

Università di Roma “Tor Vergata” - Corso di Laurea in Ingegneria
Analisi Matematica I - Prova scritta del 17 Febbraio 2020 A

Esercizio 1. [7 punti] Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\left(e^{-\frac{1}{n}} + \frac{1}{n} \right)^{-6n} - \frac{\sqrt{n^2 + 1}}{n + 3} \right] n^2.$$

Esercizio 2. [8 punti] Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \arctan \left(\frac{x^2 - 7}{|x| - \sqrt{6}} \right) - |x|$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della derivata seconda

Esercizio 3. [4 punti] Discutere la convergenza del seguente integrale improprio al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\log(1 - \cos(x))}{|\sin(2x)|^\alpha} dx.$$

Esercizio 4. [6 punti] Calcolare il seguente integrale:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(2x) \log(1 - \cos(x)) dx.$$

Esercizio 5. [5 punti] Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{x(x+2)(y(x)-3)}{1+x^2} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

Università di Roma “Tor Vergata” - Corso di Laurea in Ingegneria
Analisi Matematica I - Prova scritta del 17 Febbraio 2020 **B**

Esercizio 1. [7 punti] Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\left(e^{-\frac{1}{n}} + \frac{1}{n} \right)^{6n} - \frac{\sqrt{n^2 + 1}}{n - 3} \right] n^2.$$

Esercizio 2. [8 punti] Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \arctan \left(\frac{x^2 - 6}{|x| - \sqrt{5}} \right) - |x|$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della derivata seconda

Esercizio 3. [4 punti] Discutere la convergenza del seguente integrale improprio al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \frac{\log(1 - \cos(x))}{|\sin(2x)|^\alpha} dx.$$

Esercizio 4. [6 punti] Calcolare il seguente integrale:

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \sin(2x) \log(1 - \cos(x)) dx.$$

Esercizio 5. [5 punti] Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{x(x+2)(y(x)-4)}{1+x^2} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

Università di Roma “Tor Vergata” - Corso di Laurea in Ingegneria
Analisi Matematica I - Prova scritta del 17 Febbraio 2020 C

Esercizio 1. [7 punti] Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\left(e^{-\frac{1}{n}} + \frac{1}{n} \right)^{-2n} - \frac{\sqrt{n^2 + 1}}{n + 1} \right] n^2.$$

Esercizio 2. [8 punti] Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \arctan \left(\frac{x^2 - 4}{|x| - \sqrt{3}} \right) - |x|$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della derivata seconda

Esercizio 3. [4 punti] Discutere la convergenza del seguente integrale improprio al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\log(1 - \sin(x))}{|\sin(2x)|^\alpha} dx.$$

Esercizio 4. [6 punti] Calcolare il seguente integrale:

$$\int_0^{\pi/2} \sin(2x) \log(1 - \sin(x)) dx.$$

Esercizio 5. [5 punti] Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{x(x+2)(y(x)-4)}{1+x^2} \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

Università di Roma “Tor Vergata” - Corso di Laurea in Ingegneria
Analisi Matematica I - Prova scritta del 17 Febbraio 2020 D

Esercizio 1. [7 punti] Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\left(e^{-\frac{1}{n}} + \frac{1}{n} \right)^{2n} - \frac{\sqrt{n^2 + 1}}{n - 1} \right] n^2.$$

Esercizio 2. [8 punti] Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \arctan \left(\frac{x^2 - 3}{|x| - \sqrt{2}} \right) - |x|$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della derivata seconda

Esercizio 3. [4 punti] Discutere la convergenza del seguente integrale improprio al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\int_{-\pi/2}^0 \frac{\log(1 + \sin(x))}{|\sin(2x)|^\alpha} dx.$$

Esercizio 4. [6 punti] Calcolare il seguente integrale:

$$\int_{-\pi/2}^0 \sin(2x) \log(1 + \sin(x)) dx.$$

Esercizio 5. [5 punti] Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{x(x+2)(y(x)-5)}{1+x^2} \\ y(0) = 2 \end{cases}$$