

Esercizio 1. [5 punti] Calcolare lo sviluppo di Taylor dell'ordine $n = 6$ con centro $x_0 = 0$ per la seguente funzione:

$$f(x) = x \log(1 + \sin^2(x)) + 2x^3.$$

Esercizio 2. [6 punti] Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n + n \sin(\frac{1}{n}))^n - e n^n}{(n + \log(n))^n - n^{n+1}} n (\log(n+2))^2.$$

Esercizio 3. [8 punti] Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = (x-1)^{\frac{2}{3}} \left(-3 + (x-1)^{\frac{1}{3}} \right)$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, intervalli di concavità/convessità, eventuali punti di non derivabilità, eventuali flessi. È richiesto lo studio della derivata seconda.

Esercizio 4. [7 punti] Discutere la convergenza del seguente integrale improprio al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$,

$$\int_{-2}^1 \frac{\sqrt{x+2} \log(x+2)}{(2-x-x^2)^\alpha} dx.$$

Calcolarlo per $\alpha = \frac{1}{2}$.

Esercizio 5. [5 punti] Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) - \frac{y(x)}{x+x^2} = \log(x) \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

Università di Roma “Tor Vergata” - Corso di Laurea in Ingegneria
Analisi Matematica I - Prova scritta del 5 Settembre 2019 **B**

Esercizio 1. [5 punti] Calcolare lo sviluppo di Taylor dell'ordine $n = 6$ con centro $x_0 = 0$ per la seguente funzione:

$$f(x) = x \log(1 + \sin^2(x)) + 3x^3.$$

Esercizio 2. [6 punti] Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\left(n + n \sin\left(\frac{1}{n}\right)\right)^n - e n^n}{(n + \log(n))^n - n^{n+1}} n (\log(2n + 1))^2.$$

Esercizio 3. [8 punti] Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = (x - 1)^{\frac{2}{3}} \left(-2 + (x - 1)^{\frac{1}{3}}\right)$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, intervalli di concavità/convessità, eventuali punti di non derivabilità, eventuali flessi. È richiesto lo studio della derivata seconda.

Esercizio 4. [7 punti] Discutere la convergenza del seguente integrale improprio al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$,

$$\int_{-1}^2 \frac{\sqrt{x+1} \log(x+1)}{(2+x-x^2)^\alpha} dx.$$

Calcolarlo per $\alpha = \frac{1}{2}$.

Esercizio 5. [5 punti] Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) - \frac{y(x)}{x+x^2} = \log(x) \\ y(1) = 2 \end{cases}$$

Università di Roma “Tor Vergata” - Corso di Laurea in Ingegneria
Analisi Matematica I - Prova scritta del 5 Settembre 2019 C

Esercizio 1. [5 punti] Calcolare lo sviluppo di Taylor dell'ordine $n = 6$ con centro $x_0 = 0$ per la seguente funzione:

$$f(x) = x \log(1 + \sin^2(x)) + 4x^3.$$

Esercizio 2. [6 punti] Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\left(n + n \sin\left(\frac{1}{n}\right)\right)^n - e n^n}{(n + \log(n))^n - n^{n+1}} n (\log(3n + 2))^2.$$

Esercizio 3. [8 punti] Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = (x - 1)^{\frac{2}{3}} \left(3 + (x - 1)^{\frac{1}{3}}\right)$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, intervalli di concavità/convessità, eventuali punti di non derivabilità, eventuali flessi. È richiesto lo studio della derivata seconda.

Esercizio 4. [7 punti] Discutere la convergenza del seguente integrale improprio al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$,

$$\int_{-3}^1 \frac{\sqrt{x+3} \log(x+3)}{(3-2x-x^2)^\alpha} dx.$$

Calcolarlo per $\alpha = \frac{1}{2}$.

Esercizio 5. [5 punti] Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) - \frac{y(x)}{x+x^2} = \log(x) \\ y(1) = 3 \end{cases}$$

Università di Roma “Tor Vergata” - Corso di Laurea in Ingegneria
Analisi Matematica I - Prova scritta del 5 Settembre 2019 D

Esercizio 1. [5 punti] Calcolare lo sviluppo di Taylor dell'ordine $n = 6$ con centro $x_0 = 0$ per la seguente funzione:

$$f(x) = x \log(1 + \sin^2(x)) + 5x^3.$$

Esercizio 2. [6 punti] Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\left(n + n \sin\left(\frac{1}{n}\right)\right)^n - e n^n}{(n + \log(n))^n - n^{n+1}} n (\log(2n + 3))^2.$$

Esercizio 3. [8 punti] Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = (x - 1)^{\frac{2}{3}} \left(2 + (x - 1)^{\frac{1}{3}}\right)$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, intervalli di concavità/convessità, eventuali punti di non derivabilità, eventuali flessi. È richiesto lo studio della derivata seconda.

Esercizio 4. [7 punti] Discutere la convergenza del seguente integrale improprio al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$,

$$\int_{-1}^3 \frac{\sqrt{x+1} \log(x+1)}{(3+2x-x^2)^\alpha} dx.$$

Calcolarlo per $\alpha = \frac{1}{2}$.

Esercizio 5. [5 punti] Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) - \frac{y(x)}{x+x^2} = \log(x) \\ y(1) = 4 \end{cases}$$