

Università di Roma “Tor Vergata” - Corso di Laurea in Ingegneria  
Analisi Matematica I - Prova scritta del 27 Gennaio 2021 - I A

**Esercizio 1.** [8 punti] Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{1+x} - \sqrt{1+2x}}{2x^2 + \log(1+x^3)}.$$

**Esercizio 2.** [8 punti] Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = 6x - \log(|e^{3x} - 1|)$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

**Esercizio 3.** [8 punti] Discutere la convergenza del seguente integrale improprio al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ :

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^{2\alpha x}}{\sqrt{|1 - e^{\alpha x}|}} dx.$$

Calcolarlo per  $\alpha = -4$ .

**Esercizio 4.** [6 punti] Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = y^2(x) \tan(2x) \\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = -2 \end{cases}$$

Università di Roma “Tor Vergata” - Corso di Laurea in Ingegneria  
Analisi Matematica I - Prova scritta del 27 Gennaio 2021 - I **B**

**Esercizio 1. [8 punti]** Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + 2x)^{1+2x} - \sqrt{1 + 4x}}{-x^2 + \log(1 + x^3)}.$$

**Esercizio 2. [8 punti]** Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = 10x - \log(|e^{5x} - 1|)$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

**Esercizio 3. [8 punti]** Discutere la convergenza del seguente integrale improprio al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ :

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^{2\alpha x}}{\sqrt{|1 - e^{\alpha x}|}} dx.$$

Calcolarlo per  $\alpha = -2$ .

**Esercizio 4. [6 punti]** Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = y^2(x) \tan(4x) \\ y\left(\frac{\pi}{4}\right) = -4 \end{cases}$$

Università di Roma “Tor Vergata” - Corso di Laurea in Ingegneria  
Analisi Matematica I - Prova scritta del 27 Gennaio 2021 - I C

**Esercizio 1. [8 punti]** Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1-x)^{1-x} - \sqrt{1-2x}}{2x^2 + \log(1+x^3)}.$$

**Esercizio 2. [8 punti]** Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = 4x - \log(|e^{2x} - 1|)$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

**Esercizio 3. [8 punti]** Discutere la convergenza del seguente integrale improprio al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ :

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^{2\alpha x}}{\sqrt{|1 - e^{\alpha x}|}} dx.$$

Calcolarlo per  $\alpha = -5$ .

**Esercizio 4. [6 punti]** Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = y^2(x) \tan(6x) \\ y\left(\frac{\pi}{6}\right) = -6 \end{cases}$$

Università di Roma “Tor Vergata” - Corso di Laurea in Ingegneria  
Analisi Matematica I - Prova scritta del 27 Gennaio 2021 - I D

**Esercizio 1. [8 punti]** Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + 2x)^{1+2x} - \sqrt{1 + 4x}}{x^2 + \log(1 + x^3)}.$$

**Esercizio 2. [8 punti]** Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = 8x - \log(|e^{4x} - 1|)$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

**Esercizio 3. [8 punti]** Discutere la convergenza del seguente integrale improprio al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ :

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^{2\alpha x}}{\sqrt{|1 - e^{\alpha x}|}} dx.$$

Calcolarlo per  $\alpha = -3$ .

**Esercizio 4. [6 punti]** Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = y^2(x) \tan(3x) \\ y\left(\frac{\pi}{3}\right) = -3 \end{cases}$$