

Analisi Matematica 1 - Canale Lj-O

Foglio di esercizi n. 8

1. Calcolare i seguenti limiti:

a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cosh(\sin(4x)) - \cos(3 \sinh(x))}{\log(e + x^2) - e^{2x^2}}$

b. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^3} - \sqrt[3]{1-x^3}}{e^{\sin(x)} - e^{\arctan(x)}}$

c. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2 + 2^{1/n})^n + n^{\log(n)}}{\log(n) \left(3^n - \left(3 - \frac{1}{n \log(n)}\right)^n\right)}$

d. $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \left(\left(\cos \left(\frac{n+1}{n^2} \right) \right)^n - e^{-\frac{1}{2n}} \right)$

2. Per ciascuna funzione f tracciarne il grafico specificando il dominio, gli asintoti, gli intervalli di monotonia, i massimi e i minimi relativi e assoluti e i punti di non derivabilità.

a. $f(x) = x \exp \left(\frac{|x-1|}{x} \right)$

b. $f(x) = \arctan \left(\frac{3(x^2-1)}{x+3} \right)$

3. Calcolare i seguenti integrali indefiniti:

a. $\int \frac{x e^{x^2}}{9 + e^{2x^2}} dx$

b. $\int \frac{\log(\log(x))}{x} dx$

c. $\int x \log(1+x) dx$

d. $\int \frac{6x\sqrt{x} + x - 2\sqrt{x} + 2}{2x - \sqrt{x}} dx$

e. $\int \left(\frac{\log(x)}{x} \right)^2 dx$

f. $\int \frac{e^{\tan(x)}(\sin(x) + \cos(x))}{\cos^3(x)} dx$

4. Calcolare i seguenti integrali definiti:

a. $\int_1^e \frac{1}{x(3 + \log(x))^2} dx$

b. $\int_0^1 (1 + 2x^2)e^{2x} dx$

c. $\int_{-\pi}^{\pi} |x|(\cos(x) - 2 \sin(x)) dx$

d. $\int_0^{\pi} (\sin^2(x) + \cos^3(x)) dx$

e. $\int_0^2 \log(4 + x^2) dx$

f. $\int_0^{\pi/6} \frac{1}{\cos(x)} dx$

5. Fare un esempio di:

a. una funzione f continua in $[-1, 1]$ tale che la sua media integrale su $[-1, 1]$ vale 4 e che ha almeno due punti distinti $x_1, x_2 \in [-1, 1]$ per cui $f(x_1) = f(x_2) = 4$;

b. una funzione f continua e positiva in $[0, +\infty)$ tale che la funzione integrale $F(x) = \int_0^x f(t) dt$ ha un asintoto orizzontale per $x \rightarrow +\infty$.