Università degli Studi di Roma Tor Vergata. Corso di Laurea in Matematica.
Geometria 1 a.a. 2013-14 undicesima settimana

11.1) Utilizzando la matrice dei cofattori, calcola l'inversa di ciascuna delle matrici

$$\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

11.2) Utilizzando il metodo di riduzione, calcola l'inversa della matrice

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad [A^{-1} = -\frac{1}{6}\begin{pmatrix} 0 & -3 & -3 \\ -2 & -2 & 0 \\ 0 & 3 & -3 \end{pmatrix}]$$

11.3) Calcola l'inversa della matrice a coefficienti complessi

$$\begin{pmatrix} 2+i & 1 \\ i & 3+2i \end{pmatrix}$$

11.4) Controlla che i seguenti sistemi sono di Cramer e risolvili applicando il teorema di Cramer:

$$\begin{cases} 3x+2y=4 \\ 5x-3y=1 \end{cases} \ (in\, due\, incognite) \qquad \begin{cases} 2x+z=1 \\ y-z=0 \\ x+2y=1 \end{cases} \ (in\, tre\, incognite)$$

11.5) Risolvi il sistema in tre incognite utilizzando i determinanti:

$$\begin{cases} 2x+y-z=0 \\ x-y+z=0 \end{cases}$$

11.6) Nello spazio vettoriale $\mathbf{R}^3$ su $\mathbf{R}$ siano fissati i vettori $\mathbf{w}_1 = (1,3,0)$, $\mathbf{w}_2 = (0,2,-1)$ e sia W il sottospazio generato da $\mathbf{w}_1$ e $\mathbf{w}_2$.

a) Determina una equazione cartesiana per il sottospazio W.

b) Determina i valori reali di a e b reali per i quali il vettore $(2a, b-1, a+1/2)$ appartiene a W

11.7) Nello spazio vettoriale $\mathbf{R}_{\leq 2}$, considera il riferimento $(1, x, x^2)$.

a) In tale riferimento, determina equazioni cartesiane del sottospazio U generato da $p_1 = 2+x$, $p_2 = 1-x+x^2$.

b) In tale riferimento, determina equazioni cartesiane del sottospazio W generato da $q_1 = 2x-x^2$.

11.8) In ciascuna delle matrici, individua una sottomatrice quadrata che abbia lo stesso rango.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & -3 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

11.9) Elenca tutte le sottomatrici quadrate di ordine 3 che contengano come sottomatrice la parte in grassetto.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 4 \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & -1 & 2 \\ \mathbf{2} & \mathbf{0} & 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 & 2 & 3 \\ \mathbf{1} & 2 & 0 & \mathbf{3} & 2 \\ \mathbf{2} & 1 & 7 & \mathbf{-1} & 6 \end{pmatrix}$$