

- 1) Sia B un sottoinsieme chiuso in uno spazio topologico X . Dimostra o esibisci un controesempio per ciascuna delle seguenti affermazioni:
 - 1.a) La frontiera di B è contenuta nel derivato di B .
 - 1.b) Il complementare della frontiera di B forma un sottoinsieme denso di X .
 - 1.c) La frontiera di B è priva di punti interni.

- 2) Considera lo spazio topologico X formato da \mathbf{R} dotato della topologia avente per base la famiglia $\mathcal{B} = \{[a, +\infty) \mid a \in \mathbf{R}\}$. Dimostra che X soddisfa al primo ma non al secondo assioma di numerabilità.

- 3) Dimostra che \mathbf{R}^2 (con topologia euclidea) non è omeomorfo a $\mathbf{R} \times [0, \infty)$ (con topologia prodotto delle topologie euclidee).

- 4) Sia X lo spazio topologico dato dall'intervallo reale $(0, 3) \subset \mathbf{R}$ con la topologia cofinita. Considera inoltre il sottospazio $A = [1, 2]$ di X e lo spazio topologico quoziente $Y = X/A$.
 - 4.a) X è connesso per archi?
 - 4.b) X è contraibile?
 - 4.c) La compattificazione di X con un punto è omeomorfa a S^1 (dotato di topologia indotta dalla topologia cofinita su \mathbf{R}^2)?
 - 4.d) X e Y sono omeomorfi tra loro?