

# Programma del corso di Geometria 2 per ingegneria meccanica

Trapani primo semestre anno accademico 2014-15

January 13, 2015

## 1

Richiami di algebra lineare, spazi vettoriali astratti sul campo reale, nozione di prodotto scalare in uno spazio vettoriale reale, prodotti scalari definiti positivi, disuguaglianza di Schwarz, nozione di lunghezza di un vettore, di distanza tra vettori e di angolo compreso tra vettori, prodotti vettoriali in  $R^3$  e sue principali proprietà, basi ortonormali, procedimento di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt. Sottospazio ortogonale ad un sottospazio vettoriale dato e sua dimensione. Orientazione in uno spazio vettoriale reale. Sottospazi affini in  $R^n$ , proiezione ortogonale di un punto su un sottospazio affine e su un sottospazio vettoriale di  $R^n$ . Matrici ortogonali. Dimostrazione che ogni trasformazione di  $R^n$  in se che conservi le distanze e' la composizione di una trasformazione ortogonale con una traslazione. Classificazione delle trasformazioni ortogonali in  $R^2$  ed  $R^3$ . Operatori lineari simmetrici in uno spazio vettoriale reale con prodotto scalare definito positivo, dimostrazione del teorema spettrale (dando per buono il fatto che gli operatori lineari simmetrici hanno tutti autovalori reali). Forme bilineari simmetriche e matrici ad esse associate rispetto ad una fissata base, cambiamenti di base, segnatura di una forma bilineare simmetrica. Teorema di Sylvester (senza dimostrazione). Coniche e loro riduzione in forma canonica affine e metrica, descrizione delle coniche attraverso i loro invarianti, (segnatura e rango della matrice completa e della matrice della parte quadratica). Teorema dei segni di Cartesio (senza dimostrazione). Elenco delle varie coniche in forma canonica metrica. Descrizione delle coniche non degeneri come luoghi geometrici. Eccentricita' di una conica e descrizione delle coniche non degeneri in coordinate polari. Cenno al moto dei pianeti su orbite che sono coniche. Quadriche e loro riduzione in forma canonica affine e metrica, descrizione delle quadriche attraverso i loro invarianti, (segnatura e rango della matrice completa e della matrice della parte quadratica). Elenco delle varie quadriche in forma canonica metrica. Curve regolari, parametrizzazione per lunghezza d'arco, cambiamenti di parametro ammissibili, curvatura di una curva piana regolare, formule di Frenet per curve piane, comportamento della curvatura per cambiamenti di parametro e per isometrie del piano, Curve biregolari, parametrizzazione per lunghezza d'arco, cambiamenti di parametro ammissibili, curvatura e torsione di una curva biregolare nello spazio a tre dimensioni, formule di Frenet per curve nello spazio, comportamento della curvatura e della torsione per cambiamenti di parametro e per isometrie dello spazio, formule per la curvatura e la torsione di

curve non necessariamente paramerizzate per lunghezza d'arco, sviluppo di Taylor di una curva rispetto al triedro di Frenet in un punto fissato, piano osculatore e circonferenza osculatrice e loro interpretazione geometrica come piani e circonferenze approssimanti la curva. Curve date in forma implicita. Superfici regolari in  $R^3$  loro rappresentazioni parametriche e cartesiane, proiezione stereografica, rappresentazione parametrica e cartesiana della sfera. l'esempio delle quadriche, piano tangente, superfici rigate e sviluppabili, superfici tangenti ad una curva, l'involuta e l'evoluta , il profilo dei denti di un ingranaggio. Prima e seconda forma fondamentale, curvatura.

Alcuni testi suggeriti sono:

Silvana Abeasis

Elementi di Algebra Lineare e Geometria e Complementi di Algebra Lineare e Geometria (di quest'ultimo solo capitoli 1 e 3 e' utile guardare il capitolo 2) Zanichelli  
alcune dispense reperibili sulla pagina web di Trapani Sito di Eleonora Ciriza, Sito di Gianbattista Marini, Sito di Antonio Rapagnetta. Altro materiale utile e' reperibile sulle pagine web degli scorsi anni: Sito di Giuseppe Pareschi , Sito di Laura Geatti .

Geometria Differenziale: M. Do Carmo: "Differential Geometry of curves and surfaces", Prentice Hall 1976. M. Abate, F. Tovena: "Curve e superfici", Universitext, Springer 2006, A. Presley: "Elementary Differential Geometry", Springer Undergraduate Mathematics Series, Springer 2001. G. Campanella: "Curve e Superfici Differenziabili: esercizi svolti", Aracne Editrice, 2000 (all'inizio di ogni capitolo vengono richiamati gli argomenti di teoria relativi agli esercizi proposti).