Università degli Studi di Roma Tor Vergata.

Corsi di Laurea in Ingegneria Energetica, Gestionale e Meccanica - Lettere P-Z

Esame di Geometria (Prof. F. Tovena) 2013

Esercizi su determinante e sistemi di Cramer.

Argomenti: Proprietà del determinante. Sistemi di Cramer. Prodotto righe per colonne.

1) Senza fare conti, individua le matrici con determinante nullo nel seguente elenco.

$$C_1 = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad C_2 = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad C_3 = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -2 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$C_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad C_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad C_6 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 6 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

2) Per ciascun sistema, controlla se è un sistema di Cramer. In caso di risposta positiva, risolvi il sistema applicando la regola di Cramer. In caso di risposta negativa, risolvi il sistema tramite il metodo di riduzione di Gauss.

a) il sistema in 2 incognite $\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 = 3 \\ 2x_1 + x_2 = 1 \end{cases}$

b) il sistema in 3 incognite $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - x_3 = -1 \\ x_2 - x_3 = 1 \end{cases}$

c) il sistema in 3 incognite $\begin{cases} x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$

3) Calcola i determinanti richiesti.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$det(A) = \ldots;\ det(B) = \ldots;\ det(3A) = \ldots;\ det(A+B) = \ldots;\ det(AB) = \ldots.$

4) Calcola i prodotti richiesti.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \ldots; \qquad \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \ldots.$$