

26-8-20B.

(1) **AAA2**

In uno spazio vettoriale V di dimensione 4 siano $\{u, v, w\}$ vettori linearmente indipendenti. Si considerino i sottospazi vettoriali $U := \text{Span}\{u + v, u - v\}$, $W := \text{Span}\{w\}$.

- (a) $\dim(U + W) = 3$, (50%)
- (b) $U \cap W$ contiene i vettori u, v, w (-50%)
- (c) Una base di $U + W$ è data da $\{u, v, w\}$, (50%)
- (d) Una base di $U + W$ è data dai vettori $u, v, u - v, w$. (-50%)

(2) **BBB2**

Al variare del parametro reale a si consideri il sistema lineare a coefficienti

$$\text{reali } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - ax_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + ax_4 = 2 \end{cases}$$

- (a) Tale sistema è compatibile per ogni valore di a . (50%)
- (b) Per $a = 0$ l'insieme delle soluzioni di tale sistema consiste di una retta di \mathbb{R}^4 . (-50%)
- (c) Per $a = -1$, il sistema ammette una ed una sola soluzione. (-50%)
- (d) Dati due punti distinti di \mathbb{R}^4 i cui vettori delle coordinate nella base canonica sono soluzioni del sistema, la retta che li congiunge è formata da tutti i punti i cui vettori delle coordinate nella base canonica sono soluzioni del sistema. (50%)

(3) **CCC2**

Sia β la base di \mathbb{R}^3 data da $\beta = (1, 1, 1), (1, 0, -1), (1, -2, 1)$, sia $L : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ una applicazione lineare tale che la matrice associata ad L rispetto alla base β in partenza e β in arrivo sia

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 3 \\ 0 & 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

- (a) L'applicazione L è una applicazione lineare simmetrica rispetto al prodotto scalare canonico di \mathbb{R}^3 (-50%)
- (b) L'applicazione L è diagonalizzabile (50%)
- (c) L'applicazione L è una isometria (-50%)
- (d) Il vettore $(3, -3, 0)$ appartiene all'immagine di L (50%)

(4) **DDD2**

Sia data una conica di equazione $X^t A X + X^t b + c = 0$

- (a) Se $\det(A) = 0$ la conica è una parabola (-50%)
- (b) Se $\det(A) = 0$ la conica è degenera (-50%)
- (c) Se $\det(A) = 0$ e la conica è non degenera, allora la conica è una parabola (50%)
- (d) Se la conica è non degenera e $\det(A) < 0$, allora la conica è una iperbole. (50%)

(5) **EEE2**

Quali di queste frasi potrebbero continuare mantenendosi matematicamente corrette ?

- (a) Siano dati i vettori v_1, v_2, v_3, v_4 generatori di \mathbb{R}^5 ... (-50%)
- (b) Siano dati i vettori v_1, v_2, v_3, v_4 linearmente indipendenti in \mathbb{R}^5 ... (50%)

2

- (c) Siano dati i vettori $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6$ linearmente indipendenti di $\mathbb{R}^5 \dots$ (-50%)
- (d) Siano dati i vettori $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6$ generatori di $\mathbb{R}^5 \dots$ (50%)