

Geometria (9 CFU) per il corso di Laurea in Ingegneria Civile e Ambientale
Prof. Tovenà - codocente Prof. Ceresa
aa. 13-14

SPAZI VETTORIALI

Definizione di spazio vettoriale. Esempi: gli spazi numerici, gli spazi di matrici, gli spazi geometrici, lo spazio dei polinomi. Nozione di sottospazio, sottospazio generato, sistema di generatori. Sistema di vettori linearmente indipendenti. Base e dimensione di uno spazio vettoriale.

MATRICI E SISTEMI LINEARI

Matrici diagonali, simmetriche, triangolari, matrici a scala. Trasposta di una matrice. Prodotto tra matrici. Algoritmo di Gauss. Rango di una matrice. Matrici non singolari. Generalità sui sistemi lineari e notazione matriciale. Sistemi compatibili. Sistemi equivalenti, operazioni elementari su un sistema lineare e riduzione a scala. Teorema di Rouché Capelli. Sistemi omogenei. Dimensione e base del sottospazio delle soluzioni di un sistema omogeneo. Equazioni cartesiane e parametriche di un sottospazio. Sistemi lineari $AX=B$ ad incognite e termini noti vettori numerici. Matrici invertibili. Generalità su matrici invertibili. Calcolo dell'inversa di una matrice non singolare: algoritmo per la soluzione del sistema $AX=I$.

Spazio delle righe e spazio delle colonne di una matrice. Metodo degli scarti successivi per selezionare una base di un sottospazio generato. Completamento di un insieme indipendente di vettori ad una base. Intersezione e somma di sottospazi formula di Grassmann. Somme dirette.

DETERMINANTI

Definizione e proprietà del determinante di una matrice. Sviluppo di Laplace. Calcolo del rango di una matrice tramite i determinanti. Cofattori degli elementi di una matrice e matrice dei cofattori. Formulazione esplicita dell'inversa tramite la matrice aggiunta classica. Regola di Cramer per la soluzione dei sistemi lineari.

APPLICAZIONI LINEARI

Definizione di applicazione lineare. Coordinate in uno spazio vettoriale. Esempi di applicazioni lineari. Matrice rappresentativa di una applicazione lineare. Matrice del cambiamento di coordinate. Corrispondenza tra applicazioni lineari e matrici. Nucleo ed immagine di una applicazione lineare. Il teorema della dimensione. Endomorfismi di uno spazio vettoriale. Matrici coniugate o simili. Autovettori ed autovalori di un endomorfismo. Autospazi. Il polinomio caratteristico. Esistenza di basi di autovettori, diagonalizzazione di una matrice.

SPAZI VETTORIALI METRICI

Struttura metrica in uno spazio vettoriale reale o complesso: prodotto scalare canonico e prodotto hermitiano canonico. Disuguaglianza di Schwartz. Matrici simmetriche e hermitiane. Formule di aggiunzione. Sottospazi ortogonali e complementi ortogonali in uno spazio vettoriale metrico. Proiezioni ortogonali su sottospazi. Basi ortonormali. Orientazione di spazi vettoriali. Procedimento di ortogonalizzazione di Gram-Schmidt. Matrici ortogonali. Cambiamenti di base ortonormali.

FORME QUADRATICHE REALI

Definizione. Matrice associata ad una forma quadratica. Matrici congruenti. Invarianti per congruenza di una matrice simmetrica reale. Forma canonica metrica e forma canonica affine di una forma quadratica. L'algoritmo di Gauss-Lagrange. Matrici simmetriche reali definite e semidefinite positive e negative. Criteri di positività e semipositività.

GEOMETRIA ANALITICA

Piano e spazio cartesiano e loro sottospazi lineari. Alcune trasformazioni nel piano e nello spazio cartesiano- Traslazioni. Rotazioni intorno ad punto del piano e riflessioni rispetto ad una retta del piano. Rotazioni intorno ad una retta dello spazio e riflessioni rispetto ad un piano, ad una retta e ad un punto dello spazio. Circonferenze e sfere e spazi lineari tangenti in un punto. Isometrie ed affinità,

isometrie ed affinita' lineari. Coniche e quadriche e loro classificazione affine e metrica.

Testi consigliati

M. Abate, Geometria, Ed. McGraw-Hill

S. Lipschutz, Algebra Lineare, Ed. McGraw-Hill

E. Schlesinger, Algebra lineare e geometria, Zanichelli

Dispense dei docenti

Program

Vector Spaces: definition and examples. Subspaces. Basis and dimension.

Matrices. Linear Systems: existence of solutions and algorithms. Rank of a matrix. Sum and intersection of vector spaces. Grassmann Formula.

Determinants. Kronecker Theorem. Adjoint and inverse matrix.

Linear maps. Matrix associated to a linear maps. Kernel and image. Eigenvectors and Eigenspaces.

Diagonalization Problem.

Lines and Planes in Euclidean space. Affine Maps and Isometries. Conics and Quadrics and their affine and metric classification.