

Università di Roma “Tor Vergata” - Corso di Laurea in Ingegneria
Analisi Matematica I - Prova scritta del 27 Gennaio 2021 - III A

Esercizio 1. [8 punti] Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} (e^{4x^2} - 4x \arctan(x))^{-\frac{1}{4x^4}}.$$

Esercizio 2. [8 punti] Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = (x^2 - 3) \log(|x^2 - 3|) - x^2$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

Esercizio 3. [8 punti] Discutere la convergenza del seguente integrale improprio al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{10}} \frac{\sin(5x)}{(\cos(5x) + \sin^2(5x) - 1)^\alpha} dx.$$

Calcolarlo per $\alpha = 1/2$.

Esercizio 4. [6 punti] Calcolare il polinomio di Taylor di ordine $n = 4$ con centro $x_0 = \pi/4$ della seguente funzione:

$$f(x) = \frac{1}{\sin(2x)}.$$

Università di Roma “Tor Vergata” - Corso di Laurea in Ingegneria
Analisi Matematica I - Prova scritta del 27 Gennaio 2021 - III **B**

Esercizio 1. [8 punti] Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} (e^{-2x^2} + 2x \arctan(x))^{\frac{1}{2x^4}}.$$

Esercizio 2. [8 punti] Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = (x^2 - 2) \log(|x^2 - 2|) - x^2$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

Esercizio 3. [8 punti] Discutere la convergenza del seguente integrale improprio al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\sin(3x)}{(\cos(3x) + \sin^2(3x) - 1)^\alpha} dx.$$

Calcolarlo per $\alpha = 1/2$.

Esercizio 4. [6 punti] Calcolare il polinomio di Taylor di ordine $n = 4$ con centro $x_0 = -\pi/4$ della seguente funzione:

$$f(x) = \frac{1}{\sin(2x)}.$$

Università di Roma “Tor Vergata” - Corso di Laurea in Ingegneria
Analisi Matematica I - Prova scritta del 27 Gennaio 2021 - III C

Esercizio 1. [8 punti] Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} (e^{-4x^2} + 4x \arctan(x))^{\frac{1}{4x^4}}.$$

Esercizio 2. [8 punti] Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = (x^2 - 2) \log(|x^2 - 2|) - x^2$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

Esercizio 3. [8 punti] Discutere la convergenza del seguente integrale improprio al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\sin(3x)}{(\cos(3x) + \sin^2(3x) - 1)^\alpha} dx.$$

Calcolarlo per $\alpha = 1/2$.

Esercizio 4. [6 punti] Calcolare il polinomio di Taylor di ordine $n = 4$ con centro $x_0 = \pi/4$ della seguente funzione:

$$f(x) = \frac{1}{\sin(2x)}.$$

Università di Roma “Tor Vergata” - Corso di Laurea in Ingegneria
Analisi Matematica I - Prova scritta del 27 Gennaio 2021 - III D

Esercizio 1. [8 punti] Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(e^{2x^2} - 2x \arctan(x) \right)^{-\frac{1}{2x^4}}.$$

Esercizio 2. [8 punti] Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = (x^2 - 3) \log(|x^2 - 3|) - x^2$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

Esercizio 3. [8 punti] Discutere la convergenza del seguente integrale improprio al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{10}} \frac{\sin(5x)}{(\cos(5x) + \sin^2(5x) - 1)^\alpha} dx.$$

Calcolarlo per $\alpha = 1/2$.

Esercizio 4. [6 punti] Calcolare il polinomio di Taylor di ordine $n = 4$ con centro $x_0 = -\pi/4$ della seguente funzione:

$$f(x) = \frac{1}{\sin(2x)}.$$