

Analisi Matematica 1 - Canale Lj-O

Foglio di esercizi n. 9

1. Calcolare i seguenti limiti:

a. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(2n+1)^{2n} + (n^2 + 2n)^n}{(4n^2 - 3n)^n - (n^2 - n \log(n))^n}$ b. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\cosh(x) - 1} + \frac{2}{\log(x^2 + \cos(2x))} \right)$

c. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x \log(1+x^2)} \int_0^x t \sin(2t) e^{3t} dt$ d. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^3} \int_x^{2x} \frac{t^8}{(t+1)^2(t^2+1)^2} dt$

2. Per ciascuna funzione f tracciarne il grafico specificando il dominio, gli asintoti, gli intervalli di monotonia, i massimi e i minimi relativi e assoluti, i punti di non derivabilità, gli intervalli di convessità/concavità e i flessi.

a. $f(x) = 2 \log(x^2 - 2x + 2) - |x|$ b. $f(x) = \arctan(1/x) + \frac{3|x|}{1+x^2}$

3. Calcolare i seguenti integrali indefiniti:

a. $\int \frac{x^4 + 1}{(x-1)^2(x+1)} dx$ b. $\int \frac{x-2}{x^2(x^2-2x+4)} dx$

c. $\int \frac{e^x + 1}{e^{2x} + 1} dx$ d. $\int \frac{1}{\sqrt{x}(x-9)} dx$

e. $\int \frac{2x + 5x^2}{\sqrt{x-1}} dx$ f. $\int \frac{1}{x\sqrt{x-4}} dx$

g. $\int \frac{1}{2 + \sin(x)} dx$ h. $\int \tan^4(x) dx$

4. Calcolare i seguenti integrali definiti:

a. $\int_{-1}^1 (x+1)e^{\sqrt{|x|}} dx$ b. $\int_{-1}^1 (\sqrt{3}x - 1)^2 \arctan|x| dx$

c. $\int_1^8 \min(3 - |x-3|, 2) dx$ d. $\int_0^1 \log(x + \sqrt{1+x^2}) dx$

e. $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-|x|} \log(1+e^x) dx$ f. $\int_{\log(2)}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{e^{2x}-1}} dx$

g. $\int_0^1 x \log\left(\frac{x}{2-x}\right) dx$ h. $\int_0^{\pi/3} \frac{\tan(x)}{2 + \log(\cos^2(x))} dx$

5. Fare un esempio di:

- a. una funzione f integrabile in $[-1, 1]$ tale che la funzione integrale $F(x) = \int_{-1}^x f(t) dt$ ha un punto angoloso in 0;
- b. una funzione f continua in \mathbb{R} tale che $x = 0$ è punto di minimo assoluto e f non è crescente in ogni intervallo $(0, r)$ per ogni $r > 0$.