

**Analisi Matematica 1 - Canale Lj-O**  
**Foglio di esercizi n. 1**

1. Risolvere le seguenti disuguaglianze.

a.  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+2} < 0$

b.  $\frac{x(x+1)^2}{x^2-16} \leq \frac{(x+1)^3}{x^2+2x-24}$

c.  $x-3 > \sqrt{2x^2-10x-12}$

d.  $\sqrt{2-\sqrt{2+x}} \geq x$

e.  $\frac{|x|-x}{2x^2-1} \geq -2$

f.  $2 \log_4(|x|) \leq \log_2(2-3x) + 1$

g.  $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \sin^2(x) \leq \frac{1}{4}$

h.  $\frac{2 \cos(4x) - \cos^2(2x)}{1 + \sin^2(2x)} \leq 1$

i.  $2 \ln(x) + \ln(2) \geq \ln(x^2 - 2x + 1) + \ln(3x + 2)$

2. Disegnare il grafico delle seguenti funzioni e determinare in ciascun caso l'insieme  $\{x \in \mathbb{R} : 0 < f(x) \leq 1\}$ .

a.  $f(x) = |\sqrt{|x-3|} - 1|$

b.  $f(x) = 1 + \sin(-|x - \pi|)$

c.  $f(x) = \frac{1}{||x| - 2|} - \frac{1}{2}$

d.  $f(x) = \arctan(|\tan(x)|)$

3. Determinare il dominio  $D$  delle seguenti funzioni.

a.  $f(x) = \frac{\log_2(|\sin(2^x)|)}{|x-2|}$

b.  $f(x) = \frac{\tan(x/2)}{1 - \cos(4x)}$

c.  $f(x) = \sqrt{2 - |x-1| + |x-3|}$

d.  $f(x) = \arccos(x - \sqrt{x^2 - 3x})$

4. Per ciascuna delle seguenti funzioni  $f$  determinare il dominio  $D$  e l'insieme immagine

$$f(D) = \{f(x) : x \in D\}.$$

Verificare se  $f : D \rightarrow f(D)$  sia invertibile e nel caso determinare la funzione inversa  $f^{-1}$ .

a.  $f(x) = \frac{4x+1}{x-2}$

b.  $f(x) = \frac{2}{3 + \log\left(\frac{x+1}{x}\right)}$