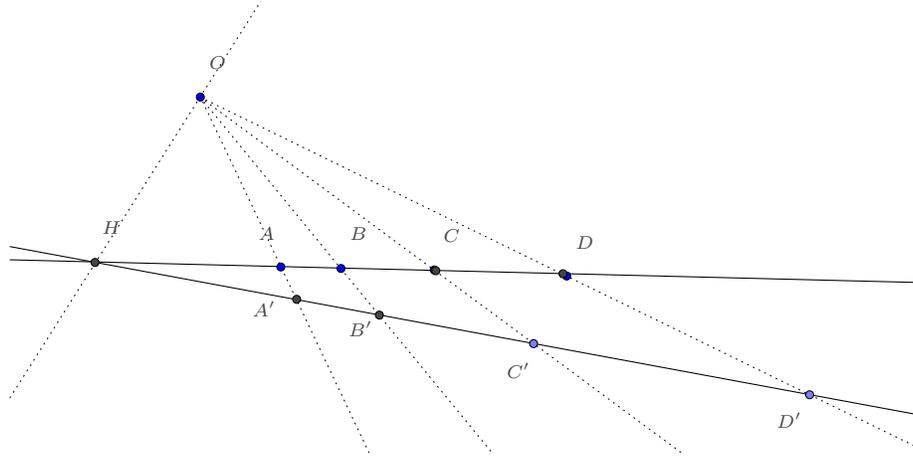
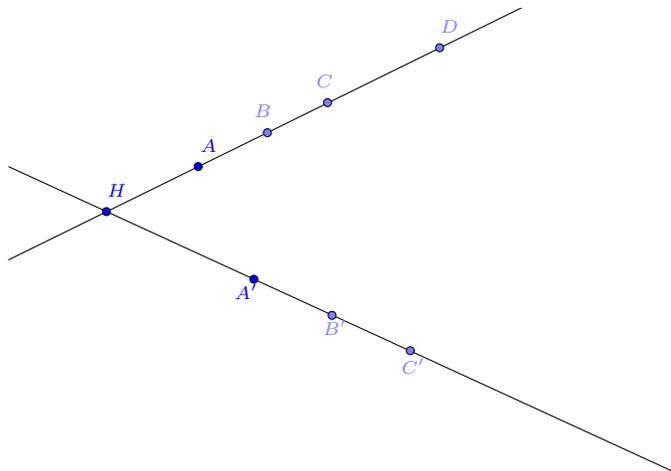


- 10.1) Nel piano euclideo reale, sia fissato un sistema di coordinate (x, y) . Considera l'affinità di equazioni $x' = 3x - 2y + 7, y' = 10x + y - 3$ e descrivi le equazioni della proiettività indotta sul completamento proiettivo.
- 10.2) Nel piano proiettivo numerico reale, considera la proiettività φ del piano in se stesso, di equazioni $\varphi([X_0, X_1, X_2]) = [3X_0, X_0 + X_1 + 4X_2, 2X_0 + 2X_1 + 3X_2]$. Controlla se φ è indotta da una affinità del piano affine (pensato come sottoinsieme attraverso l'inclusione standard).
- 10.3) Siano r e r' due rette distinte nel piano proiettivo. La prospettività di r su r' di centro il punto $O(\notin r \cup r')$ è la proiettività $\varphi_O : r \rightarrow r'$ che coincide con la restrizione a r della proiezione dal punto O su r' , cioè $\varphi_O(P) = (r' \cap (O \vee P)) \forall P \in r$.
- a) L'inversa di una proiettività è a sua volta una prospettività? In caso positivo, quale ne è il centro?
- b) La composizione di prospettività è a sua volta una prospettività?



- 10.4) Siano r e r' due rette distinte nel piano proiettivo, e sia $H = r \cap r'$. Sia fissata una proiettività $\varphi : r \rightarrow r'$ e si denoti con $P' = \varphi(P)$ l'immagine del punto $P (\forall P \in r)$. Siano A, B, C tre punti a due a due distinti di r , chiedendo inoltre che $A \neq H, A' \neq A$. Siano $\tilde{B} = (A \vee B') \cap (A' \vee B), \tilde{C} = (A \vee C') \cap (A' \vee C)$. Lo spazio congiungente $\tilde{r} = \tilde{B} \vee \tilde{C}$ è detto asse di collineazione.
- a) Mostra che $\tilde{B} \neq \tilde{C}$ e \tilde{r} è una retta.
- b) Mostra che la prospettività $\varphi_{A'}$ di r su \tilde{r} di centro A verifica $\varphi_{A'}(B) = \tilde{B}, \varphi_{A'}(C) = \tilde{C}$.
- c) Mostra che φ coincide con la composizione $\varphi_A \circ \varphi_{A'}$ di $\varphi_{A'}$ con la prospettività $\varphi_A : \tilde{r} \rightarrow r'$.
- d) La proiettività può essere rappresentata graficamente. Disegna l'immagine del punto D in figura.



- e) Mostra che φ è una prospettività se e solo se l'asse di collineazione passa per H .
- f) Mostra che ogni proiettività tra rette può essere espressa come composizione di al massimo tre prospettività.