

Scritto11-09-2020A.

(1) **A1**

Nello spazio euclideo \mathbb{R}^2 siano dati i punti A , B e C di coordinate rispettivamente $(1, 1)$, $(1, 3)$, $(0, 4)$, sia T il triangolo di vertici A, B, C allora l'area di T e'

- (a) 2 (-50%)
- (b) 1 (50%)
- (c) 4 (-50%)
- (d) strettamente piu' piccola di $3/2$ (50%)

(2) **A2**

Sia A una matrice ortogonale (reale) $n \times n$, sia $\langle \rangle$ il prodotto scalare canonico di \mathbb{R}^n , allora per ogni coppia di vettori X ed Y in \mathbb{R}^n quale tra le seguenti equazioni e' sempre vera:

- (a) $\langle AX, AY \rangle = \langle X, Y \rangle$ (50%)
- (b) $\langle AX, Y \rangle = \langle X, AY \rangle$ (-50%)
- (c) $\|AX\| = \|X\|, \|AY\| = \|Y\|$ (50%)
- (d) La matrice A e' sempre diagonalizzabile su \mathbb{R} . (-50%)

(3) **A3**

Sia V uno spazio vettoriale reale di dimensione finita n con un prodotto scalare $\langle \rangle$ definito positivo, sia $T : V \rightarrow V$ una applicazione lineare simmetrica, quale delle seguenti affermazioni e' corretta:

- (a) $Imm(T) \subseteq Ker(T)^\perp$ (50%)
- (b) $Ker(T)^\perp \oplus Imm(T) = V$ (-50%)
- (c) $Ker(T)^\perp \cap Imm(T) = 0$ (-50%)
- (d) $Ker(T)^\perp = Imm(T)$ (50%)

(4) **A4**

- (a) Se A e B sono matrici invertibili la matrice $A+B$ e' invertibile (-50%)
- (b) Se A e B sono matrici invertibili la matrice AB e' invertibile (50%)
- (c) Se A e B sono matrici invertibili la matrice A^{-1} e' invertibile (50%)
- (d) Se A e B sono matrici invertibili la matrice $A-B^{-1}$ e' invertibile (-50%)

(5) **A5**

Siano V_1, V_2, V_3 sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V di dimensione n , quali delle seguenti affermazioni sono corrette:

- (a) Se $V_1 \cap V_2 = 0, V_1 \cap V_3 = 0$ e $V_2 \cap V_3 = 0$ allora

$$V_1 + V_2 + V_3 = V_1 \oplus V_2 \oplus V_3.$$

(-50%)

- (b) Se $dimV_1 + dimV_2 + dimV_3 = dimV$ allora $V_1 \oplus V_2 \oplus V_3 = V$ (-50%)
- (c) Se $dimV_1 + dimV_2 = dim(V_1 + V_2)$ allora $V_1 \oplus V_2 = V_1 + V_2$ (50%)
- (d) Se $V_1 \oplus V_2 \oplus V_3 = V_1 + V_2 + V_3$ allora

$$dimV_1 + dimV_2 + dimV_3 = dim(V_1 + V_2 + V_3).$$

(50%)