Analisi Matematica 1 - Canale Lj-O
Foglio di esercizi n. 7

1. Per ciascuna funzione determinare il polinomio di Taylor centrato in x_0 di ordine n.

a. x^x, $x_0 = 1$, $n = 4$

b. $\log\left(\dfrac{x}{2-x^2}\right)$, $x_0 = 1$, $n = 3$

c. $\dfrac{e^{-x^2}}{(1-2x)(x^2+1)}$, $x_0 = 0$, $n = 4$

d. $\dfrac{\log(\cos(x))}{1+\sin^2(x)}$, $x_0 = 0$, $n = 5$

e. $\dfrac{\arctan(x-x^2)}{\sqrt{1+3x^2}}$, $x_0 = 0$, $n = 4$

f. $\sqrt{1+\cos^2(x)}$, $x_0 = 3\pi/2$, $n = 4$

2. Calcolare i seguenti limiti:

a. $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2\cos(5/x) - (x^2-x-3)e^{1/x}}{\tanh(x)}$

b. $\displaystyle\lim_{x\to 0} \left(1+\tanh(x)+\log(1-x+x^2)\right)^{1/x^2}$

c. $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{x^2\log^2(\sin(x)+\frac{1}{x})}{\sqrt{1+2x\log(x)}-1-x\log(x)}$

d. $\displaystyle\lim_{x\to \pi/4} \left(\frac{2}{\tan(x)-1} - \frac{1}{\sqrt{2}\sin(x)-1}\right)$

e. $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x^2(\cos(2\sin(x))-\cos(2x))}{x^5+x^2-\sin(x^2)-x^5e^{-x}}$

f. $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{\log^2(x)\,(x+4)^x}{(x+\log(x))^x - x^{x+1}}$

3. Per ciascuna funzione f tracciarne il grafico specificando il dominio, gli asintoti, gli intervalli di monotonia, i massimi e i minimi relativi e assoluti, i punti di non derivabilità, gli intervalli di convessità/concavità e i flessi.

a. $f(x) = \dfrac{\sqrt{2x-x^2}}{1-x}$

b. $f(x) = e^{-2x^2} + 1 - |x|$

c. $f(x) = \dfrac{|x^2-4|-4}{(x-2)^2}$

d. $f(x) = \arctan\left(|x| + \dfrac{1}{x}\right)$

4. Fare un esempio di:

a. una funzione definita in $\mathbb{R}$ tale che $x = 0$ è un punto di minimo assoluto, strettamente decrescente in $(0, +\infty)$ e strettamente crescente in $(-\infty, 0)$;

b. un polinomio con almeno due punti di flesso tale che le rette tangenti in tali punti siano ortogonali;

c. una retta $y = mx + q$ che sta tra il grafico di $\log(x)$ e il grafico di $2 + (x-5)^2$ ossia tale che $\forall x > 0$, $\log(x) \leq mx + q \leq 2 + (x-5)^2$.