CORSO DI ANALISI MATEMATICA I A.A. 2020/2021
CORSI DI LAUREA IN INGEGNERIA
CANALE E-LI
PROF. D. BARTOLUCCI
ELENCO DELLE PRINCIPALI DEFINIZIONI E DIMOSTRAZIONI

- $\sqrt{2} \neq \mathbb{Q}$, $\log_3(2) \neq \mathbb{Q}$;
- Insiemi numerici superiormente/inferiormente limitati/illimitati: definizione e caratterizzazione (con "M");
- Estremo superiore/inferiore di un insieme numerico: definizione e caratterizzazione (con "ε");
- Teorema di completezza di $\mathbb{R}$. Definizione di $\sqrt{3}$;
- Funzioni reali superiormente/inferiormente limitate/illimitate;
- Estremo superiore/inferiore, massimo/minimo di una funzione reale;
- Funzioni monotone;
- Teorema di monotonia della funzione composta;
- Funzione modulo; $|x+y| \leq |x|+|y|$, $\forall\ x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$;
- $|x+y| \leq |x|+|y| \implies ||x|-|y|| \leq |x-y|$, $\forall\ x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$;
- Principio di induzione;
- Disuguaglianza di Bernoulli;
- Numeri fattoriali e permutazioni di n elementi; coefficenti binomiali e disposizioni di n elementi di classe k, $k \in \{1, \cdots n\}$;
- Formula del binomio di Newton (Dimostrazione Facoltativa);
- $\binom{n+1}{k} = \binom{n}{k-1} + \binom{n}{k}$;
- Limiti di successioni: definizione di $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = L,\ L \in \overline{\mathbb{R}}$;
- Limiti di successioni: Teorema di unicità del limite;
  $L_1 \in \mathbb{R},\ L_2 \in \mathbb{R},\ a_n \to L_1, a_n \to L_2 \implies L_1 = L_2$;
- il limite di $a_n = (-1)^n$ non esiste: dimostrazione;
- $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$, $a_n \to a$, $b_n \to b \implies a_n + b_n \to a+b$;
- $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$, $a_n \to a$, $b_n \to b \implies a_n b_n \to ab$;
- $a > 1 \implies \frac{a^n}{n} \to +\infty$; $a > 1, \alpha > 0 \implies \frac{a^n}{n^\alpha} \to +\infty$;
- $a > 1 \implies \frac{n}{\log_a(n)} \to +\infty$;
- $\frac{n!}{5^n} \to +\infty$; $\frac{n^n}{n!} \to +\infty$;
- Teoremi di permanenza del segno e di confronto per limiti di successioni;
- Teorema di Regolarità delle successioni monotone;
- $a_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n$, $n \in \mathbb{N}$, è strettamente crescente. Definizione del numero di Nepero;
- $a \in (0,+\infty) \setminus \{1\}$ e $b_n \to b \in \mathbb{R} \implies a^{b_n} \to a^b$;
- $a > 1$ e $b_n \to -\infty \implies a^{b_n} \to 0$;
- $a_n \to 0$, $a_n > 0$ definitivamente $\implies \log(a_n) \to -\infty$;
- Successioni regolari. Teorema: regolarità e sottosuccessioni (Dimostrazione Facoltativa);
  il limite di $a_n = (-1)^n$ non esiste: seconda dimostrazione;
- Funzioni iniettive/suriettive. Corrispondenza biunivoca. Insiemi equivalenti, insiemi finiti, infiniti, numerabili;
- Teorema di Bolzano-Weierstrass;
- Punti di accumulazione, punti isolati, punti interni, punti di frontiera, insiemi chiusi, insiemi aperti, intorni;
- Limiti di funzioni: definizione per successioni e per intorni;

- Asinoti orizzontali. Asintoto verticale;
- Teorema di equivalenza delle due definizioni di limite di funzione (Dimostrazione facoltativa);
- Limiti di funzioni $\lim_{x\to x_0} f(x) = L,\ L \in \overline{\mathbb{R}}$: definizione e caratterizzazione (con "ε e δ");
- Definizione di $\lim_{x\to x_0} f(x) = L^+(L^-),\ L \in \mathbb{R}$: definizione e caratterizzazione (con "ε e δ");
- Definizione di $\lim_{x\to x_0^\pm} f(x) = L,\ L \in \overline{\mathbb{R}}$: definizione e caratterizzazione (con "ε e δ");
- $g(x) \to 0^+$, $x \to x_0 \implies \frac{1}{g(x)} \to +\infty$, $x \to x_0$;
- Funzioni continue: definizione e caratterizzazione (con "ε e δ");
- Definizioni ed esempi di discontinuità eliminabili e di 1^a specie;
- Discontinuità di 2^a specie: il $\lim_{x\to 0^+} \sin(\frac{1}{x})$ non esiste;
- Dimostrazione della indentità $0,\overline{9} = 1$;
- Dimostrazione della continuità di $\sin(x)$, $\cos(x)$, $\tan(x)$;
- Limiti notevoli per $x \to 0$: $\frac{\sin(x)}{x}$, $\frac{1-\cos(x)}{x^2}$, $(1+x)^{\frac{1}{x}}$, $\frac{\log(1+x)}{x}$, $\frac{e^x-1}{x}$, $\frac{(1+x)^\alpha-1}{x}$, $\alpha \neq 0$;
- Confronto tra infinitesimi e infiniti: la notazione o-piccolo;
- Asintoto obliquo;
- La funzione inversa. Funzioni circolari, iperboliche e loro inverse;
- Teorema degli zeri (o dei valori intermedi);
- Sia $I \subseteq \mathbb{R}$ un intervallo. Se $f : I \to \mathbb{R}$ è continua allora $Im(f)$ è un intervallo;
- Teorema di Weierstrass;
- Teorema di continuità della funzione inversa;
- Rapporto incrementale. Monotonia e segno del rapporto incrementale;
- Derivata di una funzione di una variabile reale;
- Differenziabilità di una funzione di una variabile reale. Retta tangente al grafico;
- Equivalenza tra derivabilità e differenziabilità;
- Derivate delle funzioni elementari x^α, e^x, $\cos x$;
- Derivata del prodotto e della funzione composta;
- Derivata della funzione inversa;
- Teoremi di Fermat, Rolle e Lagrange;
- Caratterizzazione delle funzioni derivabili costanti su di un intervallo;
- Teorema di continuità della derivata prima;
- Derivate e monotonia;
- Derivate, monotonia e minimi/massimi locali;
- Funzioni convesse: rette secanti;
- Funzioni derivabili convesse: rette tangenti, monotonia della derivata prima;
- Convessità e segno della derivata seconda. Flessi;
- Teorema di Cauchy, Teorema di L'Hopital (dimostrazione solo nel caso $f(x) \to 0$, $g(x) \to 0$);
- Il Polinomio di Taylor: Teorema di Peano (dimostrazione nel caso $n + 1 = 3$);
- Il Polinomio di Taylor: Teorema di caratterizzazione dei punti di massimo/minimo locale;
- Formula del Polinomio di Taylor con il resto di Lagrange (senza dimostrazione);
- Funzione primitiva;
- Somme di Riemann superiori e inferiori: definizioni e prime proprietà;
- Partizioni più fini e monotonia delle somme di Riemann;
- Definizione dell' Integrale di Riemann;
- Teorema della media integrale;
- Teorema fondamentale del calcolo integrale;
- Formula fondamentale del calcolo integrale;
- Formule di integrazione per sostituzione e per parti;
- Continuità uniforme. Teorema di Heine-Cantor;
- Integrabilità delle funzioni continue;
- Integrali impropri convergenti/divergenti. Criterio del confronto;
- Criterio del confronto asintotico. Convergenza assoluta degli integrali impropri;

- Rappresentazione cartesiana e trigonometrica di un numero complesso;
- Radice n-esima di un numero complesso. Teorema fondamentale dell'algebra;
- Soluzione delle equazioni di secondo grado nel campo complesso.