

# Programma del corso di Geometria-Ingegneria Civile e Ambientale

Trapani - anno accademico 2017-18

June 26, 2018

## 1

Richiami di geometria, somma di vettori e moltiplicazioni per scalari, in termini di coordinate e in termini geometrici (regola del parallelogramma) equazioni parametriche e cartesiane di rette e piani in  $R^2$  ed  $R^3$ , nozione di sottospazio vettoriale e di sottospazio affine di  $R^n$  (inteso come il traslato di un sottospazio vettoriale). Spazi vettoriali, basi, sottospazi dimensione. Prodotto scalare canonico in  $R^n$ , angoli tra vettori e disuguaglianza di Schwartz. Prodotto vettoriale di vettori in  $R^3$ .

Sistemi di equazioni lineari, sistemi a scala, risoluzione di un sistema a scala e riduzione a scala di un sistema qualunque (Eliminazione di Gauss).

Matrici ed operazioni tra di esse, eliminazione di Gauss e rango di una matrice, rango per righe, rango per colonne e loro uguaglianza. Matrici invertibili e calcolo dell'inversa di una matrice attraverso l'eliminazione di Gauss. Sistemi lineari e loro soluzione, il Teorema di Rochet-Capelli. Dimensione dello spazio affine delle soluzioni di un sistema lineare compatibile. Passaggio da equazioni parametriche a cartesiane e viceversa per rette e piani.

Determinanti, principali proprietà (alternanza, multilinearità, valore sulla matrice identica). Determinante di un prodotto, determinante della matrice trasposta. Regola di Laplace per il calcolo del determinante.

Una matrice quadrata è invertibile se e solo se il suo determinante è diverso da zero. Matrici invertibili e calcolo dell'inversa con l'uso del determinante.

Per la parte del programma riguardante i determinanti non sono richieste dimostrazioni.

Spazi vettoriali astratti, generatori, basi dimensioni, sottospazi vettoriali.

Somma e somma diretta di sottospazi vettoriali. Teorema di Grassmann.

Sottospazio ortogonale ad un sottospazio vettoriale di  $R^n$  con il prodotto scalare canonico. Proiezione ortogonale. Ortonormalizzazione di Gram-Schmidt.

Applicazioni Lineari Definizione di applicazioni lineari, matrice associata ad una applicazione lineare data una coppia di basi.

Cambiamento di base

Il concetto di autovettore e di autovalore. Polinomio caratteristico, calcolo degli autovalori e di una base di autovettori per ogni autospazio.

Matrici diagonalizzabili, criterio di diagonalizzabilità di una matrice, esempi di matrici diagonalizzabili e non diagonalizzabili sui reali e sui complessi.

Teorema spettrale (diagonalizzabilità sui reali di matrici simmetriche reali mediante base ortonormale). Determinazione di una base ortonormale che diagonalizza una matrice simmetrica reale.

Definizione di matrici ortogonali e primi esempi, teorema spettrale in forma di coniugazione mediante matrici ortogonali.

Cenni sulle coniche e sul metodo per trasformare una conica qualunque in una conica in forma canonica metrica mediante un movimento rigido (trasformazione ortogonale e traslazione).

Il testo di Riferimento è

Silvana Abeasis

Elementi di algebra lineare e geometria

Zanichelli