

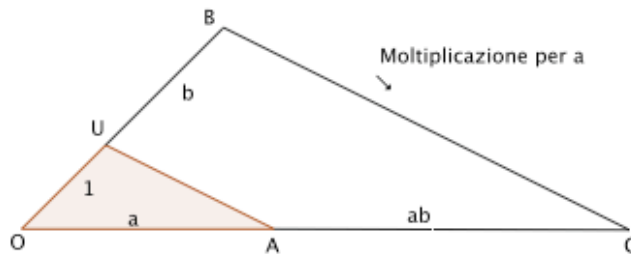
Applicazioni del teorema di Talete

1. Moltiplicazione di segmenti

Nel primo libro degli Elementi, Euclide insegna come sommare e sottrarre tra loro due segmenti. Il Teorema di Talete ci mostra come moltiplicare e dividere tra loro due segmenti. Incominciamo dalla moltiplicazione.

Occorre fissare un segmento come unità di misura, che denoteremo con OU .

Consideriamo ora due segmenti, di lunghezza a e b rispettivamente. Vogliamo, con riga e compasso, costruire un segmento la cui lunghezza sia ab .



Disegniamo un segmento di lunghezza a con primo estremo O e lo chiamiamo OA .

Prolunghiamo OU con un segmento UB tale che la lunghezza di UB sia b .

Tracciamo per B la parallela a UA e chiamiamo C la sua intersezione con il prolungamento di OA .

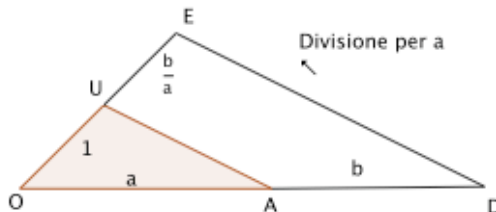
Mostriamo che il segmento AC ha lunghezza ab : infatti, per il teorema di Talete,

$$\frac{OA}{OU} = \frac{AC}{UB} \text{ e dunque } \frac{a}{1} = \frac{AC}{b}.$$

2. Divisione di segmenti

Occorre fissare un segmento come unità di misura, che denoteremo con OU .

Consideriamo due segmenti, di lunghezza a e b rispettivamente. Vogliamo, con riga e compasso, costruire un segmento la cui lunghezza sia $\frac{b}{a}$.



Disegniamo un segmento di lunghezza a con primo estremo O e lo chiamiamo OA .

Prolunghiamo OA con un segmento AD tale che la lunghezza di AD sia b .

Tracciamo per D la parallela a UA e chiamiamo E la sua intersezione con il prolungamento di OU.

Mostriamo che il segmento UE ha lunghezza $\frac{b}{a}$: infatti, per il teorema di Talete,

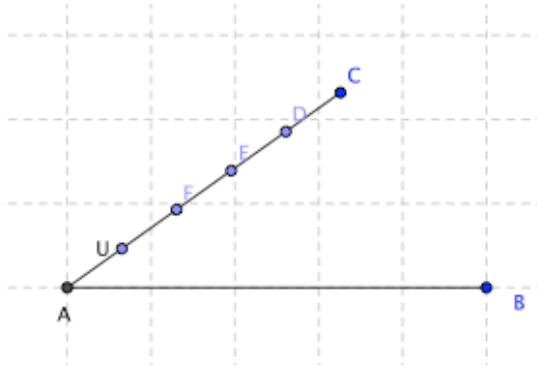
$$\frac{OA}{OU} = \frac{AD}{UE} \quad \text{e dunque} \quad \frac{a}{1} = \frac{b}{UE}.$$

3. Divisione di un segmento in n parti uguali

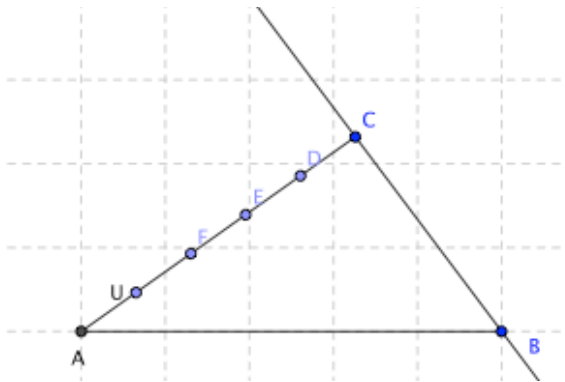
Dato un segmento AB, vogliamo dividerlo in n parti uguali, usando solo riga e compasso (n numero naturale fissato > 0).

Come di consueto, fissiamo una unità di misura di lunghezza 1.

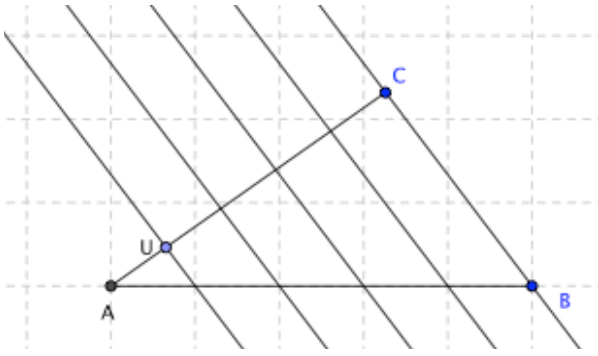
Su un altro segmento uscente da A, tracciamo n segmenti uguali a 1: nella figura, AU ha lunghezza 1, come ciascuno degli altri segmenti tra loro adiacenti; viene indicato con C l'ultimo estremo di tali segmenti



Ora tracciamo la retta per C e B



e poi le parallele a questa retta passanti per ciascuno degli estremi dei segmenti uguali su AC:



Il segmento AB risulta in questo modo suddiviso in parti uguali (lo stesso numero di parti uguali che erano stati segnati in AC).