Università di Roma "Tor Vergata" - Corso di Laurea in Ingegneria
Analisi Matematica I - Prova scritta del 19 Giugno 2019 $\boxed{\text{A}}$

Esercizio 1. [5 punti] Calcolare lo sviluppo di Taylor dell'ordine $n = 5$ con centro $x_0 = 1$ per la seguente funzione:

$$f(x) = \cos\left(\pi(1 + x^2)\right) + x.$$

Esercizio 2. [6 punti] Data la funzione

$$f(x) = \left(2e^{2x} - \log(1 + 4x) - 1\right)^{\frac{1}{x^2}}$$

calcolare $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ e $\lim_{x\to +\infty} f(x)$.

Esercizio 3. [8 punti] Tracciare il grafico della funzione

$$e^{\frac{1}{x}} \cdot \sqrt{x^2 + 2x}$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

Esercizio 4. [7 punti] Discutere la convergenza del seguente integrale improprio al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$,

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^{4x} - 1}{e^{3x}(e^{2x} - e^{-2x})^{\alpha}}\, dx.$$

Calcolarlo per $\alpha = \frac{3}{2}$.

Esercizio 5. [5 punti] Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = e^{-2y(x)} \arctan\left(\sqrt{x+1}\right) \\ y(-1) = 1 \end{cases}.$$

Università di Roma "Tor Vergata" - Corso di Laurea in Ingegneria
Analisi Matematica I - Prova scritta del 19 Giugno 2019 $\boxed{\text{B}}$

Esercizio 1. **[5 punti]** Calcolare lo sviluppo di Taylor dell'ordine $n = 5$ con centro $x_0 = 1$ per la seguente funzione:

$$f(x) = \cos\big(\pi(1 + x^2)\big) + 2x.$$

Esercizio 2. **[6 punti]** Data la funzione

$$f(x) = \Big(2e^x - \log(1 + 2x) - 1\Big)^{\frac{2}{x^2}}$$

calcolare $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ e $\lim_{x\to +\infty} f(x)$.

Esercizio 3. **[8 punti]** Tracciare il grafico della funzione

$$e^{-\frac{1}{x}} \cdot \sqrt{x^2 - 2x}$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

Esercizio 4. **[7 punti]** Discutere la convergenza del seguente integrale improprio al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$,

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^{6x} - 1}{e^{\frac{9x}{2}}(e^{3x} - e^{-3x})^{\alpha}}\, dx.$$

Calcolarlo per $\alpha = \frac{3}{2}$.

Esercizio 5. **[5 punti]** Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = e^{-y(x)} \arctan\left(\sqrt{x+1}\right) \\ y(-1) = 2 \end{cases}.$$

Università di Roma "Tor Vergata" - Corso di Laurea in Ingegneria
Analisi Matematica I - Prova scritta del 19 Giugno 2019 $\boxed{\text{C}}$

Esercizio 1. **[5 punti]** Calcolare lo sviluppo di Taylor dell'ordine $n = 5$ con centro $x_0 = 1$ per la seguente funzione:

$$f(x) = 2\cos\left(\pi(1+x^2)\right) + x.$$

Esercizio 2. **[6 punti]** Data la funzione

$$f(x) = \left(2e^{2x} - \log(1+4x) - 1\right)^{\frac{2}{x^2}}$$

calcolare $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ e $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

Esercizio 3. **[8 punti]** Tracciare il grafico della funzione

$$e^{-\frac{1}{2x}} \cdot \sqrt{x^2 - x}$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

Esercizio 4. **[7 punti]** Discutere la convergenza del seguente integrale improprio al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$,

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^{8x} - 1}{e^{6x}(e^{4x} - e^{-4x})^{\alpha}}\, dx.$$

Calcolarlo per $\alpha = \frac{3}{2}$.

Esercizio 5. **[5 punti]** Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = e^{-2y(x)} \arctan\left(\sqrt{x+1}\right) \\ y(-1) = -1 \end{cases}.$$

Università di Roma "Tor Vergata" - Corso di Laurea in Ingegneria

Analisi Matematica I - Prova scritta del 19 Giugno 2019 $\boxed{\text{D}}$

Esercizio 1. [5 punti] Calcolare lo sviluppo di Taylor dell'ordine $n = 5$ con centro $x_0 = 1$ per la seguente funzione:

$$f(x) = 2\cos\big(\pi(1+x^2)\big) + 2x.$$

Esercizio 2. [6 punti] Data la funzione

$$f(x) = \Big(2e^{2x} - \log(1+4x) - 1\Big)^{\frac{3}{x^2}}$$

calcolare $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ e $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

Esercizio 3. [8 punti] Tracciare il grafico della funzione

$$e^{\frac{1}{2x}} \cdot \sqrt{x^2+x}$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

Esercizio 4. [7 punti] Discutere la convergenza del seguente integrale improprio al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$,

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^{10x}-1}{e^{\frac{15x}{2}}(e^{5x}-e^{-5x})^{\alpha}}\,dx.$$

Calcolarlo per $\alpha = \frac{3}{2}$.

Esercizio 5. [5 punti] Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = e^{-y(x)}\arctan\left(\sqrt{x+1}\right) \\ y(-1) = -2 \end{cases}.$$