# Analisi Matematica 1 - Canale Lj-O
## Foglio di esercizi n. 10

**1.** Calcolare il seguente limite:

**a.** $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{\left(1+e^{\log^2(n)/n}\right)^n}{(4^{1/n}+3^{1/n})^n(\sqrt{n}+1)^{\log(n)}}$ **b.** $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x^2+x^4)+2\arctan(\log(1-x)+x)}{\sin(x^2+4x)+2\arctan(\log(1-x)-x)}$

**2.** Data la funzione

$$f(x) = x^2 + \log|x^2-3|$$

determinare il dominio, gli asintoti, gli intervalli di monotonia, i massimi e i minimi relativi e assoluti, i punti di non derivabilità, gli intervalli di convessità/concavità, i flessi e infine tracciarne il grafico.

**3.** Calcolare i seguenti integrali definiti:

**a.** $\displaystyle\int_0^2 \frac{3x^3+2x^2}{\sqrt{4-x^2}}\,dx$ **b.** $\displaystyle\int_0^1 \frac{\log(x+3)}{\sqrt{x}}\,dx$

**c.** $\displaystyle\int_0^1 \frac{x+5}{x^3-7x-6}\,dx$ **d.** $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}+x^2}\,dx$

**e.** $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \sin(2x)\sin(3x)\,dx$ **f.** $\displaystyle\int_0^{\pi/4} \tan(x)\tan(2x)\,dx$

**g.** $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{e^{4x}-1}}\,dx$ **h.** $\displaystyle\int_0^1 \frac{\arccos(x)}{\sqrt{1-x}}\,dx$

**4.** Discutere la convergenza dei seguenti integrali impropri al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$:

**a.** $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\arctan(1/\sqrt[3]{x})}{x^\alpha}\,dx$ **b.** $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{(e^x-1)^\alpha}{\sinh(x)}\,dx$

**c.** $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(1-e^{-|x+1|})|x-1|^2}{|x^4-1|^\alpha}\,dx$ **d.** $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{1-e^{-1/(1+x^2)}}{\sqrt[3]{x}\,|\log x|^\alpha}\,dx$

**e.** $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin(x)(1-\sin(x))}}{\tan^\alpha(x)\cos^2(x)}\,dx$ **f.** $\displaystyle\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\tan(x)}{(\tan^2(x)-1)^\alpha}\,dx$

**g.** $\displaystyle\int_{-2}^{3} \frac{\sqrt{x+2}\log(x+2)}{(6+x-x^2)^\alpha}\,dx$ **h.** $\displaystyle\int_0^1 \frac{|\sin(\alpha x)-\log(1+2x)|}{x^2(\sqrt{4+x}+\sqrt{x}-2)}\,dx$

**5.** Fare un esempio di:

**a.** una funzione $f$ derivabile in $(-1,1)$ tale che $f((-1,1)) = \mathbb{R}$ e $\int_{-1}^1 f(x)\,dx = 0$;

**b.** una funzione $f$ derivabile in $(0,+\infty)$ tale che $f((0,+\infty)) = (0,+\infty)$ e $\int_0^{+\infty} f(x)\,dx$ è convergente.