

IV IL SAPORE DELLO STECCATO

All'inizio del secolo, all'incirca verso il 1920, il signor Seresevskij, reporter di un giornale, si trovò di fronte a un giovane psicologo russo perché valutasse alcuni fenomeni curiosi riguardanti la sua memoria.

Così si conobbero Aleksander R. Lurija, il grande scienziato sovietico diventato poi notissimo per i suoi lavori di neuropsicologia, e «l'uomo che non dimenticava nulla». La loro collaborazione durò per circa trent'anni e dette origine a uno studio singolare e affascinante sui misteri di una mente dotata di una memoria straordinaria, condannata per questo a ritenere tutto ciò che percepiva.

Da questa eccezionale storia clinica emerge non solo il rapporto esistente tra memoria, linguaggio e organizzazione generale del pensiero, ma si delineano in modo netto e inquietante anche i pesanti condizionamenti che anomalie del genere esercitano su tutta l'attività psichica dell'individuo, stravolgendone a volte i normali rapporti con la realtà.

1. Le sinestesie

L'analisi delle caratteristiche più interessanti (a volte addirittura spettacolari) della memoria del signor S. – come lo chiama Lurija – ci farà da amplificatore nei confronti di processi analoghi che esistono nella mente di ognuno di noi, e che si svolgono troppo in sordina perché ne possiamo essere del tutto coscienti.

Il fenomeno che si impose subito all'attenzione dello psicologo come peculiare della straordinaria abilità del suo paziente

nel risolvere test di memoria – anche i più difficili – fu quello della sinestesia. Si tratta, in parole povere, del fenomeno per cui la percezione di determinati stimoli è accompagnata da immagini particolari proprie di un'altra modalità sensoriale.

Lurija rilevò subito che il signor S. era in grado di ricordare in ogni dettaglio le sue esperienze percettive semplicemente perché egli trasformava in immagini visive le parole o le cifre che gli venivano dettate. Ad esempio, dopo che gli era stata presentata la seguente tabella:

6	6	8	0
5	4	3	2
1	6	8	4
7	9	3	5
4	2	3	7
3	8	9	1
1	0	0	2
3	4	5	1
2	7	6	8
1	9	2	6
2	9	6	7
5	5	2	0
x	0	1	x

Il signor S. era in grado di ripeterne tutte le cifre, esponendole a voce alta ritmicamente, senza pause apprezzabili¹. Poiché, come dichiarava, egli continuava a vedere la tabella impressa nella mente, poteva indifferentemente «leggerla» dall'inizio alla fine o riferirne gli elementi in colonna o in riga, secondo le diagonali o in qualunque altro modo gli venisse richiesto. Fu subito chiaro però che il processo di rievocazione era molto più complesso di quel che appariva. In Seresevskij infatti non c'era quella separazione presente normalmente in ognuno di noi tra la vista, l'udito, il tatto e il gusto.

«Che voce gialla e friabile è la vostra!» disse una volta al suo interlocutore durante una conversazione.

Oppure, quando Lurija gli chiese distratto, dimenticando con chi aveva a che fare: «Riuscirete a ritrovare la strada

1. Questa tabella e tutti i riferimenti a Seresevskij di questo capitolo sono tratti da A.R. Lurija, *Viaggio nella mente di un uomo che non dimenticava nulla*, trad. it., Roma, Armando, 1979.

dell'istituto?» esclamò con foga: «Come sarebbe possibile dimenticarla? Guardate questo steccato: è così salato, così ruvido e ha un suono così pungente e stridulo!»

Il fenomeno delle sinestesie compariva nel signor S. in occasione di stimoli sensoriali di ogni tipo. Ogni suono produceva impressioni luminose, cromatiche, gustative e tattili. Quello delle vocali si trasformava immediatamente in un'immagine chiarissima, con un proprio colore e un proprio sapore.

A è qualcosa di bianco e lungo – diceva S. – j è più aguzza, ju punge, ja è tanto grande che ci si può camminare sopra... Per me poi ogni suono ha un sapore. Se vedo delle linee esse emettono dei suoni...

Anche i numeri provocavano in lui cascate di sensazioni concernenti ogni modalità sensoriale:

per me, il 2, il 4, il 6, il 5, non sono semplicemente dei numeri: hanno una forma... L'1 è un numero acuto, indipendentemente dalla sua rappresentazione grafica. È qualcosa di compiuto, di duro. Il 2 è più piatto, quadrangolare, biancastro, quasi grigio... Il 3 è un segmento aguzzo, che ruota. Il 4 è di nuovo quadrato, con gli angoli smussati, somiglia al 2, ma è più appariscente, corpulento... Il 5 è perfetto, compiuto, in forma di cono o torre, qualcosa di essenziale... Il 6, che viene subito dopo il 5, è biancastro, l'8 è innocente, latteo con riflessi azzurrini, come la calce...

L'importanza delle sinestesie nel processo di memorizzazione consisteva nel fatto che il corredo di sensazioni associate allo stimolo formava una sorta di sfondo che poteva essere confrontato con quello suscitato dalla rievocazione. Se S. riproduceva ad esempio una parola in modo inesatto, le sensazioni sinestesiche del momento non coincidevano con quelle associate al ricordo, costringendolo a «guardare meglio» e a correggere l'errore.

Diceva Seresevskij, di sentire di solito sia il peso che il sapore delle parole: «È difficile descrivere il modo in cui questo accade. È una sensazione che provo nella mano.... Un lieve solletichio nella mano sinistra, e non ho bisogno d'altro».

La potenza e la «realtà» delle immagini richiamate da ogni parola udita era estesa anche ad ogni tipo di suono, che non avesse significati particolari. In questo caso, quando udiva suoni che si intromettevano durante l'ascolto, o parole incomprensibili di cui non conosceva il significato, gli si disegnavano in mente macchie colorate, o spruzzi che si allargavano come nuvole di vapore, nebbie che salivano fornendo un equivalente visivo degli

stimoli sonori. La caratteristica più curiosa, che gli rimase per tutta la vita, fu il metodo particolare che S. usava per ricordare qualunque lista di oggetti gli fosse presentata.

Sereševskij si sceglieva un «ambiente» per i suoi ricordi, e vi collocava le immagini via via evocate dalla lista. Preferiva in particolare immaginarsi una strada lungo cui camminare, lasciando le sue immagini accanto alle case, alle vetrine dei negozi, in qualunque angolo gli sembrasse opportuno. Quando poi doveva ripetere la lista di oggetti, non doveva fare altro che mettersi all'inizio della strada e percorrerla «guardando» ai lati, nominando le cose che vi vedeva.

Questo metodo lo portava addirittura a sbagliare e a saltare un oggetto per motivi di «cattiva visibilità»:

Avevo collocato la «matita» vicino a uno steccato, uno di quelli, sapete, che si trovano lungo le strade, ed ecco, la matita si confuse con lo steccato e io le passai accanto senza accorgermene. La stessa cosa successe con la parola «uovo»: questo era stato disposto sullo sfondo di una parete bianca. Come avrei potuto distinguere un uovo bianco contro una parete bianca?... Il «dirigibile», poi, che era grigio, si confuse con il selciato dello stesso colore... Anche la «bandiera»: si trattava di una bandiera rossa, naturalmente, e io l'avevo messa sulla facciata dell'edificio del Soviet di Mosca che, lo sapete, è rosso. Fu così che le passai vicino senza notarla... Per quanto riguarda «putamen», io non so cosa sia... È una parola così buia e il lampione era lontano: era impossibile vederla...

Mi succede, a volte, di collocare una parola in un luogo buio, ed è sbagliato, naturalmente. Ecco la parola «cassa», per esempio: si trovava nel vano di un portone e lì dentro era buio... Era difficile scorgerla.

Altre volte, se c'è qualche rumore o una voce estranea, compaiono delle macchie che offuscano tutto... o si insinuano sillabe che non c'entrano per nulla, anche se, in questi casi, direi che ci sono davvero... Ecco, è questo che mi impedisce di ricordare...

2. La nostra mente

Nella nostra mente si possono trovare fenomeni analoghi a quelli appena descritti, anche se sono appena pallidi riflessi di quel che accadeva a Sereševskij. Il fenomeno delle sinestesie, per esempio, di solito non è avvertito in modo cosciente, ma affiora spesso nel nostro parlare. La distinzione tra colori freddi e colori caldi non nasce da convenzioni linguistiche, ma trova ragione in echi lontani suscitati nel nostro sistema nervoso dalla visione dei

colori. E ancora... si parla di voci scure e voci chiare, di toni aspri e sapori morbidi o sottili...²

Le sinestesie o i rudimenti di esse che si trovano in ciascuno di noi concorrono a formare le immagini con cui formuliamo normalmente i nostri pensieri. Anche il singolare metodo del signor S. con cui ricordava a piacere serie lunghissime di oggetti, pur nella sua eccezionalità, si basa sul fatto comune che la memoria dell'uomo è di natura associativa. In tutti noi l'informazione immagazzinata è recuperata attraverso indizi che vengono associati con l'informazione nel momento in cui è appresa per la prima volta.

Addirittura, possiamo leggere in Cicerone che il poeta greco Simonide aveva inventato un metodo per migliorare la memoria, metodo utilissimo se usato nelle scuole di quei tempi, in cui non c'era la possibilità di abbondare in materiale su cui prendere appunti. Tale metodo si chiamava – e si chiama tutt'oggi – metodo dei loci, e si basa proprio sulla memorizzazione di una serie di immagini mentali di luoghi familiari, che servano da casellari per le informazioni che si vogliono ricordare. Così ad esempio, volendo ricordare una lista di oggetti da acquistare – un libro, una saponetta, del caffè e una bottiglia di birra – potremmo usare una strada molto conosciuta, o la nostra cucina come mappa mentale in cui porre gli oggetti, che verranno richiamati tutte le volte che la percorreremo mentalmente. Proprio come faceva Seresevskij!

Sarebbe però estremamente riduttivo pensare alle immagini mentali di Seresevskij solamente come ad archivi in cui riporre dati da richiamare, anche se la sua vita ebbe uno sviluppo determinato proprio da questa sua straordinaria capacità di ricordare tutto, che lo ridusse quasi a fenomeno da baraccone. Smise infatti di fare il giornalista per scegliere la professione di «mnemonista» esibendosi in spettacoli nei quali era pronto ad affrontare qualunque prova di memoria gli fosse richiesta dal pubblico.

In realtà, tutta la sua attività intellettuale e il suo modo di pensare furono pesantemente influenzati dall'aver una mentalità figurativa così viva, e i suoi processi cognitivi conobbero, in modo a volte anche abbastanza drammatico, l'altalena tra i vantaggi e gli svantaggi derivanti dalla presenza di tale dote.

Si trovava in vantaggio rispetto agli altri – le persone normali

2. Mi diceva un amico durante una conversazione su questi argomenti: «Il mio numero di telefono, 42140, non può essere altro che bianco».

– nella risoluzione di tutti quei problemi pratici che di solito richiedono lunghi ragionamenti, e che lui risolveva in modo semplice e razionale (!) con modalità visivo-intellettuali. Diceva: «Ciò che agli altri riesce dopo mille conti fatti sulla carta, a me riesce con un procedimento mentale di tipo visivo...».

Questa abilità si evidenziava particolarmente in quei problemi che per noi risultano difficili proprio perché il calcolo verbale ne disturba in modo essenziale la «visione».

Ricordate quel problemino divertente, quello del tarlo che rosicchiò due volumi di 400 pagine posti accanto su una mensola, dalla prima pagina del primo volume all'ultima del secondo? Si voleva sapere quante pagine avesse rosicchiato il tarlo. La prima risposta è indubbiamente: «Ottocento pagine, quattrocento del primo e altrettante del secondo». Ma per me no: vedo subito il tarlo che rosicchia soltanto le due pagine di copertina. Vedo come sono messi i due volumi, l'uno accanto all'altro, con il primo a sinistra. Ecco che il tarlo comincia a mangiare la prima pagina e procede verso destra, ma non trova che le pagine di copertina, quella del primo e quella del secondo volume e arriva subito all'ultima di questo, senza aver rosicchiato altro...

Non sottovalutiamo questo modo «buffo» di guardare mentalmente ai problemi, che ci può sembrare estraneo o forzato solo perché espresso eccezionalmente in modo del tutto cosciente! Costantemente nella nostra mente si svolge un'elaborazione dei dati in ingresso effettuata con le modalità delle funzioni globali che, come ho ormai avuto più volte occasione di notare, è velata dai «vapori» o dagli «spruzzi» sollevati dalle parole, come direbbe Seresevkij.

Se la dominanza delle funzioni verbali è molto rigida, può accadere che le intuizioni o il modo di impostare un problema, effettuato in modo semplice e corretto con un metodo «per immagini», entrino in conflitto, in modo a volte anche molto netto, con i concetti astratti e la logica propria delle modalità verbali, e finiscano per non essere presi in considerazione o seguiti fino in fondo con i dovuti controlli e verifiche da parte dell'emisfero dominante. Eppure non c'è dubbio sull'importanza del ruolo svolto dalla chiarezza dell'immagine, che, senza considerare superati il calcolo tradizionale o gli schemi logici propri del pensiero analitico, finisce a volte per essere quasi insostituibile nella risoluzione di alcuni problemi. In questi casi, la mancanza della potenza dell'immagine porta a soluzioni analitiche errate o a procedimenti complicati e antieconomici.

Per esserne convinti basta provare a risolvere questo proble-

ma molto noto: «Un mattone pesa un chilogrammo più mezzo mattone. Quanto pesa il mattone?».

Quanti di noi, cadendo ogni volta nella trappola dell'aritmetica, pur conoscendo già il problema devono combattere contro la risposta immediata – e sbagliata – «un chilo e mezzo»? E ogni volta dobbiamo rappresentarci il mattone...

3. Ricentramento cognitivo e fissità funzionale

L'attività mentale implicata nell'esplorazione per immagini di una situazione problematica, non si limita ovviamente alla rievocazione di un quadro visivo che offra passivamente la soluzione richiesta, ma assume aspetti più complessi e più importanti: ogniquale volta ci troviamo in una situazione nuova che non presenti la possibilità di soluzione immediata e che non consenta nemmeno l'impiego di schemi di comportamento imparati in precedenza, impieghiamo un'attività di ragionamento che produce nuova conoscenza. Per questo motivo tale ragionamento viene chiamato «pensiero produttivo» o «creativo».

I processi del pensiero produttivo sono stati studiati in psicologia nel modo più unitario e convincente dalla scuola Gestaltica, che ne ha individuato come momenti importanti la ristrutturazione del campo cognitivo e la fissità funzionale.

Per dare una spiegazione esauriente di quel che significa «ristrutturazione o ricentramento cognitivo», riporto una serie di osservazioni fatte da Koehler³, uno dei massimi rappresentanti della Gestalt, durante i suoi famosi esperimenti con gli scimpanzè. Una scimmia viene messa in condizione di vedere una banana messa fuori dalla gabbia e non può raggiungerla se non uscendo dalla gabbia stessa attraverso una porta collocata nella parte opposta del recinto. L'animale deve quindi allontanarsi momentaneamente dall'obiettivo per risolvere il suo problema.

Per Koehler l'attività mentale della scimmia si sviluppa nel modo seguente: all'inizio l'accento viene posto pesantemente sul cibo e sulla tendenza naturale dell'animale a dirigersi immediatamente verso di esso, ma le sbarre della gabbia sono di ostacolo a questo tipo di soluzione. A questo punto l'accento si sposta dal cibo all'ostacolo e alla necessità di superarlo. In queste condizioni

3. Cfr. R. Canestrari, *Problemi di Psicologia*, Bologna, Cooperativa Libreria Universitaria, 1970, pp. IV. 19-22.

acquista nuova rilevanza l'uscita posteriore della gabbia, che prima era solo un elemento marginale della rappresentazione mentale e tutto il quadro si «ricentra», si «ristruttura» su questo elemento.

Che la situazione rappresenti veramente un problema per lo scimpanzè lo dimostra il fatto che l'animale trova la soluzione solo dopo un po' di tempo, e che animali inferiori, come le galline, non riescono mai ad allontanarsi dalla parete più vicina all'obiettivo.

Il fenomeno consiste, in pratica, nella necessità di riorganizzare i dati del proprio campo psichico spostando gli accenti da un dato all'altro, in modo da raggiungere la configurazione che risolve la situazione.

Nello stesso modo in cui ascoltando musica si confrontano le tonalità che si susseguono con la fondamentale, aspettando la risoluzione, così, durante l'esplorazione e la modificazione del campo delle immagini, è un po' come se la mente «zoommasse» sui vari elementi tenendo sempre d'occhio quello principale (raggiungere la banana, tanto per intenderci) e verificasse se in ogni zoom si allontana o si avvicina ad esso.

Il fatto notevole è che anche in questo caso si ha una sensazione improvvisa e liberatoria quando si arriva alla configurazione giusta, che riporta alla fondamentale. Proprio come nella risoluzione armonica. Non è una coincidenza che si usi la stessa parola, «risoluzione», sia nel caso di una sinfonia che in quello di un problema!

L'altro elemento importante, con cui dobbiamo a volte fare i conti, è la fissità funzionale.

A volte la soluzione del problema richiede che uno o più oggetti del campo mentale cambino le loro caratteristiche funzionali del momento per acquistarne altre. Anche in questo caso mi spiegherò meglio con un esempio.

In un esperimento un soggetto ha il compito di disegnare un triangolo su di un cartoncino, appendere questo ad un'asta e quindi fissare quest'ultima a pressione nel riquadro della porta. La difficoltà del problema risiede nel fatto che l'asta è di due centimetri troppo corta. Il materiale a disposizione è questo: asta, cartoncino, puntina da disegno, penna e bottiglia d'inchiostro. Di tutti gli elementi l'unico che possa permettere di raggiungere lo scopo è il sughero che serve da tappo della bottiglia: aggiunto all'asta è sufficiente per farla tenere a pressione nel quadro della porta. La soluzione è dunque raggiunta quando un elemento particolare, in questo caso il sughero, passa da una funzione, tappo, ad un'altra, zeppa da usare in un incastro.

L'ideatore dell'esperimento, lo psicologo Dencker⁴, presentò il problema in tre varianti a gruppi diversi di persone. Per un gruppo la bottiglia era aperta e il tappo vicino ad essa; per il secondo la bottiglia era sempre aperta, ma il sughero chiudeva un'altra bottiglia vuota e del tutto inutile per il compito. Nel terzo caso infine, il tappo chiudeva la bottiglia d'inchiostro.

Queste piccole variazioni avevano il compito di rendere la funzione del sughero più o meno centrale rispetto al contesto della presentazione del compito.

Quando il soggetto deve togliere egli stesso il tappo alla bottiglia per poter disegnare, gli risulta difficile vedere poi lo stesso oggetto in un'altra funzione. Se invece il sughero è già separato dalla bottiglia, il compito risulta più facile.

La presentazione del sughero come tappo di un'altra bottiglia è di difficoltà intermedia tra le due, poiché la bottiglia vuota e il tappo relativo hanno significati marginali rispetto allo scopo, ed è quindi più facile fargli assumere quello più opportuno per lo svolgimento del compito.

Le numerose ricerche di Dencker confermano che quando il contesto richiede l'uso preliminare dell'oggetto, si provoca un aumento della fissità funzionale dell'oggetto stesso, e quindi si rende più difficile la soluzione. Più in generale, si può concludere che la fissità funzionale è dovuta alle abitudini e alle conoscenze del soggetto, al contesto percettivo in cui viene presentato l'oggetto, alla struttura semantica iniziale del campo, ed infine alle implicazioni parassite.

Queste ultime sono implicazioni dovute all'uso che si fa di un oggetto e che ne rendono rigida la definizione. Ad esempio, un sacco è legato in modo forte, come definizione, al «contenere», e con difficoltà si riesce a vederlo utilizzato per lasciar uscire qualcosa, anche se il problema lo richiede.

4. FF.SS.

Poiché non abbiamo le doti straordinarie del signor S. che ci impongono rappresentazioni così vivide e prepotenti delle cose da evitare errori dovuti alla soluzione formalistica dei problemi o laboriosi calcoli astratti supplementari, dobbiamo ricorrere a qualche «manovra d'aggiramento» rispetto alle funzioni logico-

4. Ivi, p. 34.

verbali, se vogliamo imparare a prendere coscienza delle nostre immagini mentali e a saperle usare bene.

Un modo abbastanza semplice ed efficace per cominciare a farlo, è quello di provare a risolvere problemi posti in modo tale che la parte analitica dei nostri processi mentali non sia in grado di svolgere. Eccone uno.

1. Sul binario principale di una stazione si trovano il treno M, un rapido, e davanti ad esso il treno N, un accelerato. Quest'ultimo è composto da due vagoni e una motrice, ognuno lunghi 2. Avendo a disposizione un binario morto che non contiene N tutto intero, essendo lungo 5, quali manovre devo fare se voglio che il treno M transiti davanti a N (Fig. 1)?

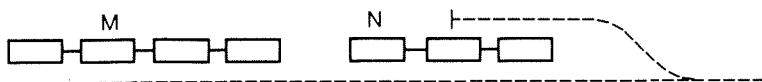


Figura 1.

Ecco ancora qualche parola di spiegazione riguardo al modo con cui si possono effettuare le manovre: le motrici possono sganciare o agganciare i vagoni da entrambe le parti, o agganciare ulteriori vagoni mediante l'ultimo che hanno in coda:

$N = 2 + 2 + 2$; $M = 2 + 2 + 2 + 2$; binario morto = 5.

La soluzione è indicata in fondo al capitolo per chi fosse impaziente, ma vorrei discuterla mano a mano che si scopre cosa bisogna fare per arrivarvi.

Le soluzioni che vengono in mente all'inizio non riescono a superare l'impiccio di N che sta davanti a M e che, comunque si muova e comunque ci si intervenga, continua a restarvi.

Poiché N sta tutto davanti a M, è abbastanza naturale pensare di spezzarlo, e questa è la prima operazione contro la fissità funzionale, ma... e poi (Fig. 2)?...

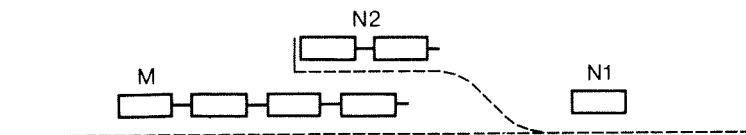


Figura 2.

Davanti al rapido sta sempre la motrice N' , e comunque questa si comporti vi resterà sempre, fino a quando noi non cesseremo di vedere M come un oggetto la cui funzione è quella di «passare», «transitare», «andare avanti per il binario», e riusciremo a pensarlo anche come una pedina che può, momentaneamente, tornare indietro, o fare, o essere qualcos'altro.

Allora, guardando ad M con altri occhi, cosa possiamo proporre?

M può portarsi all'altezza di N'' , agganciarlo e tornare indietro, portando in tal modo N'' sul binario principale. Così facendo N' è libero di spostarsi sul binario morto, ed M sarà in grado, sganciato N'' , di proseguire la sua corsa (Fig. 3).

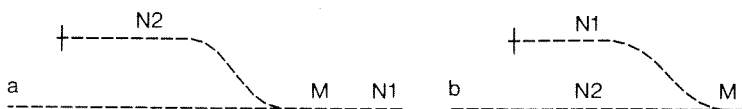


Figura 3.

È insomma il discorso della scimmia e della banana: per ottenere lo scopo desiderato bisogna prima allontanarsi dall'obiettivo.

Normalmente risolvere problemi aiuta poi a risolverne altri analoghi, perché è più facile andare contro la fissità funzionale una volta che se ne è fatta esperienza, è più facile cioè liberare gli oggetti dal ruolo semantico che hanno nel testo e dalle implicazioni parassite, per usarli in modo libero.

Per dare dimostrazione di quanto ho appena detto, propongo altri due problemi «ferroviari» di complessità crescente – l'ultimo è davvero difficile – di cui do la soluzione alla fine del capitolo.

2. Un treno composto d'una locomotiva L di vettura merci M e di vettura viaggiatori V si trova in una stazione provvista d'un binario di scambio S e d'un binario morto Z , sui quali si trovano dei vagoni m . Manovrare in modo che i vagoni m ed M prendano il posto gli uni degli altri senza che si trovi mai alcun vagone sulla via principale P che non sia attaccato alla motrice (Fig. 4).

3. Il binario principale confluisce su un binario morto come in figura. Sui rami della biforcazione si trovano il vagone A e il vagone B , entrambi di lunghezza 5, mentre sul binario morto si trova la motrice M , lunga 10. Il tratto sinistro del binario morto

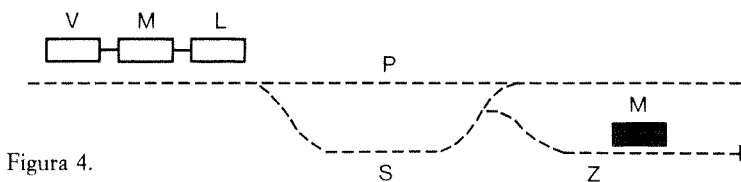


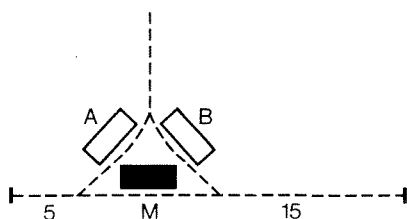
Figura 4.

contiene solo un vagone, mentre il lato destro, essendo lungo 15, contiene al massimo la motrice e un vagone. Si tratta di cambiare di posto ai vagoni, cioè di mettere A dove si trova B e viceversa, e di rimettere la motrice dove si trovava all'inizio delle operazioni, cioè sul binario morto (Fig. 5).

$$A = B = 5$$

$$M = 10$$

configurazione iniziale



configurazione finale

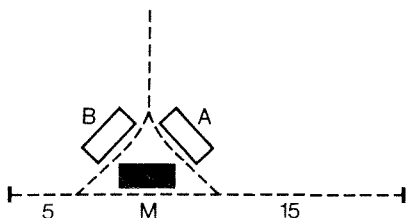


Figura 5.

5. Problemi misti

I problemi precedenti si risolvono interamente muovendo mentalmente i treni sui binari come si fa con le pedine durante una partita a scacchi, usando in tal modo essenzialmente le funzioni di tipo sintetico. Ma che succede della fissità funzionale e del ricentrimento cognitivo quando i problemi sono posti in termini analitici? Quali possono essere, per esempio, le implicazioni parassite di un numero?

Vediamo di toglierci questa curiosità cercando di risolvere un problema «misto», in cui cioè la formulazione aiuta una evocazione di immagini, che devono però fare i conti con dati numerici precisi.

«Siamo in riva ad un fiume, con due secchi non graduati, uno da $9/4$ e uno da $4/4$. Con la possibilità di riempire e vuotare i secchi a volontà, come posso fare a misurare esattamente $6/4$ d'acqua?»

Anche questo problema pone immediatamente in una situazione visiva. I due secchi sono immediatamente visualizzati, tanto che in classe i primi tentativi di soluzione comprendono anche discussioni sulla forma dei secchi, nel tentativo di trovarne la metà o altre frazioni (Fig. 6a).

Si riesce dopo alcuni tentativi a «riempire» il secchio grande e a «vuotarlo» nel piccolo, già vuoto, ma ciò che si ottiene sono $5/4$ (Fig. 6b)! Dato che ne voglio 6 di quarti, mi serve $1/4$ da aggiungere ai 5 che ho già.

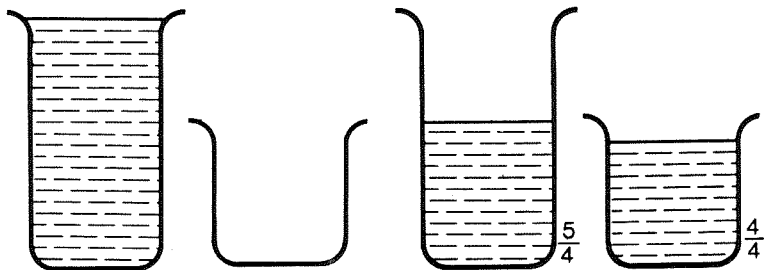


Figura 6 a.

Figura 6 b.

Trovare $1/4$ d'acqua non è difficilissimo: basta vuotare il secchio piccolo e riempirlo di nuovo con il rimanente d'acqua ($5/4$) del secchio grande. In questo modo in fondo al secchio da $9/4$ resterà $1/4$ d'acqua (Fig. 7).

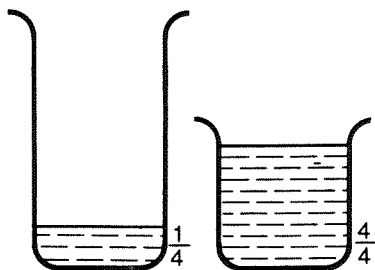


Figura 7.

Ma, e qui sta la difficoltà più grossa, come facciamo a riottenere i $5/4$ di prima con il secchio grande occupato? Se lo riempio completamente, perdo il quarto d'acqua che mi serve da aggiungere ai $5/4$ per averne sei, se non lo riempio non avrò mai i $5/4$ necessari.

La soluzione (e la ristrutturazione cognitiva) sta nel toglierci da questa struttura: $6/4 = 5/4 + 1/4$ e nel riuscire a vedere il recipiente piccolo, da $4/4$, come un recipiente di capacità minore, di $3/4$, una volta che vi sia travasato il quarto d'acqua dal secchio grande, e di vedere infine – o contemporaneamente – i $6/4$ come risultato di $9/4 - 3/4$ (Fig. 8).

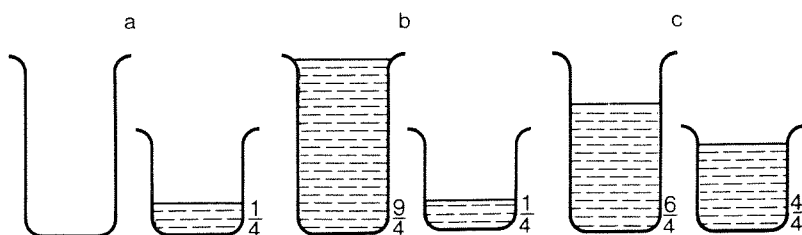


Figura 8.

I passaggi cioè sono i seguenti.

Riepilogando: la prima tappa implica la scoperta di $1/4$ come elemento necessario alla soluzione.

Questa nasce però dalla considerazione: $5/4 + 1/4 = 6/4$.

Quando riusciamo a svincolarci da questo contesto, e a vedere $6/4 = 9/4 - 3/4$, la soluzione è trovata!

È interessante quello che di solito avviene in classe quando propongo problemi simili. I ragazzi dicono: «L'ho trovato, l'ho visto», ma dopo un primo momento in cui corrono verso la cattedra, si fermano a verbalizzare la soluzione, e contemporaneamente la verificano. A questo punto a volte mi sento dire: «Ecco!... ora non lo so più...», ma se la soluzione era stata effettivamente trovata, riescono a farne un ripescaggio abbastanza veloce e a esporla. La cosa più difficile, in effetti, è quella di non perdere l'intuizione durante la verbalizzazione.

Con un buon allenamento di solito si impara a riconoscere quando si ristruttura il campo, e a far riferimento a quel momento ogni volta che si perde il controllo della situazione. È quello che si fa, del resto, quando dobbiamo ricordarci la soluzione di problemi già risolti. Sono molti i problemi che propongo ai ragazzi e

sarei in difficoltà grosse se dovessi ricordarmi «analiticamente» la soluzione di tutti. Succede invece che di ciascuno mi ricordo con facilità come va ristrutturato il campo e da lì risalgo alla risoluzione analitica.

Non bisogna pensare che queste considerazioni sui processi del pensiero produttivo siano possibili o significative solo in problemi «da settimana enigmistica», in quel tipo di problemi cioè che si possono dare in classe solo eccezionalmente, avendo da svolgere un programma diverso.

In realtà ogni situazione che ci si presenti durante lo svolgimento di una lezione può essere analizzata in tal senso. Il risultato di tale analisi può aiutare l'insegnante a rivolgersi ai suoi alunni con consapevolezza e aspettative più aderenti alle difficoltà che gli alunni stessi incontrano nell'elaborazione dei temi proposti e delle risposte. Ecco come esempio un problema banalissimo di geometria:

«Calcolare la misura della diagonale di un parallelepipedo conoscendone le tre dimensioni» (Fig. 9).

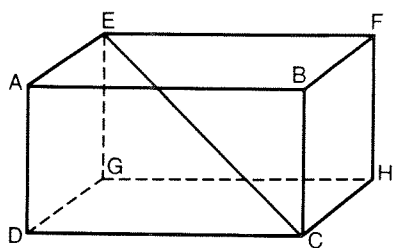


Figura 9.

Questa situazione semplicissima costringe già la mente di chi la vuol risolvere a far uso di tutte e due le funzioni di cui dispone. La funzione analitica permette di porre le seguenti domande (sappiamo bene che è sempre opportuno indicarle ai ragazzi):

- Qual è l'incognita?
- Quali sono i dati?
- Quali strumenti in generale ho a disposizione?

Fra gli strumenti analitici in questo caso si debbono prendere in considerazione i teoremi studiati. Procedendo in tal modo, quindi, si ripassano uno ad uno i teoremi conosciuti per verificare se ne esiste uno che permetta direttamente la soluzione. Se a questo punto si scopre che non si conosce alcun teorema che

parla della diagonale del parallelepipedo, bisogna smettere di considerare la diagonale come una diagonale, e cercare di vederla come un'altra cosa, oggetto di un teorema noto, e quindi determinabile.

In altri termini si troverà la soluzione quando saremo in grado di vedere il segmento EC non più – o non solo – come diagonale del parallelepipedo, ma come ipotenusa del triangolo rettangolo ECG.

Questo momento, che implica un passaggio di funzioni, dalle analitiche a quelle sintetiche, ed è anche quello in cui si effettua la ristrutturazione cognitiva, è il punto più difficile da superare per gli studenti meno brillanti, meno intuitivi. Ogni insegnante di matematica conosce bene il senso di impotenza e di frustrazione che invade ogni volta chi cerca di insegnare come risolvere i problemi di geometria: si può insegnare bene il teorema di Pitagora, ma ci si smarrisce quando si cerca di trasmettere la capacità di scegliere una configurazione rispetto a molte altre.

6. L'algebra

Ho sempre in mente il silenzio che seguì l'osservazione di una collega durante una riunione del seminario didattico di matematica. La professoressa disse, semplicemente, di non capire come mai anche gli alunni più deboli erano in grado di raggiungere la sufficienza nella parte del programma che riguardava l'algebra, mentre cadevano miseramente sulla geometria.

Pur essendo tutti, per esperienza diretta, pienamente d'accordo, nessuno di noi fu in grado di rispondere, perché era forte la sensazione di saper dire su questo argomento solo banalità, senza riuscire a cogliere gli aspetti profondi della questione.

In realtà discutere su un problema come questo implica, come si è visto, considerare aspetti che si allontanano parecchio da competenze tecniche o professionali di un insegnante di matematica, ma una cosa si può affermare facilmente: l'algebra è una materia che per la sua natura strettamente simbolica si presta facilmente ad uno svolgimento strettamente ed esclusivamente formale, eludendo tutte quelle complicazioni derivanti dalla necessità di muoversi entro campi mentali da ristrutturare.

Basta imparare a mente le regole di manipolazione dei simboli, e l'esercizio bene o male si può svolgere in modo corretto, anche se a volte davvero poco esaltante!

È bene fare una precisazione proprio su questo punto. Le nuove tendenze didattiche della matematica sono preoccupate di eludere gli aspetti meccanici e ripetitivi degli esercizi proprio per esaltare la parte che riguarda il pensiero produttivo, per dare elasticità e originalità alla mente degli alunni, ma si rischia, se non si sta attenti, di impoverire in realtà le capacità globali di far matematica proprio perché l'alunno non è più capace di formalizzare bene il proprio pensiero o di eseguire in modo corretto i calcoli necessari allo svolgimento.

Credo quindi che sia bene lasciare all'algebra il compito di educare allo svolgimento formale di un calcolo, anche se, come in ogni cosa, l'importante è non esagerare.

Manipolare simboli e saper applicare bene le regole formali che permettono di effettuare tali manipolazioni è una tappa irrinunciabile del pensiero analitico, che non deve essere sacrificata alle giuste esigenze di un'educazione del pensiero sintetico.

È bene comunque che gli insegnanti prendano confidenza con un modo concreto di guardare ad argomenti formali, non tanto per proporli direttamente in classe, poiché tale decisione richiederebbe una libertà rispetto ai tempi d'insegnamento e alle esigenze di valutazione del lavoro che non si accorda con le nostre strutture scolastiche, quanto per affinare le proprie capacità e consapevolezze nei confronti di queste operazioni di pensiero. Gli alunni istintivamente imitano i nostri atteggiamenti mentali, e una maggior scioltezza e agilità da parte nostra può essere comunicata e può influenzerli in modo molto più significativo di quel che si creda.

Ecco ora un esempio di come ci si possa divertire a creare nuove giustificazioni per regole e concetti ormai troppo noti.

6.1. *A ruota libera*

Se ci chiedono di dare una forma a piacere a x^2 , la prima risposta che viene in mente è quella di disegnare un quadrato di lato x . Così, se $x = 6$, il quadrato sarà come da tav. 1.

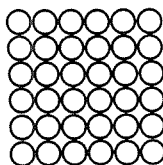


Tavola 1.

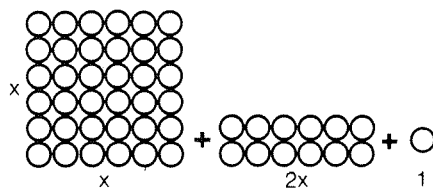


Tavola 2.

Vediamo se ora riusciamo a dimostrare, usando sempre le stesse modalità di rappresentazione che

$$x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2.$$

Disegniamo $x^2 + 2x + 1$ (tav. 2).

Com'è possibile ristrutturare questa configurazione in modo da avere $(x + 1)^2$?

Forse i problemini sui numeri del cap. II ci hanno insegnato qualcosa. Ecco infatti (tav. 3) come si può arrivare alla configurazione richiesta. In questo modo si ottiene un rettangolo di dimensioni x e $x + 1$, e una striscia uguale a $x + 1$. Abbiamo così legittimato il passaggio algebrico:

$$x^2 + 2x + 1 = x(x + 1) + (x + 1)$$

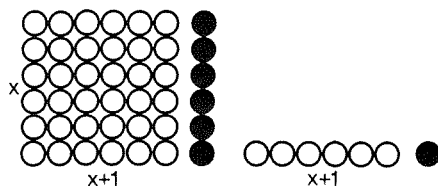


Tavola 3.

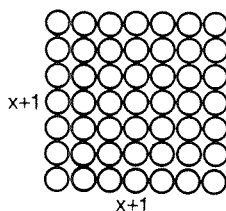


Tavola 4.

Basta ora costruire con gli elementi che abbiamo a disposizione il quadrato di lato $x + 1$ (tav. 4) e l'uguaglianza di partenza è verificata.

Ciò che si può generalizzare è il fatto che avendo x gruppi di x elementi ciascuno, se a questi si aggiunge un altro gruppo di x elementi, si può eseguire una ridistribuzione in modo da ottenere x gruppi di $x + 1$ elementi ciascuno. Vale cioè la proprietà distributiva della moltiplicazione per cui $x^2 + x = x(x + 1)$.

Un'altra cosa da osservare è che x indica sia il numero di gruppi che formano il quadrato, sia il numero di elementi di ogni gruppo.

Questo fatto può creare a volte confusione se l'esercizio viene svolto da chi non ha molta confidenza con la matematica, e costringe a riverificare più volte il procedimento, fino a quando non è chiaro in ogni passaggio a quale oggetto ci si sta riferendo, ma lo scopo è proprio quello di provocare e motivare un tale lavoro mentale. Se tale lavoro è stato fatto in modo soddisfacente, si può rispondere abbastanza alla svelta alla seguente domanda: Avendo $(x + 2)$ gruppi di x elementi ciascuno, è vero che aggiungendo un solo oggetto a un gruppo qualsiasi è possibile formare $x + 1$ gruppi di $x + 1$ oggetti ciascuno? (Ovviamente è possibile: $x(x + 2) + 1 = (x + 1)^2$, ma si chiede di farne una verifica strutturale).

È interessante vedere come si possono estendere questi procedimenti ad altre situazioni in cui dobbiamo scomporre un trinomio di secondo grado.

Ad esempio, come si scompone in fattori il trinomio

$$x^2 + 5x + 6?$$

Ormai è chiaro che si tratta di ristrutturare il quadro seguente (tav. 5) in modo da ottenere un rettangolo (tav. 6).

Il problema è quello di distribuire in modo controllabile i sei elementi che non fanno parte di alcun gruppo. Poiché $6 = 2 \times 3$,

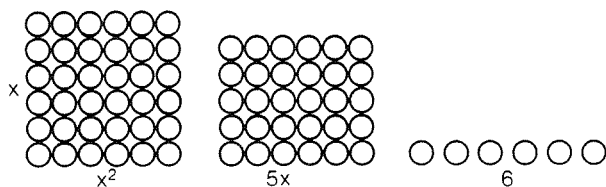


Tavola 5.

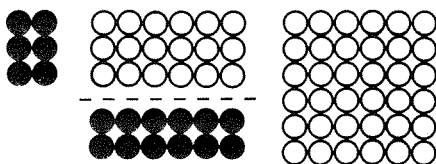


Tavola 6.

si possono distribuire due elementi aggiungendoli a tre gruppi, o tre elementi a due gruppi, a piacere. In figura è riportata la prima scelta.

Siamo così arrivati a un passo dalla configurazione finale: si verifica facilmente (tav. 7) come il rettangolo abbia area $(x + 2)(x + 3)$.

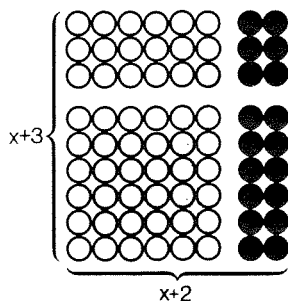
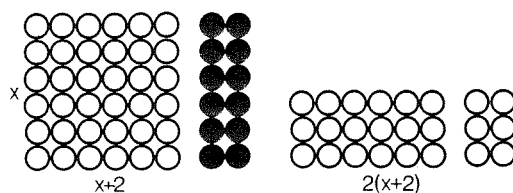


Tavola 7.

Soluzioni dei problemi

1. L'accelerato porta a marcia indietro i suoi due vagoni sul binario morto e li sgancia, andando poi avanti sul binario principale. Il rapido avanza fino ad arrivare con la coda in corrispondenza dei vagoni abbandonati, li aggancia e li porta in posizione più arretrata facendo marcia indietro e lasciando posto libero sul binario morto per la motrice dell'accelerato. Quest'ultima, facendo a sua volta marcia indietro, vi posteggia, in modo che il rapido, sganciati i due vagoni non suoi, sia libero di partire definitivamente.

2. Il treno prende m e lo porta su S, ripassa per P e riprende m. La locomotiva ripassa per P e si colloca a sinistra di m, poi il tutto spinge V ed M su Z; L ed m ritornano su S; L, facendo il giro per A, va a riprendere V che unisce ad m e, facendo ancora il giro, sola, viene a fissarsi in avanti ad m.

3.

