

Programma del corso di Topologia Algebrica

Trapani anno accademico 2011-2012

June 13, 2012

1 Gruppo fondamentale

Richiami sulla definizione e le principali proprietà del gruppo fondamentale di uno spazio topologico. Enunciato del teorema di Seifer Van Kampen (senza dimostrazione)

2 Rivestimenti

Definizione ed alcuni esempi di rivestimento

proprietà di sollevamento di cammini e di omotopie attraverso un rivestimento

Sollevamento di mappe arbitrarie attraverso un rivestimento

relazioni tra rivestimenti e gruppo fondamentale

Rivestimenti regolari e gruppo degli isomorfismi di rivestimento per rivestimenti regolari. Azioni libere e propriamente discontinue di gruppi discreti e rivestimenti regolari.

La successione esatta che coinvolge i gruppi fondamentali e il gruppo degli isomorfismi di rivestimento per un rivestimento regolare.

Teorema di esistenza e unicità del rivestimento universale (senza dimostrazione)

Corrispondenza tra rivestimenti e classi di coniugio di sottogruppi del gruppo fondamentale.

3 Omologia a coefficienti \mathbb{Z}

Motivazioni intuitive per l'introduzione dell'omologia

Definizione dei gruppi di omologia singolare cubici

L'omomorfismo indotto da una mappa continua

invarianza per omotopia della mappa indotta

Equivalenza omotopica e retratti di deformazione

La successione esatta di omologia di una coppia Enunciato del Teorema 6.4 capitolo VII di [1] senza dimostrazione Proprietà di Escissione

Gruppi di omologia di palle chiuse e di sfere

Teorema del punto fisso di Brouwer

Non esistenza di campi vettoriali continui mai nulli tangenti a sfere di dimensione pari

Successione esatta di Mayer-Vietoris

Il teorema di separazione di Jordan-Brouwer
 Il teorema di invarianza del dominio
 Omologia dei grafi
 Omologia delle superfici compatte
 Relazione tra gruppo fondamentale e primo gruppo di omologia (Enunciato del Lemma 7.2 capitolo VII di [1] senza dimostrazione)

4 Cenni sull'omologia a coefficienti in un gruppo abeliano arbitrario

Complessi di catene e mappe di catene
 Successioni esatte di complessi di catene
 Definizione dell'omologia a coefficienti in un gruppo abeliano
 Enunciato delle principali proprietà del funtore Tor (senza dimostrazione)
 Enunciato del teorema dei coefficienti universali in omologia (senza dimostrazione)
 Enunciato della formula per il calcolo dei gruppi di omologia di uno spazio prodotto (senza dimostrazione)

5 Cenni sui gruppi di coomologia

Definizione dei complessi di cocatene e dei gruppi di coomologia
 Enunciato delle principali proprietà del funtore Ext (senza dimostrazione)
 Enunciato del teorema dei coefficienti universali in coomologia (senza dimostrazione)
 Successione esatta della coppia in coomologia (senza dimostrazione)
 Proprietà di Escissione e successione di Mayer-Vietori in coomologia (senza dimostrazione)
 definizione assiomatica (attraverso l'enunciato senza dimostrazione di alcune proprietà) del prodotto cup e cap in omologia e coomologia
 Enunciato senza dimostrazione delle proprietà del prodotto cup nello spazio proiettivo
 teorema di Borsuk-Ulam con dimostrazione (cioè il teorema che dice che non esistono mappe continue da S^n in S^{n-1}) che commutano con la mappa antipodale).

6 Dualità di Poincaré

Nozione di varietà orientabili ed enunciato del teorema di dualità di Poincaré, enunciato del teorema di dualità di Poincaré per varietà non orientabili per omologia e coomologia a coefficienti $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ (senza dimostrazione).
 Conseguenze dei teoremi di dualità di Poincaré.

7 Cenni sui gruppi di omotopia superiore

Definizione dei gruppi di omotopia superiore

successione esatta di omotopia associata ad una fibrazione localmente banale
(senza dimostrazione)

esempi di applicazione della successione esatta di omotopia

(Nella parte sui gruppi di omotopia superiore ho seguito la referenza [2])

8 Suggerimenti bibliografici

[1] William S. Massey

A basic course in algebraic topology Springer-Verlag

[2] capitolo sull'omotopia delle dispense di geometria 4 del professor Mauro Nacinovich disponibili sulla sua pagina web