Università di Roma "Tor Vergata" - Corso di Laurea in Ingegneria
Analisi Matematica I - Prova scritta del 29 Gennaio 2020 $\boxed{\text{A}}$

Esercizio 1. [4 punti] Calcolare lo sviluppo di Taylor dell'ordine $n = 6$ con centro $x_0 = 0$ per la seguente funzione:

$$f(x) = \sin(e^{x^2} - \cos(\sqrt{2}\,x)).$$

Esercizio 2. [7 punti] Data la funzione

$$f(x) = \frac{\left(x + \cos(\sqrt{2x})\right)^{2/x} - 1}{\log(1+x)}\,(2x+5),$$

calcolare $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ e $\lim_{x\to +\infty} f(x)$.

Esercizio 3. [8 punti] Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \log|3e^x - 2e^{2x}|$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

Esercizio 4. [6 punti] Calcolare il seguente integrale:

$$\int_0^{1/4} \sqrt{x}\,\arcsin(1-4x)\,dx.$$

Esercizio 5. [5 punti] Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = \dfrac{(y(x))^2 e^{-x}}{\sqrt{3+e^{-x}}} \\ y(0) = \dfrac{1}{5} \end{cases}$$

Università di Roma "Tor Vergata" - Corso di Laurea in Ingegneria
Analisi Matematica I - Prova scritta del 29 Gennaio 2020 $\boxed{\text{B}}$

Esercizio 1. **[4 punti]** Calcolare lo sviluppo di Taylor dell'ordine $n = 6$ con centro $x_0 = 0$ per la seguente funzione:

$$f(x) = \sin(e^{-2x^2} - \cos(\sqrt{2}\,x)).$$

Esercizio 2. **[7 punti]** Data la funzione

$$f(x) = \frac{\left(x + \cos(\sqrt{2x})\right)^{3/x} - 1}{\log(1+x)}\,(3x+4),$$

calcolare $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ e $\lim_{x\to +\infty} f(x)$.

Esercizio 3. **[8 punti]** Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \log|4e^x - 3e^{2x}|$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

Esercizio 4. **[6 punti]** Calcolare il seguente integrale:

$$\int_0^{1/2} \sqrt{x}\,\arcsin(1-2x)\,dx.$$

Esercizio 5. **[5 punti]** Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = \dfrac{(y(x))^2 e^{-x}}{\sqrt{8+e^{-x}}} \\ y(0) = \dfrac{1}{7} \end{cases}$$

Università di Roma "Tor Vergata" - Corso di Laurea in Ingegneria

Analisi Matematica I - Prova scritta del 29 Gennaio 2020 $\boxed{\text{C}}$

Esercizio 1. [**4 punti**] Calcolare lo sviluppo di Taylor dell'ordine $n = 6$ con centro $x_0 = 0$ per la seguente funzione:

$$f(x) = \sin(\cos(\sqrt{2}\,x) - e^{x^2}).$$

Esercizio 2. [**7 punti**] Data la funzione

$$f(x) = \frac{\Big(x + \cos(\sqrt{2x})\Big)^{4/x} - 1}{\log(1+x)}\,(4x+3),$$

calcolare $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ e $\lim_{x\to +\infty} f(x)$.

Esercizio 3. [**8 punti**] Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \log|5e^x - 4e^{2x}|$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

Esercizio 4. [**6 punti**] Calcolare il seguente integrale:

$$\int_0^{1/4} \sqrt{x}\,\arcsin(4x-1)\,dx.$$

Esercizio 5. [**5 punti**] Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = \dfrac{(y(x))^2 e^{-x}}{\sqrt{1+e^{-x}}} \\ y(0) = \dfrac{1}{1+2\sqrt{2}} \end{cases}$$

Università di Roma "Tor Vergata" - Corso di Laurea in Ingegneria

Analisi Matematica I - Prova scritta del 29 Gennaio 2020 $\boxed{\text{D}}$

Esercizio 1. [**4 punti**] Calcolare lo sviluppo di Taylor dell'ordine $n = 6$ con centro $x_0 = 0$ per la seguente funzione:

$$f(x) = \sin(\cos(\sqrt{2}\,x) - e^{-2x^2}).$$

Esercizio 2. [**7 punti**] Data la funzione

$$f(x) = \frac{\left(x + \cos(\sqrt{2x})\right)^{5/x} - 1}{\log(1+x)}\,(5x+1),$$

calcolare $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ e $\lim_{x\to +\infty} f(x)$.

Esercizio 3. [**8 punti**] Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \log|6e^x - 5e^{2x}|$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

Esercizio 4. [**6 punti**] Calcolare il seguente integrale:

$$\int_0^{1/2} \sqrt{x}\arcsin(2x-1)\,dx.$$

Esercizio 5. [**5 punti**] Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = \dfrac{(y(x))^2 e^{-x}}{\sqrt{2+e^{-x}}} \\ y(0) = \dfrac{1}{1+2\sqrt{3}} \end{cases}$$