

Cognome: _____ Nome: _____

Analisi Matematica II - Complementi di Matematica - Quarto Appello (22-09-2014)

Ogni esercizio vale 6 punti. Per ogni esercizio si deve presentare lo svolgimento su un foglio a parte e riportare nel riquadro, su questo foglio, solo il risultato finale.

1. Calcolare l'integrale triplo

$$\iiint_D \sqrt{x^2 + y^2} \, dx \, dy \, dz$$

dove $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (2 - \sqrt{x^2 + y^2})^2 + z^2 \leq 1\}$.

R: $\boxed{\frac{17\pi^2}{2}}$

2. Calcolare l'integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} y(y^2 + e^{xy}) \, dx + x(4y^2 + e^{xy}) \, dy$$

dove $\gamma = \partial D^+$ e $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 + 3y^2 \leq x^2 + 4y^2 \leq 4, x > 0\}$.

R: $\boxed{\frac{\pi}{8}}$

3. Calcolare l'integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} \frac{z(z^2 - 4\pi^2)}{1 - \cos(z)} \, dz$$

dove γ è la circonferenza di centro 3 e raggio 4 percorsa in senso antiorario.

R: $\boxed{16\pi^3 i}$

4. Calcolare $\int_0^{2\pi} \frac{1}{3 - \sin(x) - 2 \cos(x)} \, dx$.

R: $\boxed{\pi}$

5. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) - y(t) \\ y'(t) = x(t) + 2y(t) \\ x(0) = 1, y(0) = 2 \end{cases}$$

determinare $x(t)$ e $y(t)$. Esiste $t_0 > 0$ tale che $x(t_0) = y(t_0)$?

R: $\boxed{x(t) = (1-t)e^{3t}, y(t) = (2-t)e^{3t}, t_0 \text{ non esiste}}$
