natural Language Processing) e sperimentarne la applicazione nei domini del Social Web in problemi di Semantic document management.

## Testi consigliati.

C. D. Manning, P. Raghavan, H. Schütze, Introduction to Information Retrieval, Cambridge University Press, 2008.

R. Basili, A. Moschitti, Text Categorization: from Information Retrieval to Support Vector Learning, ARACNE Editore, 2005.

I. Goodfellow, Y. Bengio, A. Courville, Deep Learning, MIT press, 2016.

Note del docente e articoli scientifici distribuite durante il corso.

Modalità di esame. In due test di midterm (equivalenti ad una singole prove orale) vengono utilizzate (1) domande chiuse per la verifica dei temi dell'intero programma, ed (2) una prova di progettazione di un DB. Il progetto verte sullo studio di un modello di Machine Learning avanzato su dati Web o su dati erogati da competizioni di ricerca internazionali (come ad es. Kaggle benchmarks, SemEval dataset) e può prevedere lo sviluppo di una corrispondente applicazione Web che orchestra servizi avanzati di Web Mining (ad es. Sentiment Analysis su Twitter) o di Web Retrieval (interfacce di ricerca in linguaggio naturale su dati Web). La verifica delle competenze tende ad studiare le conoscenze acquisite in ampiezza sui temi del programma e la capacità modellistica e di progettazione di metodi avanzati di WB o WR in un dominio. Infine le competenze tecnologiche sono legate allo sviluppo del progetto dove il contributo su questi temi fornito dal singolo studente del team (max 3 persone) viene verificato con una discussione orale.

**Program.** Basic overview of Machine Learning. Supervised vs. Unsupervised methods. Machine Learning Metrics and Evaluation.Introduction to document modelling: from Information Retrieval to Natural Language Processing models of free texts.Language Models. Markov processes. Generative models: HMM. Use Case: Probabilistic POS taggingPAC Learnability. PerceptronSVM. Hard Margin. Soft margin SVM.Kernels. Polynomial and Gaussian Kernels. Sequence Kernels. Kernel for NLP. Tree

Kernels. Semantic Tree kernels. Deep Learning. Intro e Background. NNs: tasks and Training. Convolutional Neural Networks. Recurrent Neural Networks. Deep Learning Software Development. NN in Python. Language modelling with neural models. Advanced topics: attention; encoding-decoding; adversarial NNs; transformers. Web Search basics: Overview of the IR process. Crawling. Spam & Ads in Web search. Web Search & Link Analysis. Rank and Relevance: PageRank. HITS. Web and Lexical Semantics: the role of lexical learning in Web scenarios. Opinion Mining e Sentiment Analysis: the tasks, the resources and the training methods. Advanced Statistical NLP for QA (from NERC & SRL to QA). Advanced Machine Learning for the Web: Learning to Rank, Recommending systems.

**Learning objectives.** Introducing and exploring topics related to data-driven algorithms for the induction of knowledge, from large scale data collections. Presenting the major data models underlying Web search engines and for Enterprise Search. Studying technologies and formalisms for the treatment of unstructured Web data through Artificial Intelligence and Natural Language Processing methods and for the linguistic processing of texts and Social Web data Introducing experimental practices in application such as Semantic document management, Web Network Analysis and Opinion Mining.

**Exam mode.** Written and Oral. Two MidTerm exams are used as an equivalent of the final full test, each including 8 to 15 closed questions on all the program, and an open question. A project on the design of a Web application applying a complex machine learning method to a Web Mining or Web Retreval task is required, and its oral presentation is considered part of the exam. The project consists in the study and optimization of an advanced Machine Learning model applied to Web data or to dataset used in international copative benchmarking campaigns (such as Kaggle benchmarks, SemEval dataset, ...). It is optional in the project the development of an end-to-end Web application based on the orchestration of advanced Web Mining (e.g. Sentiment Analysis over Twitter) or Web Retrieval services (e.g. NL interfaces to streams of Web documents/blog/micropost data.

#### Text books.

C. D. Manning, P. Raghavan, H. Schütze, Introduction to Information Retrieval, Cambridge University Press, 2008.

R. Basili, A. Moschitti, Text Categorization: from Information Retrieval to Support Vector Learning, ARACNE Editore, 2005.

I. Goodfellow, Y. Bengio, A. Courville, Deep Learning, MIT press, 2016. Teacher's lecture notes and scientific papers distributed during the course.