

Programma dell'insegnamento Geometria 3

Corso di Laurea in Matematica – aa. 2010-11

Prof. Tovena

Spazi metrici – I sottoinsiemi e i prodotti di spazi metrici sono spazi metrici – topologia associata ad una metrica – metriche equivalenti – Applicazioni continue tra spazi metrici

Spazi topologici – topologia indotta su un sottoinsieme - il prodotto di spazi topologici e' uno spazio topologico – chiusura, interno, frontiera e punti di accumulazione e punti isolati di un sottospazio – sottospazi densi - applicazioni continue tra spazi topologici – applicazioni aperte e chiuse – omeomorfismi – base per una topologia – intorno di un punto o di un sottoinsieme

Spazi compatti – compattezza e applicazioni continue - compatti degli spazi euclidei – Esistenza di un punto di accumulazione per un sottoinsieme infinito di un compatto – Teorema di Wallace – il prodotto finito di spazi compatti e' compatto – compattezza e applicazioni chiuse e proprie – spazi localmente compatti – numero di Lebesgue di un ricoprimento di uno spazio compatto

Spazi topologici T_0 , T_1 , T_2 , T_3 , T_4 : caratterizzazioni equivalenti, sottospazi, prodotto e comportamento rispetto a applicazioni continue caratterizzazione degli omeomorfismi da un compatto in un T_2 - caratterizzazione degli spazi T_2 attraverso la diagonale del prodotto – il luogo di coincidenza di due funzioni continue a valori in un T_2 e' chiuso - ogni spazio metrico e' T_4

Spazi connessi - connessi e applicazioni continue - connessi della retta euclidea – prodotto finito di connessi- caratterizzazioni equivalenti della connessione – componenti connesse – spazi totalmente sconnessi – spazi localmente connessi.

Compattificazione con un punto e compactificazione di Alexandroff.

Primo e secondo assioma di numerabilità – spazi a base numerabile – spazi separabili – Lemma di Urysohn (solo enunciato) – spazi completamente regolari.

Topologia quoziente e sua proprietà universale – applicazioni quoziente o identificazioni – teorema dei modelli – esempi: toro, nastro di Moebius, spazi proiettivi – quoziente che identifica un sottospazio in un punto - G-spazi.

Cammini – spazi connessi per archi e localmente connessi per archi – componenti connesse per archi – l'immagine di un connesso per archi tramite una applicazione continua è connesso per archi – condizioni su una collezione di connessi per archi affinché l'unione sia connessa per archi – caso di \mathbb{R}^n .

Omotopia e omotopia relativa di applicazioni – tipo di omotopia tra spazi – equivalenze omotopiche – spazi contraibili – retratti – retratti di deformazione e retratti di deformazione forte.

Gruppo fondamentale – morfismo indotto da una funzione continua – gruppo fondamentale ed equivalenze omotopiche – gruppo fondamentale e retrazione - ogni laccio sull'anello è omotopo ad uno ed un solo laccio standard – Teorema del punto fisso di Brower – gruppo fondamentale del prodotto - enunciato ed applicazioni del teorema di Van Kampen per due aperti – esempi (spazi euclidei, toro, sfere, spazi proiettivi, wedge di circonferenze – spazi privati di sottoinsiemi). Applicazione esponenziale dai numeri reali all'anello – sollevamenti – esistenza del sollevamento di una curva – sollevamento delle omotopie (solo enunciato) – grado di un laccio nell'anello – gruppo fondamentale dell'anello- definizione di rivestimento – rivestimento con dominio semplicemente connesso e gruppo fondamentale (solo enunciato)

Varietà topologiche – esempi.