

Tutorato di Analisi Matematica I

Corso di Laurea in Matematica - Università di Roma "Tor Vergata"

24 ottobre 2014

1. Determinare l'insieme di definizione di ciascuna delle seguenti funzioni:

$$f(x) = \log_{10}(\sqrt{x-2}), \quad g(x) = \log_2(|\log_2(|\tan x|)|), \quad h(x) = \arcsin\left(\frac{1}{|x|-2}\right).$$

2. Disegnare i grafici delle seguenti funzioni nell'intervallo $[0, 2]$,

$$f(x) = \min(\{x\}, \{-x\}) \quad \text{e} \quad g(x) = \frac{\arccos(\cos(2\pi x))}{2\pi},$$

dove $\{x\} = x - [x]$ è la *parte frazionaria* di x e $[x] = \max\{n \in \mathbb{Z} : n \leq x\}$ è la *parte intera* di x .

3. Rispondere alle seguenti domande.

- i) Per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ il grafico del polinomio $P(x) = x^4 + x^3 + ax + 1$ ha un asse di simmetria parallelo all'asse y ?
- ii) Esiste una funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ non costante il cui grafico ha almeno due assi di simmetria paralleli all'asse y ?
- iii) Esiste un polinomio non costante il cui grafico ha almeno due assi di simmetria paralleli all'asse y ?

4. Trovare l'estremo superiore e l'estremo inferiore dei seguenti sottoinsiemi di \mathbb{R} dicendo se sono massimi o minimi:

$$A = \{|n^2 - 5| : n \in \mathbb{Z}\}, \quad B = \left\{x + \frac{2}{x} : x \in \mathbb{Q}^+\right\},$$
$$C = \left\{\frac{x+1}{x-2} : x \in (2, +\infty)\right\}, \quad D = \{\sin(x) + \cos(x) : x \in \mathbb{R}\}.$$

5. Rispondere alle seguenti domande.

- i) Esiste una funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che per ogni $a, b \in \mathbb{R}$ con $b - a > 1$, $\inf\{f(x) : x \in [a, b]\} = -\infty$ e $\sup\{f(x) : x \in [a, b]\} = +\infty$?
- ii) Esiste una funzione $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che per ogni $a, b \in \mathbb{R}$ con $b - a > 0$, $\inf\{g(x) : x \in [a, b]\} = -\infty$ e $\sup\{g(x) : x \in [a, b]\} = +\infty$?