

Cognome: _____ Nome: _____

Analisi Matematica II - Complementi di Matematica - Sesto Appello (16-02-2015)

Ogni esercizio vale 6 punti. Per ogni esercizio si deve presentare lo svolgimento su un foglio a parte e riportare nel riquadro, su questo foglio, solo il risultato finale.

1. Calcolare l'integrale triplo

$$\iiint_D x \, dx \, dy \, dz$$

dove $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, 0 \leq y \leq z + 1, x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$.

R: $\boxed{\frac{3\pi + 8}{48}}$

2. Calcolare l'integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} 4xy^2 e^{x^2} \, dx + (2x + 6y)e^{x^2} \, dy$$

dove γ è data dal segmento da $(-2, 2)$ a $(0, 0)$ e dall'arco della curva $y = x^3$ da $(0, 0)$ a $(1, 1)$.

R: $\boxed{5e - 3 - 8e^4}$

3. Calcolare l'integrale curvilineo

$$\operatorname{Re} \left(\int_{\gamma} (z^2 + \bar{z}^2 + |z|^2) \, dz \right)$$

dove γ è la circonferenza di centro $z_0 = 2i$ e raggio 2 percorsa in senso antiorario.

R: $\boxed{16\pi}$

4. Calcolare $\int_0^{2\pi} \frac{2 + \sin(2x)}{2 + (\cos(3x))^2} \, dx$.

R: $\boxed{\frac{4\pi}{\sqrt{6}}}$

5. Siano

$$f(t) = \begin{cases} 2t & \text{se } t \in [0, 1) \\ 0 & \text{altrove} \end{cases} \quad \text{e} \quad g(t) = \begin{cases} 1 & \text{se } t \in [1, 2) \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}.$$

Calcolare il prodotto di convoluzione $(f * g)(t)$ per $t \in [2, 3)$. Quanto vale $\max\{(f * g)(t) : t \geq 0\}$?

R: $\boxed{\text{Per } t \in [2, 3), (f * g)(t) = (t - 1)(3 - t), \max = 1}$
