CAPITOLO I

UN NUOVO METODO PER DEFINIRE ESATTAMENTE LE PROPRIETÀ PRIMITIVE DELLE FIGURE NELLO SPAZIO

Ho cercato la parola "geometria" sul mio vocabolario.[1]
Dice che è una parola che è composta con due parole della lingua dei greci antichi. "ge" che vuol dire terra e "metrein" che vuol dire misurare. Poi dice:
"s.f. Ramo della matematica che si occupa delle figure d'uno spazio".
Questo libro si occupa delle fi-

NOTA
1. Zingarelli - Vocabolario della lingua italiana - Edizione Zanichelli.

gure nello spazio cioè di geometria.
Quello che però ci interessa studiare non è per niente legato al misurare. Anzi, nel libro, non troverete nessun numero! Non ci interessa calcolare perimetri, aree o volumi e neanche stabilire quando due figure sono uguali.
D'altra parte cosa vuol dire esattamente che due figure sono uguali?
Se su Marte o su un altro pianeta lontanissimo, magari in un'altra galassia, ci fossero dei bambini come noi e se questi bambini disegnassero come noi triangoli, come farei a dire che il mio triangolo è uguale a quello disegnato dal piccolo marziano?
Dovrei prendere il mio foglio con su disegnato il triangolo. Poi dovrei prendere l'astronave. Poi dovrei andare a casa del piccolo marziano.

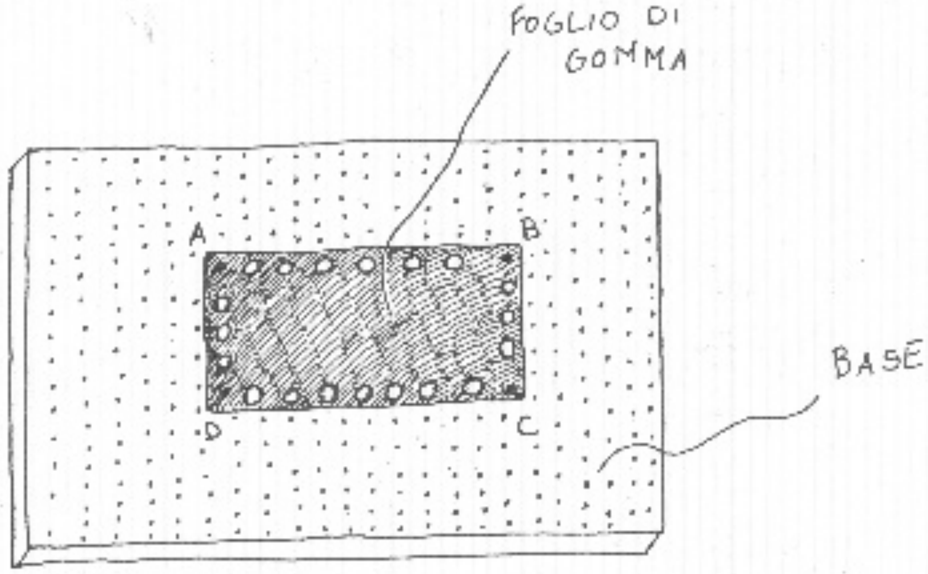
Poi dovrai sovrapporre il mio triangolo al suo e vedere se i due combaciano perfettamente.
Allora potrei dire che i due triangoli sono uguali. Ma se durante il lungo viaggio il mio foglio di carta si è deformato magari per effetto del caldo o del freddo; se magari si è rimpicciolito un po', la prova a casa del piccolo marziano sarebbe completamente inutile.
Tutto un lungo viaggio per niente e io non riuscirei mai a sapere se il mio triangolo è uguale a quello del mio compagno su Marte.
Insomma questa cosa dell'uguaglianza mi sembra un po' confusa.
Preferisco non trattare questo difficile

argomento. Voglio invece trattare delle proprietà più semplici, le proprie= tà prime delle figure.
Le proprietà che io chiamo primitive. Le proprietà primitive di una figura non cambiano mai anche se il foglio su cui ho disegnato la figura si defor= ma. Insomma "la grandezza", il pe= rimetro, l'area del triangolo, cambiano mentre sto viaggiando sulla mia astronave e il foglio si deforma, ma le proprietà primitive del triangolo rimangono le stesse.
Il metodo che ho pensato per trova= re queste proprietà primitive è molto semplice. Invece di disegnare le figu= re su un foglio di carta conviene disegnarle direttamente su un fo= glio di gomma.

Possiamo allora deformare il foglio di gomma tirandolo come un elastico in tutte le direzioni (senza mai però strapparlo).
In questo modo anche la nostra figura di partenza subirà una deformazione. Le proprietà primitive della figura iniziale sono allora quelle proprietà che non cambiano malgrado si deformi la figura con continuità in tutti i modi possibili.

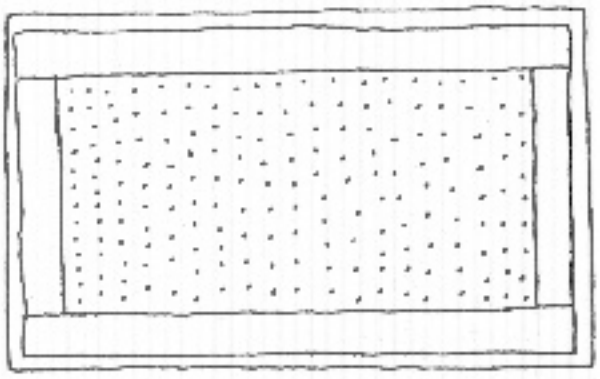
Voglio ora descrivere una macchinetta (la più semplice di tutte quelle che ho inventato) che permetta di fare un sacco di interessanti deformazioni.
La macchinetta è formata da una

base di legno, da un foglio di gomma e da pochi altri pezzi.



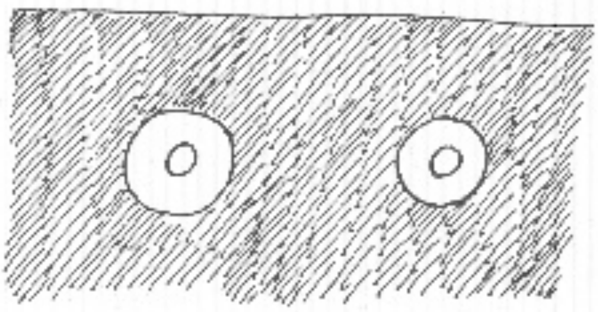
La base può essere fatta con un foglio di masonite che ha già i buchi. In questo caso si comincia col preparare un telaio di legno sul quale si inchioda la masonite, in modo che ci sia un certo spazio (lo spessore del legno col quale si fa il telaio) per inserire dei ganci.
Vista dal basso la macchinetta

si presenta così:



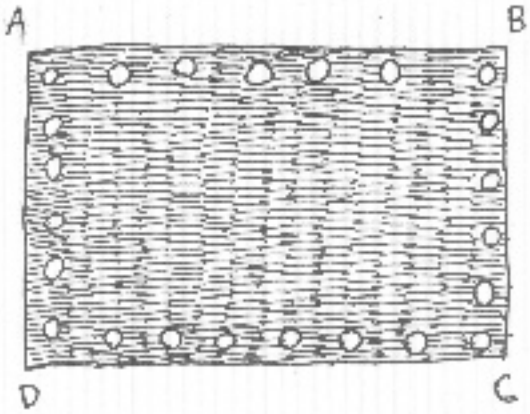
IL SOTTO DELLA MACCHINETTA

Sul foglio di gomma si fanno un certo numero di fori (più fori si fanno, più deformazioni si ottengono).



RONDELLE INCOLLATE
SUL FOGLIO DI GOMMA

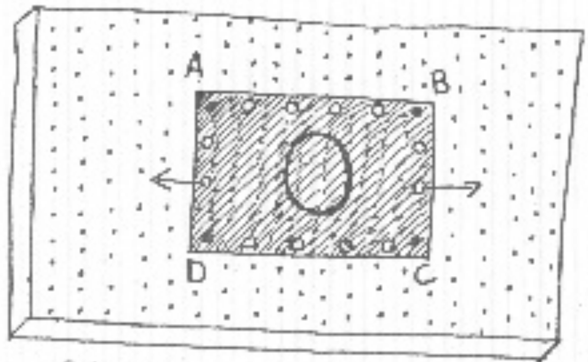
I fori si rinforzano attaccando con la colla più adatta delle rondelle di ferro.



FORI SUL FOGLIO DI GOMMA

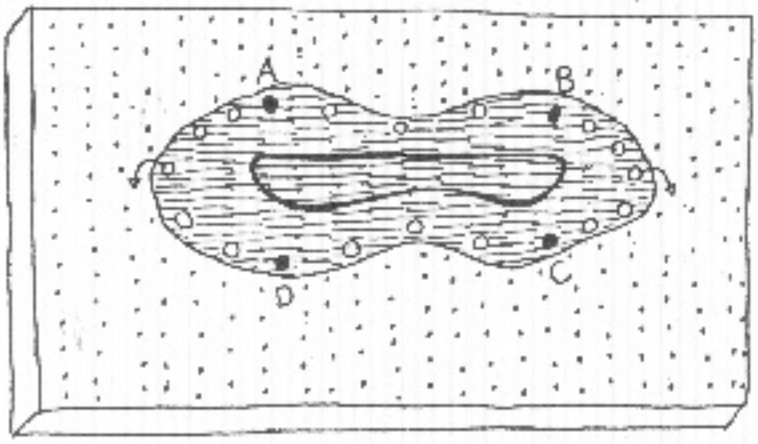
Si fa anche un piccolo foro al centro (H) senza rinforzarlo con le rondelle. Si fissano con delle viti i fori A, B, C e D alla base in modo che il foglio di gomma sia poco tirato.
A questo punto la macchinetta e' pronta.
Si possono applicare dei ganci nei fori del foglio di gomma, tirare come si vuole la gomma e fissare

il gancio nei fori della base.
In questo modo si possono ottenere moltissime interessanti deforma-zioni. Facciamo un esempio.
Disegnamo un cerchio sul foglio di gomma in posizione di riposo.



CERCHIO A RIPOSO

Tiriamo ora la gomma ai due lati seguendo le freccie.
Fissiamo la deformazione con i ganci. Il cerchio non è più un cerchio!



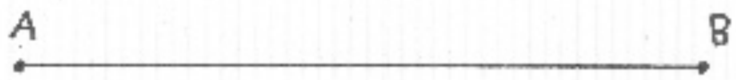
CERCHIO DEFORMATO

Avere una forma circolare non
è quindi una proprietà primitiva.
Neppure essere una linea dritta o
curva è una proprietà primitiva.
Possiamo facilmente con una defor=
mazione trasformare una linea
dritta in una linea curva.
Questo fatto mi pare molto impor=
tante e degno di una trattazione
più completa.

Teorema 1

Data una linea curva con due estremi A e B.

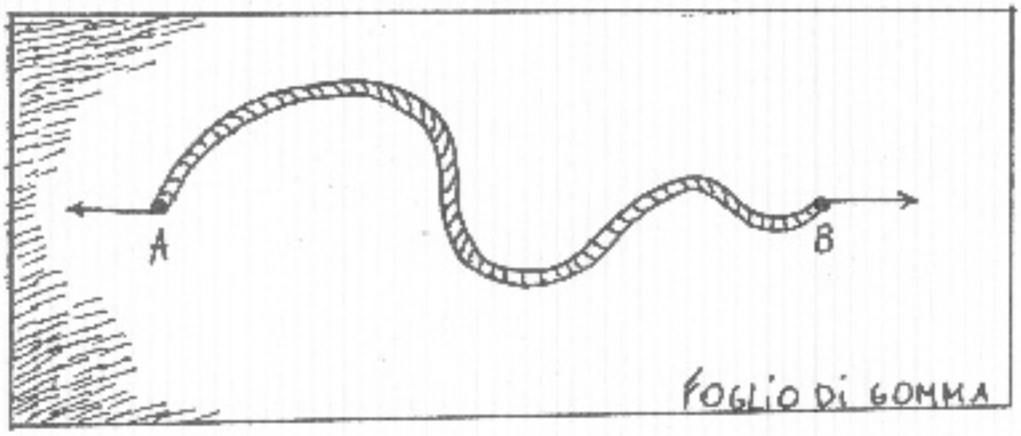
possiamo sempre, con una trasformazione continua, deformare la linea curva in una linea dritta.



Dimostrazione

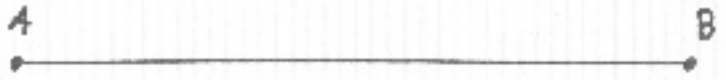
Prendiamo un pezzo di spago e diamogi la forma della linea

curva che stiamo considerando.
Incolliamo lo spago così piegato sul foglio di gomma.



Tiriamo ora il foglio di gomma nei punti A e B fino a quando lo spago si raddrizza.
In questo modo il foglio di gomma subirà una deformazione continua il cui risultato finale è di aver raddrizzato la curva data.
Se invece partiamo, incollando sul foglio lo spago disteso come una retta possiamo, nello stesso modo, deformarlo in una linea curva.

Teorema 2
Data una linea dritta con due estremi A e B

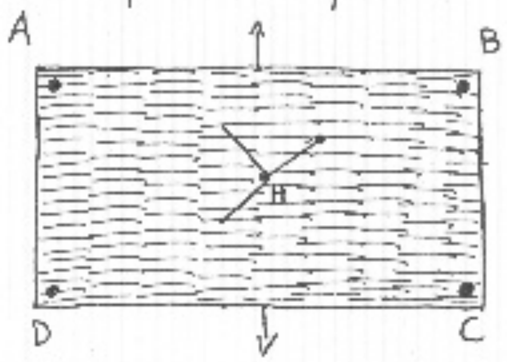


possiamo sempre, con una defor=mazione continua, deformare la linea dritta in una qualunque linea curva con due estremi.
In particolare possiamo trasfor=mare una linea dritta in un arco di cerchio.

Trattiamo ora degli angoli
Voglio raccontare un metodo che per=mette di smussare, raddrizzare gli

angoli con una trasformazione continua. Da questo metodo possiamo poi ricavare degli altri interessanti teoremi sui triangoli, sui quadrati e su molte altre figure geometriche.

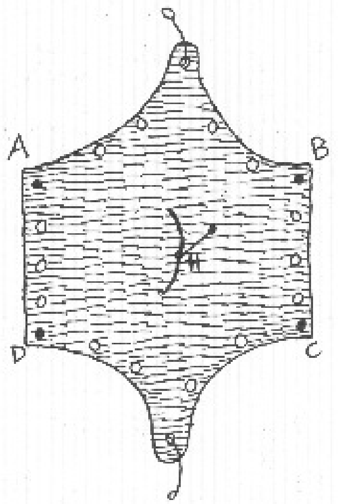
Consideriamo un angolo disegnato sul nostro foglio di gomma in modo che l'origine dell'angolo sia nel punto H della nostra macchinetta dove abbiamo fatto un piccolo foro.



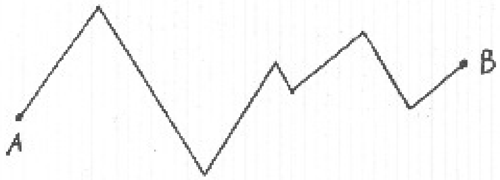
Applichiamo ora uno spillo nel punto H in modo che questo punto rimanga fermo durante la deformazione.

Deformiamo ora il foglio di gomma tirando nella direzione indicata dalle freccie nella figura.

Alla fine della deformazione l'angolo si sarà raddrizzato:

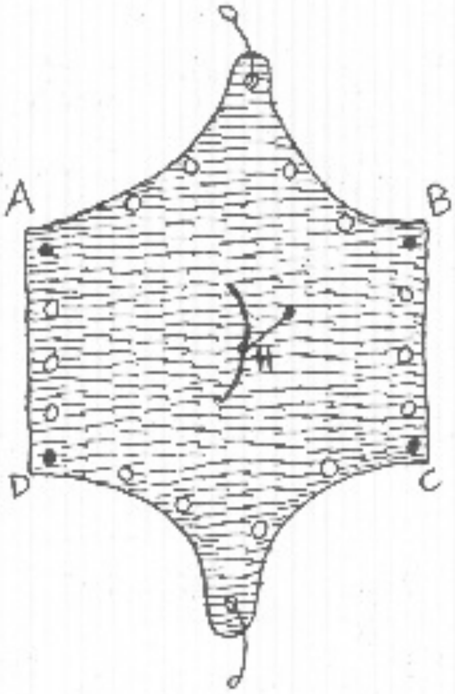


Teorema 3
Data una linea spezzata con due estremi A e B



possiamo sempre, con una deformazione continua, deformare la linea spezzata in una linea dritta.

Dimostrazione
Possiamo, con il metodo che abbiamo spiegato, raddrizzare tutti gli angoli della



Teorema 3
Data una linea spezzata con due estremi A e B

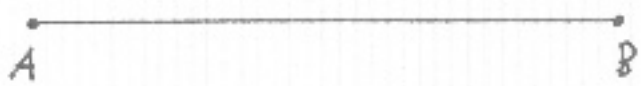
possiamo sempre, con una deformazione continua, deformare la linea spezzata in una linea dritta.

Dimostrazione
Possiamo, con il metodo che abbiamo spiegato, raddrizzare tutti gli angoli della

linea spezzata. A questo punto otteniamo una linea curva senza angoli.
Possiamo allora applicare il Teorema 1 e trasformare la linea curva in una linea dritta. È facile ora vedere come, con lo stesso metodo, applicato in senso contrario possiamo dimostrare il seguente

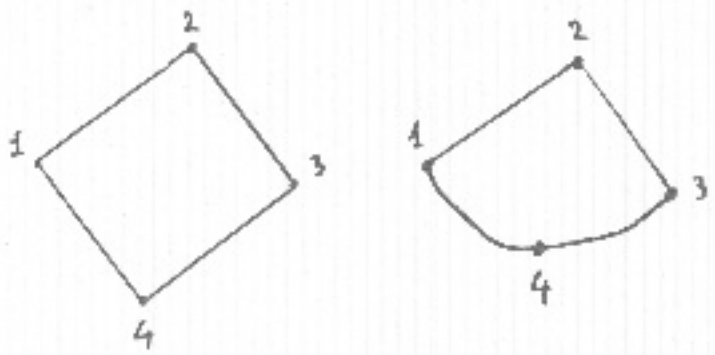
Teorema 4

Data una linea dritta con due estremi A e B

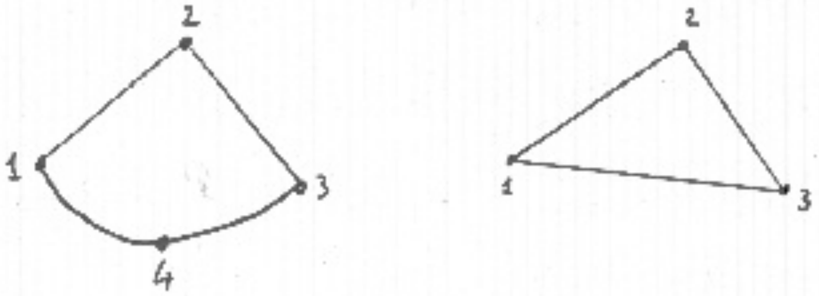


possiamo sempre, con una deformazione continua, deformare la linea dritta in una qualunque linea spezzata con due estremi.
Utilizzando questi metodi possiamo dimostrare un teorema sul quadrato:

Teorema 5
È possibile trovare una deformazione continua che trasforma un quadrato in un triangolo.
Dimostrazione
La deformazione che cerchiamo è fatta in due passi che preferisco far vedere con un disegno.
Primo passo:
Allisciò un angolo del quadrato.



Secondo passo:
Raddrizzo la linea curva creando il terzo lato del triangolo.



Molti altri teoremi di questo tipo potrebbero facilmente essere dimostrati. Preferisco non farlo perchè lo scopo di questo libro è quello di trovare delle proprietà primitive, delle proprietà che non cambiano facendo delle deformazioni continue. Il Teorema 5 ci dice che la proprietà di avere la forma quadrata non è una proprietà primitiva poichè questa forma può cambiare con delle deformazioni continue. Insomma tutti questi teoremi sono negativi, ci dimostrano che le proprietà prese in considerazione (l'essere dritto o curvo, avere degli spigoli o non averli, essere una linea spezzata o dritta, essere un quadrato o un triangolo) non sono proprietà primitive. Il prossimo capitolo e i successivi tratteranno invece di quelle proprietà primitive che sono riuscito a scoprire durante i miei studi.