

Tutorato di Analisi Matematica 2

Corso di Laurea in Matematica - Università di Roma "Tor Vergata"
23 Maggio 2018

1. Determinare le soluzioni delle seguenti equazioni differenziali.

(a) $y''(x) - 2y'(x) + 2y(x) = 5 \sin(x)$, (b) $y''(x) - 4y(x) = 16e^x(e^x - 9x)$,

(c) $y^{(4)}(x) - 5y^{(2)}(x) + 4y(x) = 36xe^x$, (d) $y''(x) - y(x) = \frac{1 - x^2 \ln(x)}{x}$.

2. Per $a \in \mathbb{R}$, si consideri il problema di Cauchy,

$$\begin{cases} y''(x) + 2y'(x) + ay(x) = x \\ y(0) = 0, y'(0) = 1 \end{cases}$$

e sia $y(x)$ la sua soluzione.

(a) Per quali valori di a , $y(x)$ ammette un asintoto per $x \rightarrow +\infty$?

(b) Esiste un valore di a , tale che $y(x)$ non è strettamente crescente in $[0, +\infty)$?

3. Si consideri il problema di Cauchy,

$$\begin{cases} y''(x) + y(x) = \frac{1}{1+x^2} \\ y(0) = 2, y'(0) = -1 \end{cases}$$

e sia $y(x)$ la sua soluzione.

(a) Determinare una costante $M > 0$ tale che $|y(x)| \leq M$ per ogni $x \geq 0$.

(b) Esiste $x_0 > 0$ tale che $y(x_0) = 0$?

4. Sia $f \in C([0, +\infty))$ tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L \in \mathbb{R}$.

Rispondere alle seguenti domande.

(a) Se $y(x)$ soddisfa $y'(x) + y(x) = f(x)$ allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = L$?

(b) Se $y(x)$ soddisfa $y'''(x) + y(x) = f(x)$ allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = L$?