

Università di Roma “Tor Vergata” – Corso di Laurea in Ingegneria
Analisi Matematica I – Prova scritta del 17/02/2020

Cognome: (in STAMPATELLO)
Nome: (in STAMPATELLO)
Matricola:
Titolare del corso:
Esame orale:

Esercizio	Punteggio
1	
2	
3	
4	
5	
Totale	

A

Esercizio A1. [punti 4] Studiare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\log(1 - \cos x)}{|\sin(2x)|^\alpha} dx.$$

Svolgimento:

Esercizio A2. [punti 7] Calcolare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(e^{-\frac{1}{n}} + \frac{1}{n} \right)^{-6n} - \frac{\sqrt{n^2 + 1}}{n + 3} \right] n^2.$$

Svolgimento:

Esercizio A3. [punti 8] Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \arctan\left(\frac{x^2 - 7}{|x| - \sqrt{6}}\right) - |x|$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, punti di massimo/minimo relativo, intervalli di crescita o decrescenza. Studiare il comportamento della funzione negli eventuali punti di non derivabilità. **Non** è richiesto lo studio di f'' .

Svolgimento:

Esercizio A4. [punti 6] Calcolare l'integrale

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(2x) \log(1 - \cos x) dx .$$

Svolgimento:

Esercizio A5. [punti 5] Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{x(x+2)(y-3)}{1+x^2} \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Svolgimento:

Università di Roma “Tor Vergata” – Corso di Laurea in Ingegneria
Analisi Matematica I – Prova scritta del 17/02/2020

Cognome: (in STAMPATELLO)
Nome: (in STAMPATELLO)
Matricola:
Titolare del corso:
Esame orale:

Esercizio	Punteggio
1	
2	
3	
4	
5	
Totale	

B

Esercizio B1. [punti 4] Studiare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \frac{\log(1 - \cos x)}{|\sin(2x)|^\alpha} dx.$$

Svolgimento:

Esercizio B2. [punti 7] Calcolare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(e^{-\frac{1}{n}} + \frac{1}{n} \right)^{6n} - \frac{\sqrt{n^2 + 1}}{n - 3} \right] n^2.$$

Svolgimento:

Esercizio B3. [punti 8] Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \arctan\left(\frac{x^2 - 6}{|x| - \sqrt{5}}\right) - |x|$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, punti di massimo/minimo relativo, intervalli di crescita o decrescenza. Studiare il comportamento della funzione negli eventuali punti di non derivabilità. **Non** è richiesto lo studio di f'' .

Svolgimento:

Esercizio B4. [punti 6] Calcolare l'integrale

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \sin(2x) \log(1 - \cos x) dx .$$

Svolgimento:

Esercizio B5. [punti 5] Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{x(x+2)(y-4)}{1+x^2} \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Svolgimento:

Università di Roma “Tor Vergata” – Corso di Laurea in Ingegneria
Analisi Matematica I – Prova scritta del 17/02/2020

Cognome: (in STAMPATELLO)
Nome: (in STAMPATELLO)
Matricola:
Titolare del corso:
Esame orale:

Esercizio	Punteggio
1	
2	
3	
4	
5	
Totale	

C

Esercizio C1. [punti 4] Studiare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\log(1 - \sin x)}{|\sin(2x)|^\alpha} dx.$$

Svolgimento:

Esercizio C2. [punti 7] Calcolare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(e^{-\frac{1}{n}} + \frac{1}{n} \right)^{-2n} - \frac{\sqrt{n^2 + 1}}{n + 1} \right] n^2.$$

Svolgimento:

Esercizio C3. [punti 8] Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \arctan\left(\frac{x^2 - 4}{|x| - \sqrt{3}}\right) - |x|$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, punti di massimo/minimo relativo, intervalli di crescita o decrescenza. Studiare il comportamento della funzione negli eventuali punti di non derivabilità. **Non** è richiesto lo studio di f'' .

Svolgimento:

Esercizio C4. [punti 6] Calcolare l'integrale

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(2x) \log(1 - \sin x) dx .$$

Svolgimento:

Esercizio C5. [punti 5] Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{x(x+2)(y-4)}{1+x^2} \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

Svolgimento:

Università di Roma “Tor Vergata” – Corso di Laurea in Ingegneria
Analisi Matematica I – Prova scritta del 17/02/2020

Cognome: (in STAMPATELLO)
Nome: (in STAMPATELLO)
Matricola:
Titolare del corso:
Esame orale:

Esercizio	Punteggio
1	
2	
3	
4	
5	
Totale	

D

Esercizio D1. [punti 4] Studiare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_{-\pi/2}^0 \frac{\log(1 + \sin x)}{|\sin(2x)|^\alpha} dx.$$

Svolgimento:

Esercizio D2. [punti 7] Calcolare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(e^{-\frac{1}{n}} + \frac{1}{n} \right)^{2n} - \frac{\sqrt{n^2 + 1}}{n - 1} \right] n^2.$$

Svolgimento:

Esercizio D3. [punti 8] Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \arctan\left(\frac{x^2 - 3}{|x| - \sqrt{2}}\right) - |x|$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, punti di massimo/minimo relativo, intervalli di crescita o decrescenza. Studiare il comportamento della funzione negli eventuali punti di non derivabilità. **Non** è richiesto lo studio di f'' .

Svolgimento:

Esercizio D4. [punti 6] Calcolare l'integrale

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \sin(2x) \log(1 + \sin x) dx .$$

Svolgimento:

Esercizio D5. [punti 5] Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{x(x+2)(y-5)}{1+x^2} \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

Svolgimento: