

Università di Roma “Tor Vergata” - Corso di Laurea in Ingegneria
Analisi Matematica I - Prova scritta del 10 Luglio 2019 A

Esercizio 1. [5 punti] Calcolare lo sviluppo di Taylor dell'ordine $n = 5$ con centro $x_0 = 0$ per la seguente funzione:

$$f(x) = \frac{1}{x + x^2 + e^{-x}}.$$

Esercizio 2. [6 punti] Data la funzione:

$$f(x) = \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{x}) \log\left(\left|\sin \frac{\pi x}{2}\right|\right)}{\left((x-2)^2 + \log\left(\frac{x}{2}\right)\right) \log(|x-2|)},$$

calcolare $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.

Esercizio 3. [8 punti] Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = 5 \arctan\left(\frac{1}{x^2}\right) - 2 \log(|x^2 - 1|)$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

Esercizio 4. [7 punti] Discutere la convergenza del seguente integrale improprio al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$,

$$\int_1^{+\infty} \frac{\log(1 - e^{-\sqrt{x-1}})}{e^{\alpha\sqrt{x-1}}(x-1)^\alpha} dx.$$

Calcolarlo per $\alpha = \frac{1}{2}$.

Esercizio 5. [5 punti] Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''(x) + 4y'(x) + 8y(x) = 5 \cos(2x) \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}.$$

Università di Roma “Tor Vergata” - Corso di Laurea in Ingegneria
Analisi Matematica I - Prova scritta del 10 Luglio 2019 B

Esercizio 1. [5 punti] Calcolare lo sviluppo di Taylor dell'ordine $n = 5$ con centro $x_0 = 0$ per la seguente funzione:

$$f(x) = \frac{1}{x - x^2 + e^{-x}}.$$

Esercizio 2. [6 punti] Data la funzione:

$$f(x) = \frac{(\sqrt{3} - \sqrt{x}) \log\left(\left|\sin \frac{\pi x}{3}\right|\right)}{\left((x-3)^2 + \log\left(\frac{x}{3}\right)\right) \log(|x-3|)},$$

calcolare $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$.

Esercizio 3. [8 punti] Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = 5 \arctan\left(\frac{2}{x^2}\right) - 2 \log(|x^2 - 2|)$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

Esercizio 4. [7 punti] Discutere la convergenza del seguente integrale improprio al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$,

$$\int_2^{+\infty} \frac{\log(1 - e^{-\sqrt{x-2}})}{e^{\alpha\sqrt{x-2}}(x-2)^\alpha} dx.$$

Calcolarlo per $\alpha = \frac{1}{2}$.

Esercizio 5. [5 punti] Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''(x) + 4y'(x) + 8y(x) = 5 \sin(2x) \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}.$$

Università di Roma “Tor Vergata” - Corso di Laurea in Ingegneria
Analisi Matematica I - Prova scritta del 10 Luglio 2019 C

Esercizio 1. [5 punti] Calcolare lo sviluppo di Taylor dell'ordine $n = 5$ con centro $x_0 = 0$ per la seguente funzione:

$$f(x) = \frac{1}{x + \frac{x^2}{2} + e^{-x}}.$$

Esercizio 2. [6 punti] Data la funzione:

$$f(x) = \frac{(\sqrt{5} - \sqrt{x}) \log\left(\left|\sin \frac{\pi x}{5}\right|\right)}{\left((x-5)^2 + \log\left(\frac{x}{5}\right)\right) \log(|x-5|)},$$

calcolare $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$.

Esercizio 3. [8 punti] Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = -5 \arctan\left(\frac{1}{x^2}\right) + 2 \log(|x^2 - 1|)$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

Esercizio 4. [7 punti] Discutere la convergenza del seguente integrale improprio al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$,

$$\int_3^{+\infty} \frac{\log(1 - e^{-\sqrt{x-3}})}{e^{\alpha\sqrt{x-3}}(x-3)^\alpha} dx.$$

Calcolarlo per $\alpha = \frac{1}{2}$.

Esercizio 5. [5 punti] Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''(x) + 4y'(x) + 8y(x) = 10 \cos(2x) \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = -1 \end{cases}.$$

Università di Roma “Tor Vergata” - Corso di Laurea in Ingegneria
Analisi Matematica I - Prova scritta del 10 Luglio 2019 D

Esercizio 1. [5 punti] Calcolare lo sviluppo di Taylor dell'ordine $n = 5$ con centro $x_0 = 0$ per la seguente funzione:

$$f(x) = \frac{1}{x + \frac{3x^2}{2} + e^{-x}}.$$

Esercizio 2. [6 punti] Data la funzione:

$$f(x) = \frac{(\sqrt{6} - \sqrt{x}) \log\left(\left|\sin \frac{\pi x}{6}\right|\right)}{\left((x-6)^2 + \log\left(\frac{x}{6}\right)\right) \log(|x-6|)},$$

calcolare $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow 6} f(x)$.

Esercizio 3. [8 punti] Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = -5 \arctan\left(\frac{2}{x^2}\right) + 2 \log(|x^2 - 2|)$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

Esercizio 4. [7 punti] Discutere la convergenza del seguente integrale improprio al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$,

$$\int_4^{+\infty} \frac{\log(1 - e^{-\sqrt{x-4}})}{e^{\alpha\sqrt{x-4}}(x-4)^\alpha} dx.$$

Calcolarlo per $\alpha = \frac{1}{2}$.

Esercizio 5. [5 punti] Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''(x) + 4y'(x) + 8y(x) = 10 \sin(2x) \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = -1 \end{cases}.$$