

- 15.1) In \mathbf{R}^5 , con prodotto scalare standard, considera i vettori $\mathbf{v}_1(4, -1, 0, 1, -1)$ e $\mathbf{v}_2(1, 0, 3, -1, 1)$.
- Calcola il prodotto scalare $\mathbf{v}_1 \times t\mathbf{v}_2$.
 - Decomponi \mathbf{v}_2 come somma di due vettori \mathbf{u} e \mathbf{u}' , con \mathbf{u} proporzionale a \mathbf{v}_1 e \mathbf{u}' ortogonale a \mathbf{v}_1 .
 - Determina una base ortonormale del sottospazio W generato da \mathbf{v}_1 e \mathbf{v}_2 .
 - Calcola la dimensione e una base del sottospazio ortogonale a \mathbf{v}_1 .
 - Calcola la dimensione e una base del sottospazio ortogonale al sottospazio W generato da \mathbf{v}_1 e \mathbf{v}_2 .
- 15.2) In uno spazio euclideo di dimensione 4, sia fissato un sistema di riferimento monometrico ortonormale. Considera i punti $A(1, 1, 0, -1)$, $B(1, 0, 3, 2)$, $C(0, 3, 0, 1)$.
- Determina la distanza $d(A, B)$ tra A e B .
 - Verifica che $d(A, B) + d(B, C) \geq d(A, C)$.
 - Determina l'equazione cartesiana dell'iperpiano H per C e ortogonale a \mathbf{AB} e calcola la distanza tra A e H .
 - Controlla se è parallela ad H la retta r di numeri direttori $(1, 0, 0, 0)$.
 - Determina equazioni cartesiane per un sottospazio S di dimensione 2 e ortogonale al piano α generato da A, B, C . L'intersezione $S \cap \alpha$ può essere vuota?
- 15.3) In uno spazio euclideo di dimensione 3, sia fissato un sistema di riferimento monometrico ortonormale $(O, (\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}))$. Considera il vettore $\mathbf{n} = 2\mathbf{i} - \mathbf{j} + 5\mathbf{k}$ e il punto $Q(3, 0, -2)$.
- Determina l'equazione cartesiana del piano α ortogonale a \mathbf{n} e passante per Q .
 - Controlla se sono ortogonali le rette r passante per Q e parallelo ad \mathbf{n} e la retta s di equazioni $x_1 + x_2 + 3x_3 + 1 = 0$, $2x_2 - x_3 - 5 = 0$.
Determina (se tale retta esiste) equazioni cartesiane per una retta t_1 passante per Q e ortogonale sia a r che a s .
Determina (se tale retta esiste) equazioni parametriche per una retta t_2 incidente sia r che s e ortogonale a \mathbf{i} .
Determina (se tale retta esiste) equazioni cartesiane per una retta t_3 incidente sia r che s e ortogonale sia a r che a s .
 - Determina il prodotto esterno $\mathbf{n} \wedge \mathbf{w}$, ove $\mathbf{w} = 3\mathbf{i} + \mathbf{j} - 2\mathbf{k}$.
 - Determina l'area del parallelogramma di vertici $A(1, 0, 1)$, $B(2, 1, 1)$, $C(-1, 4, 2)$.
- 15.4) In uno spazio euclideo di dimensione 2, sia fissato un sistema di riferimento monometrico ortonormale $(O, (\mathbf{i}, \mathbf{j}))$. Considera la retta r di equazioni parametriche $x_1 = 2 + 2t$, $x_2 = -1 + t$ ($t \in \mathbf{R}$).
- Determina l'equazione cartesiana della retta s passante per $A(3, -7)$ e ortogonale alla retta r .
 - Determina le coordinate della proiezione ortogonale B' di $B(-2, 1)$ su r .