

Le risposte vanno giustificate con chiarezza.

1) Dato il punto  $P(0, -2, 1)$  e la retta  $r : y + 3 = 0, x - z + 5 = 0$ .

a) Trova equazioni parametriche per la retta passante per  $P$  e ortogonale al piano contenente  $P$  e  $r$ .

b) Trova le equazioni della circonferenza  $C$  di centro  $P$  e tangente a  $r$ .

2) Sia  $V$  lo spazio vettoriale reale dei polinomi di grado minore o uguale a 2, nella incognita  $t$ . Si consideri l'applicazione lineare  $f : V \rightarrow V$  definita da

$$f(a + bt + ct^2) = (-4a - 6b + 3c) + (6a + 8b - 3c)t + (6a + 6b - c)t^2 \quad \forall a, b, c \in \mathbf{R}$$

a) Determina una base del sottospazio  $U$  tale che  $f(U)$  sia il sottospazio generato da  $t^2$ .

b) Scrivi la matrice  $A$  che rappresenta  $f$  rispetto alla base  $\{1, t, t^2\}$  di  $V$  in dominio e codominio.

c) Determina una base per l'autospazio di autovalore 2.

d) Determina, se esiste, una matrice invertibile  $M$  e una matrice diagonale  $D$  tali che  $D = M^{-1}AM$ .

3) Calcola il determinante e l'inversa della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

4) Nello spazio vettoriale  $\mathbf{R}^4$ , considera il sottospazio  $W$  generato dai vettori  $\mathbf{w}_1 = (1, 1, 1, -1)$ ,  $\mathbf{w}_2 = (1, 3, 2, -3)$ ,  $\mathbf{w}_3 = (1, -1, 0, 1)$ .

a) Determina la dimensione e una base di  $W$  e un sistema di equazioni cartesiane per  $W$ ?

b) Determina una base per un sottospazio  $Z$  tale che  $W \oplus Z = \mathbf{R}^4$ .