

Analisi Matematica 1 - Canale Lj-O
Foglio di esercizi n. 5

1. Calcolare i seguenti limiti:

a. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{\log(n^2+n)}}{\log(n!)}$ b. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{\log(n^2+n)}}{\sqrt{n^3+1}}$
c. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 \log(1 + \frac{1}{x}) + 4 \log(1 + 2^x)}{\sqrt{1+x^2} + x}$ d. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3 \log(1 + \frac{1}{x}) + 4 \log(1 + 2^x)}{\sqrt{1+x^2} + x}$

2. Per ciascuna funzione determinare la retta tangente nel punto assegnato.

a. $f(x) = \frac{8(1 + \cos(\pi/x))}{x}$, $x_0 = 2$ b. $f(x) = \frac{\log(x)}{2^x + x^2}$, $x_0 = 1$
c. $f(x) = \frac{x \sin(x)}{1 + \cos(x)}$, $x_0 = \pi/2$ d. $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$, $x_0 = 1$
e. $f(x) = \frac{\arcsin(x)}{\arccos(x)}$, $x_0 = 0$ f. $f(x) = \frac{\pi^2 \sqrt{3 + e^x}}{\arctan(x + 1)}$, $x_0 = 0$

3. Per ciascuna funzione f determinare f' e studiarne il segno.

a. $f(x) = x + \sin(x)$, b. $f(x) = x^{1/x}$,
c. $f(x) = \frac{1 - |2x + 1|}{x^2 + 1}$, d. $f(x) = e^{-x^2}(x^4 - 3x^2 + 1)$,
e. $f(x) = x \log|x|$, f. $f(x) = \sqrt{x} - 4 \log(\sqrt{x} + 1)$.

4. Fare un esempio di:

- a. una successione non limitata che abbia almeno una sottosuccessione convergente;
- b. una successione che abbia almeno tre sottosuccessione convergenti a limiti finiti diversi;
- c. una funzione continua in $(0, 1)$, non limitata e con un punto di minimo assoluto;
- d. una funzione continua in \mathbb{R} , limitata, senza punti di massimo assoluto e punti di minimo assoluto, ma con almeno un punto di massimo relativo e almeno un punto di minimo relativo.