

Analisi Matematica 1
per i Corsi di Laurea Triennale in Ingegneria
Canale Lj-O - a.a. 2020-21

ELENCO DEGLI ARGOMENTI PER LA PROVA ORALE

- $\sqrt{2}$ è un numero irrazionale.
- Il principio di induzione e le sue applicazioni.
- Formula del binomio di Newton e proprietà dei coefficienti binomiali.
- Disuguaglianza di Bernoulli.
- Estremo superiore e inferiore di un insieme di numeri reali e assioma di completezza dei numeri reali.
- \mathbb{Q} è denso in \mathbb{R} : per ogni $a, b \in \mathbb{R}$ con $a < b$, esiste $q \in \mathbb{Q}$ tale che $a < q < b$.
- Principali proprietà delle funzioni elementari: potenze, esponenziale, logaritmo, funzioni trigonometriche e loro inverse, funzioni iperboliche e loro inverse.
- Definizione di limite di una successione di numeri reali. Unicità del limite, ogni successione con limite finito è limitata, permanenza del segno, confronto e doppio confronto. Limite della somma, limite del prodotto e limite del quoziente. Forme indeterminate.
- Ogni successione monotona e limitata ammette limite finito.
- Criterio del rapporto per successioni.
- Confronto tra infiniti n^b , a^n , $\log_a(n)$, $n!$, n^n .
- Il limite $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n$ e la definizione del numero di Nepero e .
- Definizioni di punto di accumulazione, di intorno di un punto nella retta estesa e di limite di una funzione reale di variabile reale.
- Relazione tra i limiti di funzioni e limiti di successioni (teorema ponte).
- Teorema di Bolzano-Weierstrass: ogni successione limitata ammette una sottosuccessione convergente.
- Funzioni continue: definizione e prime proprietà. Punti di discontinuità: discontinuità di salto e discontinuità eliminabile.
- Confronto tra infinitesimi. Definizione di o-piccolo e sue principali proprietà.
- Limiti notevoli per $x \rightarrow 0$: $(1+x)^{1/x}$, $\frac{a^x-1}{x}$, $\frac{\log_a(1+x)}{x}$, $\frac{(1+x)^a-1}{x}$, $\frac{\sin(x)}{x}$, $\frac{1-\cos(x)}{x^2}$, $\frac{\tan(x)}{x}$.
- Teorema degli zeri e teorema dei valori intermedi.
- Teorema di Weierstrass: una funzione continua in un intervallo chiuso e limitato ammette un punto di massimo e un punto di minimo.
- Derivata di una funzione reale di una variabile reale e definizione retta tangente al grafico. Continuità di una funzione derivabile.
- Derivate delle funzioni elementari: x^a , a^x , $\log_a(x)$, $\sin(x)$, $\cos(x)$, $\tan(x)$, $\arcsin(x)$, $\arccos(x)$, $\arctan(x)$, $\sinh(x)$, $\cosh(x)$, $\tanh(x)$.
- Derivata della somma, del prodotto, del rapporto e di funzioni composte.
- Teorema di Fermat sui punti stazionari. Teorema di Rolle e teorema di Lagrange (o teorema del valor medio).
- Criterio di monotonia per funzioni derivabili in un intervallo. Relazione tra la derivata prima e i punti di minimo/massimo locale.
- Punti di non derivabilità: punto angoloso, cuspide e flesso con tangente verticale.

- Asintoti verticali, orizzontali e obliqui: definizioni e proprietà.
- Teorema di Cauchy e teorema di de L'Hopital (dimostrazione solo nel caso $0/0$).
- Definizione di polinomio di Taylor di una funzione di ordine n centrato in x_0 . Formule dei polinomi di Taylor in 0 di e^x , $\ln(1+x)$, $\sin(x)$, $\cos(x)$, $(1+x)^a$ e $\arctan(x)$.
- Formula di Taylor con il resto di Peano.
- Definizioni di insieme convesso e di funzione convessa (e concava) in un intervallo. La convessità come la crescita del rapporto incrementale $x \rightarrow R_f(x_0, x)$. Continuità delle funzioni convesse. Il grafico di una funzione convessa e derivabile sta sopra le sue rette tangenti. Definizione di punto di flesso.
- Criteri di convessità per funzioni derivabili.
- Definizione di funzione uniformemente continua su un insieme. Teorema di Heine-Cantor: una funzione continua su un intervallo chiuso e limitato è uniformemente continua.
- Metodo di esaurimento per il calcolo dell'area del cerchio. Definizione di funzione integrabile e di integrale definito secondo Riemann con somme superiori e inferiori.
- Proprietà delle funzioni integrabili: linearità, additività rispetto all'intervallo di integrazione, monotonia, il valore assoluto di un integrale è minore o uguale dell'integrale del valore assoluto.
- Integrabilità delle funzioni continue.
- Teorema della media integrale.
- Definizioni di integrale indefinito, funzione integrale e primitiva.
- Teorema fondamentale del calcolo integrale.
- Tecniche di integrazione: integrazione per sostituzione e integrazione per parti.
- Algoritmo di integrazione delle funzioni razionali.
- Integrali impropri convergenti/divergenti. Criterio del confronto e del confronto asintotico e loro applicazioni.
- Convergenza assoluta degli integrali impropri. Convergenza assoluta implica convergenza semplice.
- Equazioni differenziali lineari del primo ordine: fattore integrante e soluzione generale.
- Risoluzione delle equazioni differenziali a variabili separabili $y'(x) = a(x)b(y(x))$.
- Equazione differenziale lineari a coefficienti costanti del secondo ordine: la soluzione generale è la somma della soluzione omogenea, combinazione lineare di due funzioni, e della soluzione particolare. Il polinomio caratteristico e la risoluzione del caso omogeneo. Determinazione di una soluzione particolare con il metodo della somiglianza.
- Applicazioni delle equazioni differenziali: il moto di un grave, il pendolo, l'oscillatore armonico libero, smorzato e forzato. Il fenomeno della risonanza.
- Rappresentazione cartesiana e esponenziale di un numero complesso. Operazioni con i numeri complessi: somma, prodotto, divisione e coniugio. Disuguaglianza triangolare in \mathbb{C} .
- Radice n -esima di un numero complesso. Soluzione delle equazioni di secondo grado in \mathbb{C} .