Analisi Matematica I
Equazioni differenziali

Esercizio 1. Determinare la soluzione dei seguenti problemi di Cauchy con equazione differenziale del primo ordine, a variabili separabili

(1) $\begin{cases} y' = y^{2/3} \\ y(0) = 1 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} y' = 8ty + t \\ y(1) = \frac{7}{8} \end{cases}$

(3) $\begin{cases} y' = -\frac{y}{t} + \frac{1}{t} \\ y(1) = 2, \text{oppure } y(1) = 1 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} y' = \frac{y+1}{\sqrt{t}} \\ y(1) = 1, \text{oppure } y(1) = -1 \end{cases}$

(5) $\begin{cases} y' = 2ty^2 \\ y(0) = -1, \text{oppure } y(0) = 0 \end{cases}$

(6) $\begin{cases} y' = \frac{t}{y} \\ y(0) = -1 \end{cases}$

(7) $\begin{cases} y' = \frac{1+y^2}{2t^2 y} \\ y(1) = -1, \text{oppure } y(1) = 1 \end{cases}$

(8) $\begin{cases} y' = \frac{1+y^2}{t^2} \\ y(-1) = 1, \text{oppure } y(1) = -1 \end{cases}$

(9) $\begin{cases} y' = \frac{(t-1)y}{(t+1)(t^2+1)} \\ y(0) = -1 \end{cases}$

(10) $\begin{cases} y' = 2t\sqrt{1-y^2} \\ y(0) = 0 \end{cases}$

(11) $\begin{cases} y' = \frac{y \log y}{t} \\ y(1) = e, \text{oppure } y(1) = 1 \end{cases}$

(12) $\begin{cases} y' = (y+1)\cos t \\ y(0) = 1, \text{oppure } y(0) = -1 \end{cases}$

(13) $\begin{cases} y' = \cos^2 y \\ y(0) = \frac{\pi}{4}, \text{oppure } y(0) = \frac{\pi}{2}, \text{oppure } y(0) = \pi \end{cases}$

(14) $\begin{cases} y' = \frac{1}{y \operatorname{tg} t} \\ y(-\frac{\pi}{6}) = -1, \text{oppure } y(-\frac{\pi}{6}) = 1 \end{cases}$

(15) $\begin{cases} y' = \sqrt{\frac{y}{t}}\,\sin\sqrt{t} \\ y(\frac{\pi^2}{4}) = 1, \text{oppure } y(\frac{\pi^2}{4}) = 0 \end{cases}$

(16) $\begin{cases} y' = \sqrt{yt} \\ y(0) = 1 \end{cases}$

(17) $\begin{cases} y' = y^{2/3}\sqrt{1-t^2} \\ y(0) = 1 \end{cases}$

Esercizio 2. Determinare la soluzione dei seguenti problemi di Cauchy con equazione differenziale lineare del primo ordine

(1) $\begin{cases} y' = y + t \\ y(1) = e - 2 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} y' = \frac{y}{t} + t^2 e^t \\ y(1) = -1 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} y' = \frac{1-t^4}{t}\,y + t^4 \\ y(2) = -2 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} y' = -\frac{2}{t}\,y + \frac{1}{t+1} \\ y(1) = 3 \end{cases}$

(5) $\begin{cases} y' = -\frac{2}{t+1}\,y + \frac{1}{t} \\ y(1) = -\frac{3}{8} \end{cases}$

(6) $\begin{cases} y' = \frac{2y}{t} + \frac{t+1}{t} \\ y(1) = 3 \end{cases}$

(7) $\begin{cases} y' = \frac{t-1}{t}\,y + t^2 \\ y(1) = 0 \end{cases}$

(8) $\begin{cases} y' = \frac{y}{t(1+t^2)} + \frac{\sqrt{t^2+1}}{t} \\ y(2) = 0 \end{cases}$

(9) $\begin{cases} y' = \frac{y+t}{\sqrt{t}} \\ y(1) = \frac{1}{2} \end{cases}$

(10) $\begin{cases} y' = -\frac{y}{2t} + \sqrt{t} \\ y(1) = 0 \end{cases}$

(11) $\begin{cases} y' = \frac{y}{t\log t} + \frac{1}{t} \\ y(e) = 1 \end{cases}$

(12) $\begin{cases} y' = (y + \cos^2 t)\sin t \\ y(\frac{\pi}{2}) = 1 \end{cases}$

(13) $\begin{cases} y' = y \ \mathrm{tg}\, t + \sin t \\ y(0) = 2 \end{cases}$

(14) $\begin{cases} y' = \frac{y}{\mathrm{tg}\, t} + \sin t \\ y(\frac{\pi}{6}) = 1 \end{cases}$

Esercizio 3. Determinare la soluzione dei seguenti problemi di Cauchy con equazione differenziale lineare a coefficienti costanti

(1) $y'' - 5y' + 4y = 0,\ y(0) = 1,\ y'(0) = -1,$

(2) $y'' + 4y = 0,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 2,$

(3) $y'' + 2y' = 0,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 0,$

(4) $y'' - y' - 6y = -e^{4t} + 6,\ y(0) = 0,\ y'(0) = \dfrac{1}{3},$

(5) $y'' + 3y' - 4y = 4 + 17 \sin t,\ y(0) = -\dfrac{1}{2},\ y'(0) = \dfrac{1}{2},$

(6) $y'' + y = \sin 2t,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 0,$

(7) $y'' + 2y' + 5y = e^{-t},\ y(0) = 1,\ y'(0) = 0,$

(8) $y'' + 2y' + y = e^{t},\ y(0) = 1,\ y'(0) = 0,$

(9) $y'' + 3y' + 2y = e^{-t},\ y(0) = -\dfrac{1}{2},\ y'(0) = \dfrac{1}{2},$

(10) $y'' - y' = t,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 1,$

(11) $y'' - 2y' = e^{2t} + t - 1,\ y(0) = 0,\ y'(0) = \dfrac{1}{4},$

(12) $y'' = t^2,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 1,$

(13) $y'' + y = \sin t,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 0,$

(14) $y'' + 2y' + y = te^{-t},\ y(0) = -\dfrac{1}{2},\ y'(0) = -\dfrac{1}{2},$

(15) $y'' + 2y' + 5y = e^{-t} \cos 2t,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 0,$

(16) $y''' - y' = 0,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 1,\ y''(0) = 1,$

(17) $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 0,\ y''(0) = 2,$

(18) $y''' + y'' - 2y = 5e^{t},\ y(0) = 1,\ y'(0) = 1,\ y''(0) = 0,$

(19) $y^{(4)} - 4y'' = 8,\ y(0) = 2,\ y'(0) = 1,\ y''(0) = 5,\ y'''(0) = 2,$

(20) $y^{(4)} + 2y'' + y = 1,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 1,\ y''(0) = 1,\ y'''(0) = 1,$