

Università di Roma “Tor Vergata” - Corso di Laurea in Ingegneria  
Analisi Matematica I - Prova scritta del 18 Settembre 2019 A

**Esercizio 1.** [5 punti] Calcolare lo sviluppo di Taylor dell'ordine  $n = 5$  con centro  $x_0 = 0$  per la seguente funzione:

$$f(x) = \arctan(x + x^3).$$

**Esercizio 2.** [6 punti] Data la funzione

$$f(x) = \left( (1 + \sqrt{x})^{\frac{1}{x}} - 1 + 5\sqrt{x} \right) \log \left( 1 - e^{-\frac{1}{\sqrt{x}}} \right),$$

calcolare  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  e  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

**Esercizio 3.** [8 punti] Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \log \left( \frac{2x^2 - x + 1}{|x| - 1} \right)$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

**Esercizio 4.** [7 punti] Discutere la convergenza del seguente integrale improprio al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$

$$\int_0^4 \frac{1}{x^\alpha} \log \left( \frac{x}{4-x} \right) dx.$$

Calcolarlo per  $\alpha = -1$ .

**Esercizio 5.** [5 punti] Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{x+2}{\sqrt{(x+2)^2+1}} y(x) \\ y(-2) = 1 \end{cases}$$

Università di Roma “Tor Vergata” - Corso di Laurea in Ingegneria  
Analisi Matematica I - Prova scritta del 18 Settembre 2019 **B**

**Esercizio 1.** [5 punti] Calcolare lo sviluppo di Taylor dell'ordine  $n = 5$  con centro  $x_0 = 0$  per la seguente funzione:

$$f(x) = \arctan(x + 2x^3).$$

**Esercizio 2.** [6 punti] Data la funzione

$$f(x) = \left( (1 + \sqrt{x})^{\frac{1}{x}} - 1 + 4\sqrt{x} \right) \log \left( 1 - e^{-\frac{1}{\sqrt{x}}} \right),$$

calcolare  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  e  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

**Esercizio 3.** [8 punti] Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \log \left( \frac{2x^2 - 2x + 4}{|x| - 2} \right)$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

**Esercizio 4.** [7 punti] Discutere la convergenza del seguente integrale improprio al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$

$$\int_0^3 \frac{1}{x^\alpha} \log \left( \frac{x}{3-x} \right) dx.$$

Calcolarlo per  $\alpha = -1$ .

**Esercizio 5.** [5 punti] Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{x+1}{\sqrt{(x+1)^2 + 1}} y(x) \\ y(-1) = 2 \end{cases}$$

Università di Roma “Tor Vergata” - Corso di Laurea in Ingegneria  
Analisi Matematica I - Prova scritta del 18 Settembre 2019 C

**Esercizio 1.** [5 punti] Calcolare lo sviluppo di Taylor dell'ordine  $n = 5$  con centro  $x_0 = 0$  per la seguente funzione:

$$f(x) = \arctan(x + 3x^3).$$

**Esercizio 2.** [6 punti] Data la funzione

$$f(x) = \left( (1 + \sqrt{x})^{\frac{1}{x}} - 1 + 3\sqrt{x} \right) \log \left( 1 - e^{-\frac{1}{\sqrt{x}}} \right),$$

calcolare  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  e  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

**Esercizio 3.** [8 punti] Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \log \left( \frac{2x^2 - 3x + 9}{|x| - 3} \right)$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

**Esercizio 4.** [7 punti] Discutere la convergenza del seguente integrale improprio al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$

$$\int_0^2 \frac{1}{x^\alpha} \log \left( \frac{x}{2-x} \right) dx.$$

Calcolarlo per  $\alpha = -1$ .

**Esercizio 5.** [5 punti] Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{x+2}{\sqrt{(x+2)^2 + 1}} y(x) \\ y(-2) = -1 \end{cases}$$

**Università di Roma “Tor Vergata” - Corso di Laurea in Ingegneria**  
**Analisi Matematica I - Prova scritta del 18 Settembre 2019** D

**Esercizio 1.** [5 punti] Calcolare lo sviluppo di Taylor dell'ordine  $n = 5$  con centro  $x_0 = 0$  per la seguente funzione:

$$f(x) = \arctan(x + 4x^3).$$

**Esercizio 2.** [6 punti] Data la funzione

$$f(x) = \left( (1 + \sqrt{x})^{\frac{1}{x}} - 1 + 2\sqrt{x} \right) \log \left( 1 - e^{-\frac{1}{\sqrt{x}}} \right),$$

calcolare  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  e  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

**Esercizio 3.** [8 punti] Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \log \left( \frac{2x^2 - 4x + 16}{|x| - 4} \right)$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

**Esercizio 4.** [7 punti] Discutere la convergenza del seguente integrale improprio al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$

$$\int_0^1 \frac{1}{x^\alpha} \log \left( \frac{x}{1-x} \right) dx.$$

Calcolarlo per  $\alpha = -1$ .

**Esercizio 5.** [5 punti] Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{x-2}{\sqrt{(x-2)^2 + 1}} y(x) \\ y(2) = 1 \end{cases}$$