

Logica formale e logica naturale

di

Laura Catastini

Università di Roma “Tor Vergata”

RAGIONAMENTO

- Per ragionamento si intende l'insieme dei processi mentali in cui vengono ricavate delle inferenze, cioè l'insieme dei processi attraverso cui vengono elaborate nuove conoscenze a partire da conoscenze date.
- Le conoscenze date sono le premesse, quelle inferite sono le conclusioni del processo di ragionamento.
- Si chiama inferenza la sola conclusione, o anche tutto il processo
- Per Piaget il pensiero dell'adulto ha la forma della logica formale aristotelica, cioè il pensiero adulto è “naturalmente” logico

Test per laureati in matematica

- **Nessun contabile è un banchiere**
- **Tutti i banchieri sono degli atleti**
- **Il risultato di questo test concorda con quelli ottenuti nelle ricerche svolte in ambito della psicologia sperimentale, tra studenti universitari di buona intelligenza: la maggioranza ha concluso, erroneamente, che “nessun contabile è atleta”, qualcuno ha pensato che non vi fosse alcun risultato valido, nessuno è riuscito a trarre dalle premesse la giusta conclusione**
- **Risultati come questo portano spontaneamente al sorgere di domande: è “naturalmente” logico il nostro pensiero? Si può affermare, con Piaget, che il ragionamento non è nient’altro che il calcolo proposizionale in quanto tale?**

Logica “pragmatica”

- La logica classica, nel senso tecnico del termine, consiste nel dedurre la verità di una proposizione dalla verità di altre proposizioni, appoggiandosi unicamente sulla loro forma e non sul loro contenuto. Il nostro pensiero comune è sicuramente retto da ben definite regole inferenziali, ma esse non sono riconducibili interamente a quelle del sistema classico perché sottostanno anche ad altri fattori che non quelli esclusivamente formali. Nella deduzione naturale si usano, ad esempio, *tutte* le conoscenze, anche esterne all'argomento in questione, sul contenuto delle premesse

Inferenze naturali

Il linguaggio, la comunicazione linguistica e il pensiero inferenziale impegnano capacità cognitive strettamente intrecciate tra loro . Consideriamo il seguente dialogo

– Sai se Roberto è tornato?

– Ho visto la sua macchina sotto casa

La risposta è apparentemente incongrua con la domanda, ma innesca una cascata di deduzioni, immediate, che fanno inferire che probabilmente Roberto è tornato. La conversazione si avvale di regole implicite, non codificate, apprese dagli interlocutori con la pratica, che rende la risposta appropriata. Tali inferenze spontanee sono necessarie per un corretto svolgimento della comunicazione e del ragionamento tra i dialoganti, ma sono assolutamente scorrette da un punto di vista formale perché usano informazioni “esterne”

PRINCIPIO DI COOPERAZIONE

nella conversazione naturale

| | |
|------------------|--|
| QUANTITA' | Dà un contributo tanto informativo quanto richiesto dagli intenti dello scambio verbale in corso |
| QUALITA' | Non dire ciò che ritieni falso Non dire ciò per cui non hai prove adeguate Riassumendo: cerca di dare un contributo che sia vero |
| RELAZIONE | Sii pertinente |
| MODALITA' | Evita oscurità di espressione Evita ambiguità Sii conciso (evita inutili prolissità) Sii ordinato Riassumendo: sii chiaro |

Il comportamento razionale e la logica naturale

- **Le conversazioni razionali producono (e si reggono sulle) *implicature conversazionali*. Queste sono implicazioni non espresse che si creano in un discorso quando si pensa che sia osservato il principio di cooperazione**
- **Osservare il principio di cooperazione e le massime significa comportarsi razionalmente nell'interazione con gli altri.**

Implicature conversazionali

- **Supponiamo che A e B stiano parlando di un amico comune C, che ora lavora in banca. A chiede come vada il nuovo lavoro di C e B risponde: « Oh, piuttosto bene, mi pare, i colleghi gli piacciono e non è ancora stato arrestato.»**
- **L'informazione contenuta dalla risposta di B consta di due soli elementi: a C piacciono i nuovi colleghi e non è ancora stato arrestato. Formalmente ciò non permette alcuna inferenza**
- **Sempre formalmente “e non è ancora stato arrestato” può essere aggiunto alla fine di qualunque proposizione , creando proposizioni composte ma nessuna implicazione:**

- **A chiede come vada il nuovo lavoro di C e B risponde:« Oh, piuttosto bene, mi pare, i colleghi gli piacciono e non è ancora stato arrestato.»**
- **Dal punto di vista conversazionale si “dice” (e si capisce) di più che da quello formale . Infatti la massima della QUANTITA’ chiede di dare informazioni pertinenti al discorso che si sta svolgendo, per cui il dire che C non è ancora stato arrestato è pertinente solo se, per esempio, C è di abitudine disonesto. Ciò permette all’interlocutore di dedurre quest’ultima implicazione.**

Esempi di implicature date dall' "e"

- **Maria è tornata da scuola**
- **Maria è tornata da scuola e non è ancora stato arrestata**
- **Il neonato è stato allattato**
- **Il neonato è stato allattato e non è ancora in prigione**
- **Maria è tornata da scuola e il neonato è stato allattato e non è ancora in prigione**

Esempi di implicatura conversazionale

- **A: Ho finito la benzina**
B: dietro l'angolo c'è un garage
(B infrangerebbe la massima «sii pertinente» a meno che non pensi che il garage è aperto, che venda benzina ecc., dunque B implica che il garage è aperto, che venda benzina ecc.)
- **A: Sembra che di questi tempi Rossi non abbia una ragazza**
B: È andato molte volte a Firenze, di recente.
- **A: Dove abita C?**
B: Da qualche parte nel sud della Francia
(per la seconda massima della qualità, si deduce che B....., cosa non deducibile da un punto di vista strettamente formale)
- **A: La signorina Rossi ha cantato l'aria "Tu che di gel sei cinta", la signorina Bianchi ha prodotto una serie di suoni strettamente corrispondenti alla partitura dell'aria "Mi chiamano Mimì"**
(per le massime della chiarezza, si deduce che
- **«Paolo deve incontrare una donna, stasera»**
(implica di norma che la persona che Paolo incontrerà non è sua moglie, né sua sorella, né una qualunque collega di lavoro, per le massime della modalità e della quantità.)
- **A: Rossi si è rotto una gamba**
B: Non posso muovermi dal posto di lavoro.
(per la massima della pertinenza, si deduce che Rossi ha bisogno di essere trasportato da qualche parte.)

GLI EFFETTI DELLA STRUTTURA RETORICA

“Un bambino aveva dodici mele. Ne ha regalate alcune a un amico. Gliene restano otto. Quante ne ha regalate?” (problema semplice invertito)

Possiamo considerare il problema come un discorso costituito da due parti: l'enunciato e la domanda. Quest'ultima rappresenta il **focus** del discorso, in relazione ad essa si forniscono e si utilizzano i dati dell'enunciato. Nei problemi semplici le proposizioni dell'enunciato forniscono ciascuna un dato, invece nei problemi semplici invertiti (Lurija) non tutte le proposizioni sono portatrici di dati necessari alla soluzione. Nel problema precedente la seconda è **vuota** e anche **eliminabile**:

“Un bambino aveva dodici mele. Gliene restano otto. Quante ne ha regalate?” (problema semplice)

Il PSI viola le leggi retoriche per le quali le informazioni devono essere funzionali alle intenzioni (risolvere il problema) e quindi contenere dati utilizzabili

“Falsificazione” e “tendenza alla verifica”

Falsificare un'ipotesi, una legge o una regola, equivale a dimostrarne la falsità mettendo in evidenza almeno un caso che la viola (controesempio): questa operazione viene chiamata “falsificazione” ed è molto usata nell'ambito del ragionamento scientifico.

Nella vita naturale invece tendiamo a costruire regole che grosso modo funzionino, procedendo alla loro verifica, nelle varie situazioni pratiche, più che tentare strategie falsificanti.

Ciò porta a difficoltà del pensiero naturale nei ragionamenti nei quali occorre falsificare per raggiungere una conclusione. Ne abbiamo un esempio nel problema delle quattro carte di Wason e nella difficoltà a trarre corrette conclusioni nei sillogismi condizionali

Esempi di sillogismi costruiti su inferenze pragmatiche e sulla difficoltà a falsificare

- Sillogismo di Bush(Corriere.it 2002) All'indomani delle grandi manifestazioni per la pace Bush afferma che la guerra all'Iraq è l'ultima cosa che si deve fare (per dare ragione ai pacifisti), ma non fare nulla è peggio. L'agenzia continua informando che Bush indica una data a breve termine per la guerra
- Quindi:
- **La guerra all'Iraq è l'ultima cosa che si deve fare**
- **Non fare nulla è peggio**
- Qual è l'inferenza indotta da queste due premesse, in stile conversazionale?
- Queste due premesse che possiamo accettare come entrambe vere, sembrano implicare con logica conseguenza, che allora è meglio fare la guerra.
- La cosa, ragionandoci sopra, è evidentemente scorretta infatti la negazione del "non fare nulla" non è "fare la guerra". Oltre alla guerra infatti si possono fare moltissime altre cose come, ad esempio, quelle proposte dall'asse franco tedesco, dalle Nazioni unite, ecc, ecc.
- La struttura sillogistica che soggiace a queste affermazioni mette chiaramente in luce la scorrettezza della conclusione che implicitamente si vuole sollecitare.

- ***Se non si fa nulla non si fa la guerra*** (affermazione vera)
- ***Si deve fare qualcosa*** (non fare nulla è peggio) (affermazione vera)
- **Conclusione scorretta *si deve fare la guerra.***

Più formalmente:

A è fare qualcosa, non-A è non fare nulla

B è fare la guerra, non-B è non fare la guerra

- ***Se non-A allora non-B***
- ***A***
- ***allora (conclusione scorretta) B***

La struttura di questa truffa logica si ritrova spesso. Della stessa natura è lo slogan

- ***Se non giochi non vinci***

Che sembra implicare *che se giochi vinci.*

- Sillogismo di Tremonti:(31 ottobre 2003) dal Corriere.it 7/12/03
- **”Siamo gli unici ad aver riformato lavoro e pensioni”**

Il “vero per ipotesi”

- Una regola implicita, quando si è alle prese con la risoluzione di un problema scolastico, è quella di basare il proprio ragionamento sulle premesse menzionate nella domanda, ignorando ogni conoscenza pratica dell'argomento, ma ciò che succede “ragionando” con un'altra persona è esattamente l'opposto. Le persone normalmente concordano nel trovare insensato ignorare ciò che sanno.
- Lo psicologo M. Cole e i suoi collaboratori hanno a lungo studiato un popolo liberiano, i Kpelle, dotato di una notevole facilità di parola e portato al ragionamento e alla discussione. Ecco l'esempio di una incolmabile distanza tra la “logica” dello sperimentatore e quella dei soggetti Kpelle, in un test dal quale avrebbero dovuto evidenziarsi le loro capacità inferenziali:

Sperimentatore: Flumo e Yakpalo bevono sempre insieme rum. Flumo sta bevendo rum. Anche Yakpalo sta bevendo rum?

Soggetto: Flumo e Yakpalo bevono rum insieme, ma quella volta che Flumo bevve per primo, Yakpalo non era lì, quel giorno.

Sperimentatore: Ma ti ho detto che Flumo e Yakpalo bevono sempre il rum insieme. Un giorno Flumo beveva rum. Anche Yakpalo quel giorno beveva rum?

Soggetto: Il giorno in cui Flumo beveva il rum, quel giorno Yakpalo non era lì. [...]

Insomma, lo sperimentatore spesso si sentiva dare risposte del tipo «Yakpalo in questo momento non è qui; perché non andate da lui e glielo chiedete?» Ce la sentiamo di affermare che i Kpelle sono illogici? Non se ne voleva assolutamente sapere di accettare “per ipotesi” che Flumo e Yakpalo bevono *sempre* insieme rum. In questa logica naturale un enunciato è vero solo se si è giustificati nell’asserirlo, se ne abbiamo una giustificazione convincente, altrimenti è rifiutato.

Questo atteggiamento mentale è spesso presente anche negli studenti.

In un incontro con gli studenti di una quarta tecnico-industriale, indirizzo informatica, avevo proposto il seguente semplice sillogismo condizionale:

- Se sono in aereo non sono tranquillo
- Sono tranquillo

uno studente mi ha contestato la conclusione “ non sono in aereo” in questo modo “E se prima di salire sull’aereo avessi preso un tranquillante? Sarei tranquillo e sarei in aereo!” lo gli ho risposto che la prima premessa affermava che se sono in aereo non posso essere tranquillo, e che questo fatto non doveva essere messo in dubbio, doveva essere accettato come vero, come l’ipotesi in un teorema.

Lo studente ha esclamato: “Ma non lo metto per niente in dubbio, sennò che bisogno avrei avuto di prendere un tranquillante!”

Insomma, dopo aver attribuito un *sensu* alle premesse, criticava la conclusione alla luce delle attività pratiche legate al contesto costruito sulle premesse stesse.

“Sia per ipotesi ABC un triangolo isoscele....”

“Prof. ma perché il triangolo è isoscele, perché l’ha deciso lei?”....” “No, sto dicendo che quando parliamo di ABC stiamo parlando di un triangolo isoscele” “Ma se per ipotesi a me mi piacesse di più il triangolo equilatero, lei ci starebbe a fare il cambio?”

oooooooooooo

“Siano A e B due insiemi. A ha come elementi le lettere a, b, c, d, B ha come elementi i numeri 1, 2, 3, 4. F è una applicazione che associa a tutti gli elementi dell’insieme A l’elemento 2 di B. L’ applicazione F è iniettiva?”

“Ma professoressa, che senso ha mandare lettere in un numero? Che ci facciamo poi?”

“Professoressa, le lettere sono quattro, semmai le dovrebbe associare al quattro, non al 2”

“No, professoressa, se l’altro insieme lo fa di parole, allora se si manda tutte le lettere in una parola è meglio”

Ancora sul ruolo del “vero”

- Ogni carrozziere è giocatore di scacchi
- Nessun archeologo è carrozziere

C'è subito uno studente che protesta che suo zio è carrozziere ma non sa giocare a scacchi. D'altra parte se cerchiamo premesse “sensate”:

- Ogni animale è un ente che respira
- Nessun attaccapanni è un animale

Come argomentare che la loro conclusione “nessun attaccapanni respira” non è giusta?

Per gli studenti quella conclusione è giusta perché è *vera*, mentre la conclusione corretta

“qualche ente che respira non è un attaccapanni”

sembra imprecisa e generica.

“Sembra meno vera” mi è stato detto una volta

Ruolo dei fattori linguistici nella soluzione dei problemi

Tre amici vanno al ristorante. Viene presentato loro un conto di 60 euro. Ciascuno di loro dà 20 euro, ma chiedono un sconto. Il padrone allora restituisce 10 euro ai tre, i quali lasciano 4 euro di mancia al cameriere e prendono 6 euro, che si dividono, 2 a testa. In definitiva, ciascuno di loro paga 18 euro, che moltiplicati per tre fa 54, 4 euro li hanno dati al cameriere, e fa 58. Dove sono andati a finire i due euro che mancano?

“Trappole linguistiche”

Il problema è reso difficile dalla ambiguità linguistica non risolta dovuta al significato di pagare. Parlando di un ristorante, pagare si usa nel significato di “pagare il conto”, mentre nel resoconto del problema non viene consapevolmente evidenziato che pagare vuol dire “pagare in tutto”. Inoltre si usa il termine “lasciare” invece di “pagare la mancia”, che aiuta a considerare i soldi lasciati al cameriere come esterni al pagamento.

Inoltre viola anche il principio di cooperazione dando indicazioni volutamente fuorvianti (il sommario alla spesa la mancia del cameriere)

Una riformulazione linguistica

- **Tre amici vanno al ristorante. Viene presentato loro un conto di 60 euro. Ciascuno di loro dà 20 euro, ma chiedono un sconto. Il padrone allora restituisce 10 euro ai tre, i quali pagano 4 euro di mancia al cameriere e si dividono i 6 euro rimanenti, 2 a testa. In definitiva, ciascuno di loro paga in tutto 18 euro, che moltiplicati per tre fa 54, 4 euro li ha presi il cameriere, e fa 58. Dove sono andati a finire i due euro che mancano?**

Una riformulazione che rispetta il principio di cooperazione

Tre amici vanno al ristorante. Viene presentato loro un conto di 60 euro. Ciascuno di loro dà 20 euro, ma chiedono un sconto. Il padrone allora restituisce 10 euro ai tre, i quali pagano 4 euro di mancia al cameriere e si dividono i 6 euro rimanenti, 2 a testa. In definitiva, ciascuno di loro paga in tutto 18 euro, che moltiplicati per tre fa 54. Come si sono distribuiti i 60 euro?

Da L.Carrol *Il gioco della logica* Astrolabio

Ricavate una coppia di premesse da ciascuna delle conversazioni seguenti e deducete una conclusione, se c'è:

- X: Vieni via! Non sopporto più tutta questa folla. I negozi affollati sono una cosa spiacevolissima, lo sai
- Y: Beh, e chi si aspetta che andare a fare spese sia una cosa piacevole?
- X: Io, naturalmente! E sono sicura che ci sono altri negozi in fondo alla strada che non sono per niente affollati, quindi...

- X: Ragazzi, tutto sommato siete andati piuttosto bene, agli esami. Ora, prima di andarmene, vorrei darvi un consiglio. Ricordatevi che tutti quelli che sono veramente assetati di sapere lavorano sodo.
- Y: Vi ringrazio signore, a nome dei miei allievi! E sono lieto di ammettere che tra loro ce ne sono alcuni che sono veramente assetati di sapere.
- X: Sono contento di sentirvelo dire: e come fate ad esserne certo?
- Y: Beh, signore, so che lavorano sodo – alcuni di loro, voglio dire. Chi potrebbe saperlo meglio di me?

Ricavate dal discorso che segue una serie di sillogismi, o di proposizioni in forma di sillogismi; e verificatene l'esattezza Si suppone che il discorso sia la risposta di una madre affettuosa alla cauta insinuazione di un'amica che forse la suddetta madre sta leggermente esagerando nel fare impartire lezioni private ai suoi figli.

- "Già, ma devono farsi una strada nel mondo. Non possiamo lasciare loro un patrimonio a testa! E, come ben sapete, non si ottiene nulla per nulla: devono lavorare per guadagnarsi da vivere. E come potranno lavorare, se non sanno nulla? Date retta a me, con i tempi che corrono non c'è nulla da fare per gli ignoranti! E tutti gli esperti sono d'accordo che il periodo migliore per studiare è quando si è giovani. Più tardi non si ha più una memoria di cui valga la pena di parlare. Impara più un bambino in un'ora che un adulto in cinque. Perciò coloro che vogliono imparare devono farlo finché sono giovani, se vogliono davvero imparare qualcosa. Naturalmente il -discorso non regge se i bambini non stanno proprio bene in salute: su questo sono d'accordo. Beh, ma il dottore dice che i bambini non stanno bene se non hanno un bel colorito sulle gote. E guardate i miei piccoli tesori! Hanno le guance rosse come peonie! Già, e mi dicono anche che, per mantenere i bambini in buona salute, non bisogna mai far loro seguire più di sei ore consecutive di lezione al giorno, ed almeno due mezze giornate libere la settimana. Ed è esattamente questo il metodo che seguiamo, vi assicuro! Non passiamo mai le sei ore, e tutti i mercoledì e i sabati, senza eccezione, passata l'una, non hanno più neanche una sillaba da studiare! Come potete immaginare che io corra qualche pericolo nell'istruzione dei miei preziosi tesorini? È veramente qualcosa che va al di là della mia comprensione! ".