Analisi Matematica 1 - Canale Lj-O
Foglio di esercizi n. 3

1. Calcolare i seguenti limiti:

a. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{10^n \cdot n! - 5^n \cdot n^n}{n^5 + n^{2n}}$

b. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(2^n - 1)(2 - \cos(n!))}{\log(3^n - 1)}$

c. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(5-n)^5 + n^5}{(4-n)^4 + n^4}$

d. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}\left(\dfrac{4^n - n}{2^n + n} - \dfrac{4^n + n}{2^n - n}\right)$

e. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\log(n^2+3)}{\log(n^3+2)}$

f. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(-2)^n n}{n^2+1}$

g. $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{\dfrac{2^n + 3^n}{n^2 + n^3}}$

h. $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{(n+1)^n - n^n}$

i. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{9n+1} - \sqrt{9n+8}}{\sqrt{4n-1} - \sqrt{4n+7}}$

j. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(2n+3)! - (2n)!}{n^2((2n+1)! - (2n)!)}$

k. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^n}{4^n \cdot n!}$

l. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(2n)!}{n! \cdot n^n}$

2. Calcolare i seguenti limiti:

a. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(1 - \dfrac{2}{\sqrt{n}}\right)^n$

b. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(1 + \dfrac{2}{n}\right)^{\sqrt{n}}$

c. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(1 + \dfrac{1}{2^{n-1}}\right)^{2^{n+1}}$

d. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{2n^2 + 5n + 4}{2n^2 - 3n + 6}\right)^{3n+2}$

3. Dimostrare che per ogni $n \in \mathbb{N}^+$,

$$n! \leq n^n \leq 2^n \cdot (n!)^2$$

e calcolare i seguenti limiti

a. $\lim\limits_{n\to\infty} (n!)^{1/n^2}$

b. $\lim\limits_{n\to\infty} (n!)^{1/n}$

4. Dimostrare che per ogni $n \in \mathbb{N}^+$,

$$\ln(n+1) \leq \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} \leq 2\sqrt{n}$$

e calcolare i seguenti limiti

a. $\lim\limits_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \dfrac{1}{k}$

b. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \dfrac{1}{k}$