

Università di Roma “Tor Vergata” - Corso di Laurea in Ingegneria
Analisi Matematica I - Prova scritta del 20 Febbraio 2019 A

Esercizio 1. [5 punti] Calcolare lo sviluppo di Taylor dell'ordine $n = 5$ nel punto $x_0 = \frac{\pi}{2}$ per la seguente funzione:

$$f(x) = (\sin(x) - 3 \cos(x))(2x - \pi).$$

Esercizio 2. [6 punti] Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(n^2 \left(\cos \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} \right) \right)^n - \frac{2n^3}{2n+1} \right).$$

Esercizio 3. [8 punti] Tracciare il grafico della funzione

$$\arctan(3 - x - \log |5 - x|)$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

Esercizio 4. [7 punti] Discutere la convergenza del seguente integrale improprio al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\int_4^{+\infty} \frac{\log(x-3) (\arctan(x-4))^{2\alpha-1}}{(x-4)^{5\alpha-1}} dx.$$

Calcolarlo per $\alpha = \frac{1}{2}$.

Esercizio 5. [5 punti] Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) + \frac{y(x)}{4 + \sqrt{x}} = \frac{(4 + \sqrt{x})^8}{\sqrt{x}} \\ y(1) = 0 \end{cases}.$$

Università di Roma “Tor Vergata” - Corso di Laurea in Ingegneria
Analisi Matematica I - Prova scritta del 20 Febbraio 2019 **B**

Esercizio 1. [5 punti] Calcolare lo sviluppo di Taylor dell'ordine $n = 5$ nel punto $x_0 = \frac{\pi}{2}$ per la seguente funzione:

$$f(x) = (3 \sin(x) - \cos(x))(2x - \pi).$$

Esercizio 2. [6 punti] Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(n^2 \left(\cos \left(\frac{1}{n} + \frac{2}{n^2} \right) \right)^n - \frac{2n^3}{2n+1} \right).$$

Esercizio 3. [8 punti] Tracciare il grafico della funzione

$$\arctan(4 - x - \log |6 - x|)$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

Esercizio 4. [7 punti] Discutere la convergenza del seguente integrale improprio al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\int_3^{+\infty} \frac{\log(x-2) (\arctan(x-3))^{2\alpha-1}}{(x-3)^{5\alpha-1}} dx.$$

Calcolarlo per $\alpha = \frac{1}{2}$.

Esercizio 5. [5 punti] Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) + \frac{y(x)}{3 + \sqrt{x}} = \frac{(3 + \sqrt{x})^6}{\sqrt{x}} \\ y(1) = 0 \end{cases}.$$

Università di Roma “Tor Vergata” - Corso di Laurea in Ingegneria
Analisi Matematica I - Prova scritta del 20 Febbraio 2019 C

Esercizio 1. [5 punti] Calcolare lo sviluppo di Taylor dell'ordine $n = 5$ nel punto $x_0 = \frac{\pi}{2}$ per la seguente funzione:

$$f(x) = (\sin(x) - 6 \cos(x))(2x - \pi).$$

Esercizio 2. [6 punti] Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(n^2 \left(\cos \left(\frac{1}{n} + \frac{3}{n^2} \right) \right)^n - \frac{2n^3}{2n+1} \right).$$

Esercizio 3. [8 punti] Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \arctan(1 - x - \log |3 - x|)$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

Esercizio 4. [7 punti] Discutere la convergenza del seguente integrale improprio al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\int_2^{+\infty} \frac{\log(x-1) (\arctan(x-2))^{2\alpha-1}}{(x-2)^{5\alpha-1}} dx.$$

Calcolarlo per $\alpha = \frac{1}{2}$.

Esercizio 5. [5 punti] Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) + \frac{y(x)}{2 + \sqrt{x}} = \frac{(2 + \sqrt{x})^4}{\sqrt{x}} \\ y(1) = 0 \end{cases}.$$

Università di Roma “Tor Vergata” - Corso di Laurea in Ingegneria
Analisi Matematica I - Prova scritta del 20 Febbraio 2019 D

Esercizio 1. [5 punti] Calcolare lo sviluppo di Taylor dell'ordine $n = 5$ nel punto $x_0 = \frac{\pi}{2}$ per la seguente funzione:

$$f(x) = (6 \sin(x) - \cos(x))(2x - \pi).$$

Esercizio 2. [6 punti] Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(n^2 \left(\cos \left(\frac{1}{n} + \frac{4}{n^2} \right) \right)^n - \frac{2n^3}{2n+1} \right).$$

Esercizio 3. [8 punti] Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \arctan(2 - x - \log |4 - x|)$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

Esercizio 4. [7 punti] Discutere la convergenza del seguente integrale improprio al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\int_1^{+\infty} \frac{\log(x) (\arctan(x-1))^{2\alpha-1}}{(x-1)^{5\alpha-1}} dx.$$

Calcolarlo per $\alpha = \frac{1}{2}$.

Esercizio 5. [5 punti] Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) + \frac{y(x)}{1 + \sqrt{x}} = \frac{(1 + \sqrt{x})^2}{\sqrt{x}} \\ y(1) = 0 \end{cases}.$$